



高中一年级·第二学期

河南教育出版社

代数基础训练

河南省教委中小学教研室审订

G7633.62

7

高中一年级第二学期

代数基础训练

董连林

编写人：王海平
河南省教育厅中小学教研室 编订

ISBN 7-5345-0020-1

河南教育出版社

高中一年级第二学期

代数基础训练

董连林

河南省教委中小学教研室审订

责任编辑 刘宗贤

河南教育出版社出版

台前县印刷厂印刷

河南省新华书店发行

787×1092毫米 32开本 6.125印张 129千字

1985年9月第1版 1988年12月第4次印刷

印数 318,261—452,810册

ISBN7-5347-0867-0/G·329

定价： 1.20元

出版说明

为了帮助高中学生加强基础知识和基本技能的训练，我们根据现行教材的要求，组织编辑、出版了这套基础训练丛书。计有语文、英语、数学、物理、化学等五科，按年级分学期陆续出版。

《高中课程基础训练》紧扣教学大纲和教材，所设题目都是根据教材内容顺序编排的，力求做到教师教到哪里就练到哪里，基本不偏高教学。练习的内容力求既系统、全面，又重点突出，分量适中，不设任何偏题、怪题，也不需要大量地沙画、计算，题型大多是填空题、选择题和改错题。这样设题可以免去抄写之劳，不至加重学生负担，而更重要的是能引导学生通过观察、比较、分析、概括、判断、推理等运动，更好地巩固所学知识，增强基本技能，收到良好的训练效果。

这套训练册可以根据不同情况灵活使用，有的可在课前预习时做，有的可在课堂上做，有的也可作为课外练习。究竟在什么时间做为好，应由任课老师根据教学的实际情况对学生进行具体指导。

目 录

第三章	两角和与差的三角函数	1
第四章	反三角函数和简单的三角方程	97
一	反三角函数	97
二	简单三角方程	166

第三章 两角和与差的三角函数

3·1 两角和与差的三角函数

(一) 两角和与差的余弦

1. 已知: $\cos\alpha = -\frac{8}{17}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 求 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值。

解:

2. 已知: $\sin\theta = -\frac{12}{13}$, $\theta \in \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right)$, 求 $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)$

的值。

解：

由 $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$, 得 $\cos(\alpha + \beta) = \pm\sqrt{1 - \sin^2(\alpha + \beta)} = \pm\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. 已知: $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{3}{5}$, 且 α 为锐角,

求角 β 的值.

解:

$$4. \text{ 求证: } \cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) = \cos^2\alpha - \sin^2\beta.$$

证明:

$$5. \text{ 已知: } \sin(30^\circ + \alpha) = \frac{1}{3}, \text{ 且 } 0^\circ < \alpha < 150^\circ, \text{ 求}$$

$\tan\alpha$ 的值。

解:

6. 已知 α 与 β 都是锐角, $\sin \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{7}$, $\cos(\alpha + \beta)$

$$= -\frac{11}{14}$$

解:

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha &= \left(\frac{4\sqrt{3}}{7} \right)^2 \\ &= \frac{48}{49} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha &= 1 - \sin^2 \alpha \\ &= 1 - \frac{48}{49} \\ &= \frac{1}{49} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \pm \sqrt{\frac{1}{49}} \\ &= \pm \frac{1}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 (\alpha + \beta) &= \cos^2 \alpha \\ &= \frac{1}{49} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin (\alpha + \beta) &= \pm \sqrt{\frac{1}{49}} \\ &= \pm \frac{1}{7} \end{aligned}$$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\cos A = \frac{5}{13}$, $\cos B = \frac{3}{5}$, 求 $\cos C$

的值.

解:

$$\begin{aligned} \cos C &= -\cos(A+B) \\ &= -(\cos A \cos B - \sin A \sin B) \\ &= -\left(\frac{5}{13} \cdot \frac{3}{5} - \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2}\right) \\ &= -\left(\frac{15}{65} - \frac{4}{13} \cdot \frac{4}{5}\right) \\ &= -\left(\frac{15}{65} - \frac{16}{65}\right) \\ &= \frac{1}{65} \end{aligned}$$

8. 选择题:

下列各小题都给出四个不同的结论, 其中只有一个结论是正确的, 试把正确结论的字母代号写在题后的括号内.

(1) 若 $\sin(\alpha + \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -m$, 则 $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + 2\sin(2\pi - \alpha)$ 的值为

(A) $\frac{8m}{3}$

(B) $\frac{2m}{3}$

$$(C) -\frac{3m}{2}, \quad (D) -\frac{2m}{3}.$$

[答] ()

(2) $\cos(-1185^\circ)$ 的值是

$$(A) \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \quad (B) \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4},$$

$$(C) \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}, \quad (D) -\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}.$$

[答] ()

(3) 设 k 是 4 的倍数加 1 的自然数, 若以 $\cos kx$ 表示 $\cos(k\pi x)$, 则 $\sin kx$ 等于

$$(A) f(\cos x), \quad (B) f(\sin x),$$

$$(C) f(\cos kx), \quad (D) f(\sin kx).$$

[答] ()

四. 填空题:

$$(1) \text{化简: } \frac{\sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)}{\sin(2\pi - \alpha)}$$

(2) 计算: $\operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 20^\circ \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{tg} 40^\circ \operatorname{tg} 50^\circ \operatorname{tg} 54^\circ \operatorname{tg} 70^\circ$

$$\operatorname{tg} 80^\circ = \dots$$

(3) 计算: $\operatorname{tg} 44^\circ \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} 46^\circ = \dots$

$$(4) \text{计算: } \frac{1}{\operatorname{ctg} 72^\circ} \cdot \frac{1}{\operatorname{ctg} 18^\circ} = \cos^2 30^\circ = \dots$$

(5) 計算: $\operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{tg} 70^\circ \operatorname{tg} 50^\circ =$

16. 证明:

$$(1) \frac{2 \sin \theta \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)}{1 + \sin(\pi + \theta) + \sin^2(\pi - \theta) - \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}$$
$$= \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right).$$

证明:

$$(2) \frac{2 \cos^2(89^\circ + \alpha) [\sec^2(189^\circ - \alpha) + 1]}{1 - \sin^2(\alpha - 270^\circ)} \cdot \operatorname{ctg}(370^\circ + \alpha)$$

$$[\operatorname{ctg}(180^\circ + \alpha) + \operatorname{tg}(180^\circ + \alpha)] = \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$$

证明：

(二) 两角和与差的正弦

1. 填空：

(1) $\sin 165^\circ = \underline{\quad} - \underline{\quad}$

(2) $\sin 435^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ 的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$

(4) 若 α 为锐角, 则 $\sin \alpha + \cos \alpha \underline{\hspace{2cm}} 1$ (填 $>$, $=$, $<$ 之一).

2. 如果 $\cos \alpha = \frac{15}{17}$, $\cos(\alpha + \beta) = \frac{3}{5}$, 并且 α 、 β 都是正锐角, 求 $\sin \beta$.

解:

1. 证明下列各式.

(1) $\sin \frac{2\pi}{13} \cos \frac{5\pi}{52} + \cos \frac{2\pi}{13} \sin \frac{5\pi}{52} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

证明:

$$(2) \sin \frac{3\pi}{19} \cos \frac{37\pi}{114} - \cos \frac{3\pi}{19} \sin \frac{37\pi}{114} = -\frac{1}{2}$$

证明：

$$(3) \frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \cos \beta}{2 \sin \alpha \sin \beta + \cos(\alpha + \beta)} = \operatorname{tg}(\beta - \alpha)$$

证明：

4. 设 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, 求证:

$$\begin{aligned} & \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma + \sin \beta \cos \gamma \cos \alpha + \sin \gamma \cos \alpha \cos \beta \\ & = \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma. \end{aligned}$$

证明:

4. 设 $\operatorname{tg} \alpha = \log_{10} 7$; $\operatorname{tg} \beta = \log_{10} 5$, 求证,

$$\sin(\alpha + \beta) - \cos \alpha \cos \beta = 0.$$

证明:

6. 如果方程 $x^2 - x \sin A \cos B + \sin C = 0$ 的两个根之和
等于两根之积的一半，求证： $\triangle ABC$ 是等腰三角形。

证明。