

拥有此书,便踏上了轻松学好数学的征程,便开始了良好思维习惯的培养

跟 **王金战** 轻松学数学

kg 宽高教育
www.kgedu.com

高考数学 轻松突破 120分理科

王金战 许永忠 著

新课标

- 他让倒数第一的学生考上了北大
- 他让准备放弃高考的学生成为理科状元
- 他的一个班有37人被北大、清华录取
- 另有10人被牛津、剑桥、耶鲁等世界名校录取
- 高考前猜了6道题,他让学生高考数学得到147分
- 他考前辅导学生2小时,能让学生至少提高20分

一条主线贯穿全书

一个智力正常的高中生,高考数学都有能力突破 120 分。

两大特色首次推出

老王独家错题本,金战格言伴你行。

三大理念引领高中数学复习革命

- ① 3:5:2: 一份高考数学试卷,30%的基础题,50%的中档题, $(30\%+50\%) \times 150 = 120$ 分。
- ② 跳出题海: 题不在多,而在精。对错题、难题紧抓不放。
- ③ 突出重点: 高考有规律可循,拿下理科数学 210 个考点。

外语教学与研究出版社

拥有此书，便踏上了轻松学好数学的征程，
便开始了良好思维习惯的培养。

★在理解的基础上，加以记忆，这是一个很好的办法。碰到记不住的公式，自己推导一下，就算考试时一时想不起来，现推都来得及。而且推导过几次，那个公式就逐步成为你永恒的记忆。

★好多学生没有领悟数学的特点。为了完成老师的作业，光去追求做题的数量，就像狗熊掰玉米，效果不知道。这样学数学，一般学不好。一道题做错了，不管是老师批改的，还是自己对答案对出来的，你应该立即反思，这道题错在哪儿？这样的反思不会耽误多长时间，但从此以后，就可以避免类似的错误，就能逐步学好数学。

★对试卷中出现的错误，有必要进行仔细归类，不能把错误简单地归结于马虎。如果你对丢的每一分按如下原因归类：粗心马虎、审题不严、概念不清、基本技能不过关、时间不够、过程不完整、能力不及等，你就会发现你的真正弱项，也就找到了下一步努力的方向。考试前最有效的复习方法，是做过去做错过的题目。所以对每次考试中做错的题，应重点标注并归类保存。

★做题遇到问题的时候，有时候需要退，一直退到原始的状态，你就知道问题出在哪儿了。做数学题得找到根源，一旦找到根源，问题就迎刃而解了。

★数学不动手想学好是不可能的，光抱着书看，好像看明白了，其实由于平时不动手，动手能力就越来越差，解题质量、解题速度这些基本技能就会严重地下降。

总策划：陈海权
责任编辑：张志纯 连静
封面设计：姜凯



一个学术性教育性
出版机构

网址：<http://www.fltrp.com>

ISBN 978-7-5600-9985-9



9 787560 099859 >

定价：49.00元

拥有此书,便踏上了轻松学好数学的征程,便开始了良好思维习惯的培养

跟 **王金战** 轻松学数学

 宽高教育
www.kgedu.com

高考数学 轻松突破 120分理科

王金战 许永忠 著

新课标

外语教学与研究出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

高考数学轻松突破 120 分. 理科 / 王金战, 许永忠著. — 北京: 外语教学与研究出版社, 2010.8
ISBN 978-7-5600-9985-9

I. ①高… II. ①王… ②许… III. ①数学课—高中—升学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 166391 号

出 版 人: 于春迟

责任编辑: 张志纯 连 静

封面设计: 姜 凯

出版发行: 外语教学与研究出版社

社 址: 北京市西三环北路 19 号 (100089)

网 址: <http://www.fltrp.com>

印 刷: 北京汇林印务有限公司

开 本: 889×1194 1/16

印 张: 28.5

版 次: 2010 年 9 月第 1 版 2010 年 9 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5600-9985-9

定 价: 49.00 元

* * *

购书咨询: (010)88819929 电子邮箱: club@fltrp.com

如有印刷、装订质量问题, 请与出版社联系

联系电话: (010)61207896 电子邮箱: zhijian@fltrp.com

制售盗版必究 举报查实奖励

版权保护办公室举报电话: (010)88817519

物料号: 199850001

轻松学数学

你知道数学对青少年有多重要吗？

青少年时期是一个人智力开发的关键时期，数学的主要作用就是开发智力，所以加里宁说：数学是思维的体操。我从三十年的教学经历中发现，一个学生如果数学学得很轻松，即使成绩暂时落后，关键时刻往往会赶上来，但一个学生如果数学学得吃力，往往后劲不足。

上大学时我学的就是数学，毕业三十年来又一直教数学，越教越觉得数学好玩、好学，越教越觉得数学很美、很酷，以至于我常常被数学的波澜壮阔之势、高瞻远瞩之能、对称和谐之美、茅塞顿开之境所陶醉。但当我听到很多学生抱怨学数学很难、很累、很烦时，内心充满了帮他们走出误区的责任感。其实学数学完全可以轻松快乐的。为了帮助广大的青少年找到轻松驾驭数学的方法。感受学习数学的乐趣，我联合了全国一批教学第一线的专家，和外研社一道，共同开发了这套从幼儿园一直到高三的轻松学数学系列辅导书。我自信地认为，这套书应该是国内首创也最适合青少年轻松阅读的。我们期望大家一旦拥有此书，便踏上了轻松学好数学的征程；我们期望，此书能帮助全中国的青少年养成良好的思维习惯。

如果我的理念得到了您的认可，您还可以到北京参加我所组织的“轻松学数学”特色辅导班。欢迎拨打我们的热线电话 010-82503431/82503185 或者上宽高学习网（www.kgedu.com）了解相关课程情况。

王金战

序言

很多孩子都抱怨：数学难学！学数学真苦真累，成天泡在题海中，成绩还是不理想。高考就让这数学拖后腿了。很多家长抱怨：我的孩子至少花了三分之一的时间在学数学，还是不见长进。看着孩子和家长在我博客上的留言，及电话诉苦，真让人心疼。

我高考前给孩子猜了六道题，就能让孩子高考数学得到147分；我高考前给学生面对面辅导一次，就能让学生多得20分；这足以说明，只要方法得当，数学可以轻松学好。这几年我一直有个想法，就是写一套能帮助所有学生减压，帮所有学生能轻松、快乐学习数学的书。跳出传统教材，依据新课程标准核心理念，在领悟其精髓的前提下，努力引导学生掌握学习数学的基本方法，培养举一反三的能力。目前已经推出了《数学是怎样学好的》、《考前30天必做60题》等，得到了读者的强烈认可，但一本是学习方法兴趣的，一本是考前冲刺的。不少学生和家长来信或电话，强烈要求我为他们写一本指导全程总复习的书。

一张高考数学试卷，易、中、难题的比例一般是3:5:2，现在有部分省市出现了4:4:2，也就是说80%的题目是基础题和中档题，20%的是难题。那么， $80\% \times 150 = 120$ 分，所以，高考里120分是中档及偏下的题目。只要你熟练掌握基本知识点，系统科学的复习，120分是每一个智力正常的学生都能做到的。反过来，如果一个学生高考得不到120分，不是智商问题，也不是做题量不够，而是把一些基本要求掌握的题做错了。我经常和学生们说，你看有些人亏不亏（傻不傻）？考试时他快速地把会做的题做错，然后腾出大量的时间，去啃那些不会做的题。所以，数学不好的学生最先需要解决的问题就是：该拿分的题确保拿分，决不放弃；该回避的题要舍得砍掉！

120分，一个并不太高的目标，却成了许多学生高不可攀的门坎。试想，如果你平时只能考七八十分，那么只数学一科，你与那些高手的差距就能达到70分，你还能有什么机会！而如果你能提到120分以上，至少就不会扯后腿了，但做到这一点并不难。

抱着这些理念，肩负着众多家长的期盼，我与好友许永忠共同编写了这本《高考数学轻松突破120分》。可以说，这里面凝聚着我们三十年来对高考数学的经验积淀。期望这本书，能够帮助更多的学子轻松面对数学、迅速提升成绩。

如果您喜欢这本书，如果您认同我的理念和风格，还可以来北京参加“高考数学轻松突破120分”特色辅导班。欢迎拨打我们的服务热线电话010-82503431/82503185。

书中有什么问题解决的，可以给我们发邮件jz_maths@163.com 或QQ: 1298443114 咨询，会有专职老师替您解决，给您辅导。期待您的好消息。

王金战

目录

第一章 集合与函数 1

第1课时 集合 2

第2课时 函数的概念及表示 7

第3课时 函数的单调性与最值 12

第4课时 函数的奇偶性与周期性 18

第5课时 一次函数与二次函数 23

第6课时 指数与指数函数 28

第7课时 对数与对数函数 33

第8课时 幂函数 38

第9课时 函数的图象及其变换 42

第10课时 函数的应用 48

金战考场1 (第1~10课时) 389

第二章 导数及其应用 54

第11课时 导数的计算及其几何意义 55

第12课时 导数的应用 (单调性、极值、最值) 60

第13课时 导数在生活中的应用 66

第14课时 定积分 71

金战考场2 (第11~14课时) 391

第三章 三角函数 76

第15课时 任意角的三角函数 77

第16课时 同角三角函数及诱导公式 82

第17课时 三角函数的图象与性质 86

第18课时 两角和与差的三角函数 95

第19课时 简单的三角恒等变换 103

第20课时 正弦定理和余弦定理 110

第21课时 正弦定理和余弦定理的应用 116

金战考场3 (第15~21课时) 393

第四章 数列 124

第22课时 数列的概念及简单表示法 125

第23课时 等差数列 129

第24课时 等比数列 134

第25课时 等差数列与等比数列的综合问题 139

第26课时 数列求和 144

第27课时 数列的综合应用 150

金战考场4 (第22~27课时) 395

第五章 不等式 155

第28课时 不等式的性质 156

第29课时 不等式的解法 160

第30课时 均值不等式 165

第31课时 二元一次不等式 (组) 与简单的线性规划问题 170

金战考场5 (第28~31课时) 397

第六章 平面向量 176

第32课时 平面向量的概念及线性运算 177

第33课时 平面向量基本定理及坐标表示 181

第34课时 平面向量的数量积 185

第35课时 平面向量的应用 189

金战考场6 (第32~35课时) 399

第七章 解析几何 194

第36课时 直线方程 195

第37课时 直线的位置关系和距离 199

第38课时 圆的方程 204

第39课时 直线与圆、圆与圆的位置关系 208

第40课时 椭圆 213

第41课时 双曲线 220

第42课时 抛物线 225

第43课时 直线与圆锥曲线的位置关系 232

第44课时 曲线与方程 240

金战考场7 (第36~44课时) 401

第八章 立体几何 246

第45课时 简单几何体 247

第46课时 三视图和直观图 252

第47课时 空间中点、线、面的位置关系 258

第48课时 空间中的平行关系 262

第49课时 空间中的垂直关系 267

第50课时 空间中的夹角与距离 274

第51课时 空间向量 282

金战考场8 (第45~51课时) 403

第九章 排列、组合、二项式定理 290

第52课时 计数原理 291

第53课时 排列与组合 295

第54课时 二项式定理 300

金战考场9 (第52~54课时) 405

第十章 概率、统计 304

第55课时 统计初步 305

第56课时 概率 311

第57课时 条件概率与事件的独立性 317

第58课时 随机变量及其分布列 323

第59课时 统计案例 330

金战考场9 (第55~59课时) 407

第十一章 算法 335

第60课时 算法与程序框图 336

第61课时 基本算法语句与算法案例 343

第十二章 复数、常用逻辑用语、推理与证明 348

第62课时 复数 349

第63课时 命题和充要条件 353

第64课时 逻辑联结词、全称量词和存在量词 357

第65课时 推理与证明 361

金战考场11 (第60~65课时) 409

第十三章 选考内容 368

第66课时 几何证明选讲 369

第67课时 坐标系与参数方程 377

第68课时 不等式选讲 383

金战考场12 (第66~68课时) 411

金战考场13 (第1~68课时) 413

金战考场14 (第1~68课时) 415

金战考场15 (第1~68课时) 417

金战考场16 (第1~68课时) 419

金战考场参考答案 421

第一章 集合与函数

集合、函数是高考的重要内容,在高考中一直占有重要的地位,分值一般在 20 左右.

高考对集合的考查主要体现在三个方面:一是考查集合间的基本关系,二是考查集合的运算,三是两者的结合或与函数、方程、不等式等内容综合考查.“小题目综合化”是这部分内容的一大命题趋势.题型以选择题为主,题目难度一般不大,以基础题、中档题为主.根据统计发现,近三年高考对集合的考查集中在集合的基本运算上,统计数据详见我的那本《轻松搞定新高考》.另外,命题者往往通过集合部分考查学生的运算求解能力、应用意识和创新意识,也经常以集合为载体命制信息迁移型问题,应予以足够的重视.

函数一直是高考考查的重点内容,是高考热点.函数的考查主要体现在三大块:一是函数的概念及性质,二是基本初等函数,三是函数的应用,主要是考查方程的根与函数的零点、函数模型及其应用和二分法.函数部分考查题型灵活,大小题皆有,并且容易题、中档题和难题都有.往往通过本章内容来考查学生的应用意识和创新意识.对函数的考查集中在分段函数、函数性质、函数图象以及基本初等函数等;函数部分的重点是函数的图象和函数的性质,要掌握好奇偶性、单调性的概念及其常见题型的解法.基本初等函数部分要把指数和对数的运算性质掌握熟练,防止由于计算出错导致大的错误,另外还要掌握好指数函数、对数函数和幂函数的图象和性质,特别是其单调性考查最多,要掌握牢固.

第 1 课时 集合

大纲解析

本课时常考知识点有:

- ① 集合的表示:列举法、描述法及图示法;
- ② 集合之间的包含与相等;
- ③ 集合的基本运算:并集、交集、补集的含义及计算;
- ④ 韦恩(Venn)图:能用韦恩图表示集合的关系及运算.

集合的含义、元素与集合的关系、全集与空集的含义等一般为了解层次的内容,不会作为考查的重点.集合的包含与相等、交集、并集、补集几个概念是本部分要重点掌握的概念.集合的表示、子集的判定、集合的运算、用韦恩图表达集合的关系及运算都要求较高,是高考命题的几个主要考点.从近几年高考来看,考得最多的是运算.

需要指出的是,新课标大纲强调了用韦恩图表达集合的关系及运算,因此新课标试卷中相应内容大大增加,应引起足够的重视.

知识梳理

1. 集合的概念

集合的三个性质: _____、_____和_____.

2. 集合的表示

(1) 列举法.适用于元素较少的集合,如 $\{1,2\}, \{(1,2)\}$.

(2) 描述法.适用于元素有规律的集合.一般形式是 $\{x|p(x), x \in A\}$,其中 $p(x)$ 表示 x 所满足的条件,当 A 为实数集 $\mathbf{R}$ 时可省略“ $x \in \mathbf{R}$ ”.

(3) 文氏图法.用圆、矩形等图形表示.

(4) 几个特定集合. $\mathbf{Z}$: _____, $\mathbf{N}$: _____, $\mathbf{N}^+$: _____, $\mathbf{Q}$: _____, $\mathbf{R}$: _____, $\mathbf{C}$: _____, $\emptyset$: _____.

(5) 用区间表示实数集合.

$[a,b]=$ _____, $(a,b)=$ _____,
 $(a,b]=$ _____, $[a,b)=$ _____,
 $(-\infty,a]=$ _____, $(-\infty,a)=$ _____,
 $_____$, $(a,+\infty)=$ _____, $[a,+\infty)=$ _____.

3. 元素、集合之间的关系

(1) 元素与集合: a 是集合 M 的元素记为 _____, a 不是集合 M 的元素记为 _____.

(2) 集合与集合: A 是 B 的子集,记作 _____ 或 _____. A 是 B 的真子集,记作 _____ 或 _____.规定 $\emptyset$ 是任何集合的 _____,是任何非空集合的 _____. n 个元素的集合共有 _____ 个子集.

4. 集合的运算

(1) 交集: $A \cap B =$ _____.

(2) 并集: $A \cup B =$ _____.

(3) 补集: $\complement_U A =$ _____.

5. 集合运算中两组常用的结论

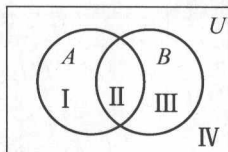
(1) ① $\complement_U(A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$; ② $\complement_U(A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

(2) ① $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$; ② $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$.

6. 用韦恩图表示集合运算

如图,左圆表示集合 A ,右圆表示集合 B ,矩形表示全集 U ,则

$I =$ _____, $II =$ _____, $III =$ _____, $IV =$ _____.



考点透析

考点 1. 集合的表示

集合的表示,高考时一般不单独命题,但考生往往因表达不当失分.特别是填空题,这种错误是致命的——解得正确答案后却因表达不准确而得了 0 分.表示集合的关键,一是采用恰当的方法,二是使用正确的形式.

例 1 用适当的方法表示下列集合:

- (1) 由所有不大于 6 的非负整数组成的集合;
- (2) 由所有被 3 除余 1 的自然数组成的集合;
- (3) 平面直角坐标系中第三象限内所有点的集合;

(4) 设 a, b 是非零实数,求 $y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$ 的所有值组成的集合.

解析 (1)、(4) 两个集合的元素较少,适合用列举法, (2)、(3) 两题元素都有无穷多个,且规律性较强,适合用描述法.

【答案】 (1) $\{0,1,2,3,4,5,6\}$;

(2) $\{x|x=3n+1, n \in \mathbf{N}\}$;

(3) $\{(x,y)|x<0,y<0\}$;

(4) 当 a, b 皆为正数时, $y = \frac{a}{b} + \frac{b}{b} + \frac{ab}{ab} = 3$;

当 a, b 一正一负时(不妨设 a 正 b 负), $y = \frac{a}{a} - \frac{b}{b} - \frac{ab}{ab} = -1$;

当 a, b 皆为负数时, $y = -\frac{a}{a} - \frac{b}{b} + \frac{ab}{ab} = -1$;

故由 y 的所有值所组成的集合为 $\{-1, 3\}$.

老王提醒:

集合的表示方法用得最多的是列举法和描述法,一定要注意采用正确的方法并注意格式要正确.有些题目要求结果必须用集合表示,如不等式的解集、函数的定义域等.

变式 1: 用适当方法表示下列集合:

(1) 满足 $\frac{6}{2-x} \in \mathbf{Z}$ 的整数 x 的集合;

- (2) 函数 $y = -x^2 + 6$ 图象上满足 $x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}$ 的点的集合;
 (3) 平面直角坐标系中不在第一象限的点的集合.

考点 2. 集合间的关系

集合间的关系有相等、子集、真子集等,其中子集是考查的重点.要能准确判定一个具体集合是否是另一个具体集合的子集.要注意知识梳理中有关子集的几个重要结论,解题时十分有用.

例 2 已知集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x | x^2 - 2ax + b = 0\}$, 若 $A \cap B = B \neq \emptyset$, 求实数 a, b 的值.

解析 $A \cap B = B \Rightarrow B \subseteq A$, 又 $B \neq \emptyset$, 所以集合 B 可能有 1 个元素,也可能有 2 个元素,因此需要讨论.

解: (1) 当 $B = \{-1\}$ 时, 方程 $x^2 - 2ax + b = 0$ 两根都是 -1 , 故 $(-1) + (-1) = 2a$, $(-1) \cdot (-1) = b$, 解得 $a = -1$, $b = 1$.

(2) 当 $B = \{1\}$ 时, 仿(1)求得 $a = 1, b = 1$.

(3) 当 $B = \{-1, 1\}$ 时, $(-1) + 1 = 2a$, $(-1) \cdot 1 = b$, 解得 $a = 0, b = -1$.

老王提醒:

在解有关子集的题目时,一定注意不要忽略空集.如本题若没有 $B \neq \emptyset$ 的条件,则还要考虑 $B = \emptyset$ 的情况.

变式 2: 若集合 $M = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, $N = \{x | ax + 2 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ 且 $N \subseteq M$, 则满足条件的实数 a 的集合是_____.

考点 3. 集合的运算

集合是高考的必考内容,而集合的运算是这部分内容的重中之重,大多数高考试卷都是考查集合的运算.题目难度一般很小,少数高考题目稍难,经常与后面内容综合.有些题目要先用其他知识化简给出的集合,然后再做运算.还有些题目要结合 Venn 图才容易解决.

例 3 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0\}$, $B = \{x | x < 0\}$. 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

解析 该问题的实质是方程 $x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0$ 至少有一个负实数根.直接讨论要分两负、一负一正、一负一零三种情况,而在有实数解的前提下,其反面是没有负根,即两根都大于或等于 0. 求出这种情况下 m 的范围,再求补集就可以了.

解: 当方程 $x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0$ 有实根时,其判别式 $\Delta \geq 0$,

$$\text{即 } 16m^2 - 8m - 24 \geq 0.$$

$$\text{解得 } m \leq -1, \text{ 或 } m \geq \frac{3}{2}.$$

$$\text{设全集 } U = \left\{ m | m \leq -1, \text{ 或 } m \geq \frac{3}{2} \right\}.$$

由题意知,本题即求方程 $x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0$ 至少有一个负实数根时,实数 m 的取值范围.我们先求方程 $x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0$ 的实数根均非负时,实数 m 的取值范围.

$$\text{由 } \begin{cases} \Delta \geq 0, \\ x_1 + x_2 \geq 0, \\ x_1 \cdot x_2 \geq 0 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} 16m^2 - 8m - 24 \geq 0, \\ 4m \geq 0, \\ 2m + 6 \geq 0. \end{cases}$$

$$\text{解得 } m \geq \frac{3}{2},$$

在全集 U 上取补集即得 $\{m | m \leq -1\}$.

老王提醒:

若全集取实数集 $\mathbf{R}$, 则还要考虑无实数解的情况. 这里全集取 $\Delta \geq 0$ 时 m 的集合,较为灵活,注意学习这种技巧.

变式 3: 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x - 1 > 0\}$, $B = \{x | x > 0\}$. 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

课时作业

A 基础题自测

1. (2010 · 宁夏卷) 已知集合 $A = \{x | |x| \leq 2\}$, $B = \{x | \sqrt{x} \leq 4, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $(0, 2)$ B. $[0, 2]$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6, 9\}$, $C = \{3, 7, 8\}$, 则 $(A \cap B) \cup C$ 等于 ()

A. $\{0, 1, 2, 6\}$ B. $\{3, 7, 8\}$
 C. $\{1, 3, 7, 8\}$ D. $\{1, 3, 6, 7, 8\}$

3. (2009 · 辽宁卷) 已知集合 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | x < -5 \text{ 或 } x > 5\}$, 则 $M \cup N =$ ()

A. $\{x | x < -5 \text{ 或 } x > -3\}$ B. $\{x | -5 < x < 5\}$
 C. $\{x | -3 < x < 5\}$ D. $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$

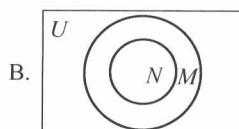
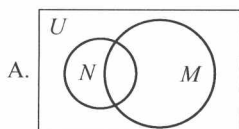
4. (2009 · 浙江卷) 设 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x > 0\}$, $B = \{x | x > 1\}$, 则 $A \cap \complement_U B =$ ()

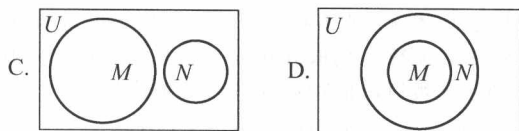
A. $\{x | 0 \leq x < 1\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 1\}$
 C. $\{x | x < 0\}$ D. $\{x | x > 1\}$

5. (2009 · 山东卷) 集合 $A = \{0, 2, a\}$, $B = \{1, a^2\}$, 若 $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$, 则 a 的值为 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

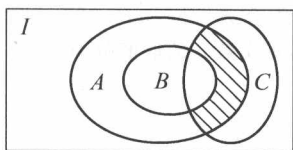
6. (2009 · 广东卷) 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 则正确表示集合 $M = \{-1, 0, 1\}$ 和 $N = \{x | x^2 + x = 0\}$ 关系的韦恩(Venn)图是 ()





B 中档题演练

- 已知集合 $P = \{y | y = x^2\}$, $Q = \{(x, y) | y = x^2\}$, 则一定有 ()
A. $Q \subseteq P$ B. $P \subseteq Q$ C. $P = Q$ D. $P \cap Q = \emptyset$
- 如果 $U = \{x | x \text{ 是小于 } 9 \text{ 的正整数}\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 那么 $\complement_U A \cap \complement_U B =$ ()
A. $\{1, 2\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{5, 6\}$ D. $\{7, 8\}$
- 如下图所示, I 是全集, A, B, C 是它的子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()



- $(A \cap B) \cap C$ B. $(A \cap \complement_I B) \cap C$
C. $(A \cap B) \cap \complement_I C$ D. $(\complement_I B \cap A) \cap C$
- 满足条件 $\{0, 1\} \cup A = \{0, 1\}$ 的所有集合 A 的个数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
 - 定义集合运算: $A * B = \{z | z = xy, x \in A, y \in B\}$. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$, 则集合 $A * B$ 的所有元素之和为 ()
A. 10 B. 12 C. 14 D. 18
 - (2009 · 江苏卷) 已知集合 $A = \{x | \log_2 x \leq 2\}$, $B = (-\infty, a)$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 $(c, +\infty)$, 其中 $c =$ _____.
 - (2010 · 重庆卷) 设 $U = \{0, 1, 2, 3\}$, $A = \{x \in U | x^2 + mx = 0\}$, 若 $\complement_U A = \{1, 2\}$, 则实数 $m =$ _____.
 - (2009 · 天津卷) 设全集 $U = A \cup B = \{x \in \mathbb{N}^* | \lg x < 1\}$, 若 $A \cap (\complement_U B) = \{m | m = 2n + 1, n = 0, 1, 2, 3, 4\}$, 则集合 $B =$ _____.
 - 已知非空集合 $M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若 $a \in M$, 则 $6 - a \in M$. 那么满足条件的集合 M 的个数为 _____.
 - 已知集合 $A = \{-1, 1, 3, 2m - 1\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$. 若 $B \subseteq A$, 则满足条件的实数 m 的集合为 _____.
 - 某班有学生 55 人, 其中体育爱好者 43 人, 音乐爱好者 34 人, 还有 4 人既不好体育也不好音乐, 求该班既爱好体育又爱好音乐的人数.

12. 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$.

- 若 A 中只有一个元素, 求 a 的值并求出这个元素;
- 若 A 中至多有一个元素, 求 a 的取值范围.

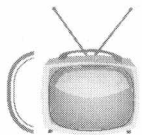
C 难题我破解

1. 已知 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$, 其中 $a \in \mathbb{R}$, 如果 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围.

2. 设 S 是由一些实数组成的集合, 且满足: ① $1 \notin S$; ② 若 $a \in S$, 则 $\frac{1}{1-a} \in S$. 解答下列问题:

- 若 $2 \in S$, 则 S 中必有其他两个元素, 求出这两个元素;
- 求证: ① $0 \notin S$; ② 若 $a \in S$, 则 $1 - \frac{1}{a} \in S$;
- 集合 S 能否只有一个元素? 说明理由.





老王独家：我的错题本

	错题数	错题比例	错误原因	错误知识点小结
基础题自测				
中档题演练				
难题我破解				

通过小小错题本，检查本课时所学知识。做错题不可怕，可怕的是下次还错。掌握基本知识、基本方法才是最重要的。我们的目标是：基础题不丢分，中档题多得分，难题能得分。高考数学轻松突破120分。

参 考 答 案

【知识梳理】

- 确定性 无序性 互异性
- (4) 整数集 自然数集 正整数集 有理数集 实数集 复数集 空集
 - $\{x|a \leq x \leq b\}$ $\{x|a < x < b\}$ $\{x|a < x \leq b\}$ $\{x|a \leq x < b\}$ $\{x|x \leq a\}$ $\{x|x < a\}$ $\{x|x > a\}$ $\{x|x \geq a\}$
- (1) $a \in M$ $a \notin M$
 - $A \subseteq B$ $B \supseteq A$ $A \subset B$ $B \supset A$ 子集 真子集 2^n
- (1) $\{x|x \in A, \text{且 } x \in B\}$ (2) $\{x|x \in A, \text{或 } x \in B\}$
 - $\{x|x \in U, \text{且 } x \notin A\}$
- $A \cap (\complement_U B)$ $A \cap B$ $(\complement_U A) \cap B$ $\complement_U (A \cup B)$

【考点透析】

变式 1: (1) $\{-4, -1, 0, 1, 3, 4, 5, 8\}$; (2) $\{(0, 6), (1, 5), (2, 2)\}$;
 (3) $\{(x, y)|x \leq 0 \text{ 或 } y \leq 0\}$.

变式 2: $\{-1, 0, \frac{2}{3}\}$ 【解析】 $M = \{-3, 2\}$, 下面对实数 a 分类讨论. 当 $a = 0$ 时, $N = \emptyset$, 满足题意;
 当 $a \neq 0$ 时, 则 $N = \{-\frac{2}{a}\}$, 由 $N \subseteq M$ 知 $-\frac{2}{a} = -3$ 或 $-\frac{2}{a} = 2$, 解得 $a = \frac{2}{3}$ 或 $a = -1$.

综上, 满足条件的实数 a 的集合是 $\{-1, 0, \frac{2}{3}\}$.

变式 3: 【解析】即是求不等式 $ax^2 + 2x - 1 > 0$ 有正数解时 a

的取值范围.

(1) 当 $a = 0$ 时, $A = \{x|x > \frac{1}{2}\}$, 成立.

(2) 当 $a > 0$ 时, $y = ax^2 + 2x - 1$ 的图象是开口向上的抛物线, 故 $ax^2 + 2x - 1 > 0$ 一定有正实数解, 故此时也成立.

(3) 当 $a < 0$ 时, $y = ax^2 + 2x - 1$ 的图象是开口向下的抛物线, 故 $ax^2 + 2x - 1 > 0$ 有正实数解的条件是 $\Delta = 4 + 4a > 0$, 解得 $a > -1$, 即 $-1 < a < 0$.

综上所述, a 的取值范围是 $a > -1$.

【课时作业】

A 基础题自测

- D 【解析】由已知得 $A = \{x|-2 \leq x \leq 2\}$, $B = \{0, 1, \dots, 16\}$, 所以 $A \cap B = \{0, 1, 2\}$.
- C 【解析】 $\because A \cap B = \{1, 3\}$, $C = \{3, 7, 8\}$, $\therefore (A \cap B) \cup C = \{1, 3, 7, 8\}$.
- A 【解析】画数轴很容易得出答案.
- B 【解析】 $\complement_U B = \{x|x \leq 1\}$.
- D 【解析】由 $A \cup B = \{0, 1, 2, a, a^2\}$ 知 $a = 4$.
- B 【解析】 $N = \{-1, 0\} \subseteq M$, 只有 B 适合.

B 中档题演练

- D 【解析】集合 P 是数集, 而集合 Q 为点集, 所以 P 与 Q 无公共元素, 故选 D.
- D 【解析】可利用 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U (A \cup B)$.
- B 【解析】在集合 B 外等价于在 $\complement_U B$ 内, 因此阴影是 A .

$\cap B$ 和 C 的公共部分.

4. D 【解析】 $\because \{0,1\} \cup A = \{0,1\}, \therefore A \subseteq \{0,1\}$, 故满足条件的集合 A 的个数为 2^2 个.
5. C 【解析】由题意知 $A * B = \{2,4,8\}$ (注意互异性), 故选 C.
6. 4 【解析】 $A = (0,4] \subseteq (-\infty, a)$, 结合数轴知应有 $a > 4$, 故 $c = 4$.
7. -3 【解析】 $A = \{0,3\}$, 则 $m = -3$.
8. $\{2,4,6,8\}$ 【解析】 $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}, A \cap (\complement_U B) = \{1,3,5,7,9\}, \therefore B = \{2,4,6,8\}$.
9. 7 【解析】由题意可将 1 和 5 看成一个元素, 2 和 4 看成一个元素, 3 单独一个元素, 这样共三个元素, 集合 M 的个数即为这三个元素所组成的集合的非空子集的个数, 即为 $2^3 - 1 = 7$.
10. $\{-1\}$ 【解析】 $\because B \subseteq A, \therefore m^2 = 1$ 或 $m^2 = 2m - 1$, 结合集合元素的互异性可得 $m = -1$, 故满足条件的实数 m 的集合为 $\{-1\}$.
11. 【解析】全班分 4 类人, 设既爱好体育又爱好音乐的有 x 人; 仅爱好体育的有 $(43-x)$ 人; 仅爱好音乐的有 $(34-x)$ 人; 既不爱好体育又不爱好音乐的有 4 人. $\therefore (43-x) + (34-x) + x + 4 = 55$, 解得 $x = 26$. 所以该班既爱好体育又爱好音乐的人数为 26.
12. 【解析】(1) 当 $a = 0$ 时, 原方程为一元一次方程 $2x + 1 = 0$, 满足题意. 所求元素即为这个方程的解 $-\frac{1}{2}$; 当 $a \neq 0$ 时, 由题意知方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 只有一个实根, $\therefore \Delta = 0$, 解得 $a = 1$; 所求元素即为方程 $x^2 + 2x + 1 = 0$ 的唯一实根 -1 . $\therefore a$ 的值为 0 或 1, $a = 0$ 时, A 中的元素为 $-\frac{1}{2}$; $a = 1$ 时, A 中的元素为 -1 .
- (2) 若 $a \neq 0$, 则由题意知方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 只有一个实

根或无实根, $\therefore \Delta \leq 0$, 解得 $a \geq 1$.

若 $a = 0$, 则原方程为一元一次方程, 显然满足条件. $\therefore a$ 的取值范围是 $a \geq 1$ 或 $a = 0$.

C 难题我破解

1. 【解析】化简得 $A = \{0, -4\}$, $\therefore$ 集合 B 的元素都是集合 A 的元素, $\therefore B \subseteq A$.
- (1) 当 $B = \emptyset$ 时, $\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) < 0$, 解得 $a < -1$;
- (2) 当 $B = \{0\}$ 或 $\{-4\}$ 时, $\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) = 0$, 解得 $a = -1$, 此时 $B = \{0\}$, 满足 $B \subseteq A$;
- (3) 当 $B = \{0, -4\}$ 时, $\begin{cases} -2(a+1) = -4 \\ a^2 - 1 = 0 \end{cases}$, 解得 $a = 1$.
- 综上所述, 实数 a 的取值范围是 $a = 1$ 或 $a \leq -1$.
2. 【解析】(1) 解: $\because 2 \in S, \therefore \frac{1}{1-2} = -1 \in S, \therefore \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2} \in S$, 因此, 若 $2 \in S$, 则 S 中必有其他两个元素 -1 和 $\frac{1}{2}$.
- (2) 证明: ① 反证法: 若 $0 \in S$, 则 $\frac{1}{1-0} = 1 \in S$, 矛盾.
- ② $\because a \in S, \therefore \frac{1}{1-a} \in S, \therefore \frac{1}{1-\frac{1}{1-a}} = 1 - \frac{1}{a} \in S$.
- (3) 解: 集合 S 中不能只有一个元素, 用反证法证明如下: 假设 S 中只有一个元素, 则有 $a = \frac{1}{1-a}$, 即 $a^2 - a + 1 = 0$, 该方程没有实数解, $\therefore$ 集合 S 中不能只有一个元素.
- 事实上, 由已知及 (2) 知, 若 $a \in S$, 则 $\frac{1}{1-a} \in S, 1 - \frac{1}{1-a} \in S$. 而 $a, \frac{1}{1-a}, 1 - \frac{1}{1-a}$ 是两两不等的 (反证法即可证明), 故集合 S 至少有三个元素.



第2课时 函数的概念及表示

大纲解析

常考知识点有:

- ① 求函数的定义域和值域;
- ② 选择恰当的方法(如图像法、列表法、解析法)表示函数;
- ③ 分段函数的有关问题.

新课标中对映射的概念要求很低,因此高考中极少涉及.定义域问题既可以直接考查,也可以间接考查,但值域问题一般都有一定难度,虽然课本上出现较少,但高考中却时常出现,因此对一些常用方法要熟练掌握.分段函数高考中涉及很多,且有时题目还有一定难度,要引起足够重视,对常见的处理方法也要熟练掌握.

本部分的另一个重点内容是函数的图象,在高考中考查较多,且花样经常翻新,常见题型有画图、给定函数判定图象的大致形状、根据图象判断函数性质、结合图象灵活解决某些问题等.有时还将一个函数与其导函数的图象或实际问题联系起来,灵活性较大.要熟练掌握一些重要函数的图象,如一次函数、二次函数、三次函数、指数函数、对数函数、幂函数、三角函数等.

知识梳理

1. 函数的概念

(1) 定义:设 A, B 是_____,如果按照某种确定的对应关系 f ,使对于集合 A 中的任意一个数 x 在集合 B 中都有_____和它对应,那么就称 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数,记作 $y = f(x), x \in A$. 其中 x 叫做自变量, x 的取值范围 A 叫做函数的_____;与 x 的值相对应的 y 的值叫做函数值,函数值的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ 叫做函数的_____.值域是集合 B 的子集.

(2) 函数的三要素:_____,_____及_____称为函数的三要素.在函数的三要素中起决定性作用的是_____,定义域及对应关系确定了,这个函数就唯一确定了.

2. 映射

设 A, B 是两个集合,如果按照某种确定的对应关系 f ,使对于集合 A 中的任意一个元素在集合 B 中都有唯一确定的元素和它对应,那么这样的对应就称为从集合 A 到集合 B 的映射,记作 $f: A \rightarrow B$.

函数是特殊的映射:集合 A, B 都是数集.映射是特殊的对应:不允许一对多.

3. 函数的表示方法

函数的表示方法主要有三种:_____,_____,_____.

分段函数:在定义域的不同部分上有不同的解析式,这样的函数称为分段函数.

4. 定义域的求法

(1) 通常情况下,定义域是由使表达式有意义的所有自变

量的值构成的集合.常见情况有: $\frac{g(x)}{f(x)}$:_____, $\sqrt[n]{f(x)}$ ($n \in \mathbb{N}^*$):_____, $f(x)^0$:_____, $\log_{f(x)} g(x)$:_____, $\tan x$:_____.

(2) $f(x) (x \in A)$ 形式的函数其定义域为 A ,而不是使表达式有意义的所有自变量的值构成的集合.

(3) 当变量有实际意义时,要考虑自变量的实际意义.

考点透析

考点4. 求函数的定义域

求函数定义域是常考题型,一般要结合不等式以及基本初等函数的性质等.具体函数的定义域是该题型的重点.有些题目有一定的灵活性.注意定义域一定要写成集合或区间的形式.

例1 (1) 求函数 $y = \frac{(x+1)^0}{\sqrt{|x|-x}}$ 的定义域.

(2) 若函数 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 求 $f(x)$ 的定义域.

(3) 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 求 $f(2x-1)$ 的定义域.

解析 (1) 由 $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ |x|-x > 0 \end{cases}$ 解得 $x < 0$ 且 $x \neq -1$. 故函数 $y = \frac{(x+1)^0}{\sqrt{|x|-x}}$ 的定义域为 $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$.

(2) $\because$ 函数 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[0, 1]$, $\therefore 0 \leq x \leq 1$, $\therefore -1 \leq 2x-1 \leq 1$.

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 1]$.

(3) 由 $0 \leq 2x-1 \leq 1$, 得 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$, $\therefore$ 函数 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[\frac{1}{2}, 1]$.

老王提醒:

对于已知表达式的函数求定义域问题,要明确常见的约束条件.表达式未知的函数(抽象函数)的定义域问题,除了注意函数定义域的意义外,还要注意对应关系所作用的对象取值范围是不变的,即 $f(\star)$ 中 $\star$ 处无论是单个字母还是表达式,对同一个函数而言,其范围相同.

变式1: (1) 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 $[a, b]$, 其中 $a < 0 < b$, $|a| > b$. 求函数 $g(x) = f(x) + f(-x)$ 的定义域.

(2) 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$. 试求函数 $y = f(x+a) + f(x-a) (a > 0)$ 的定义域.

考点 5. 求函数的解析式

求函数的解析式是一种重要题型,高考中考查频率相当高.形式多种多样,有时是根据一个抽象表达式求函数表达式,有时根据实际问题求函数表达式,有时是知道函数某一部分的图象或表达式,求其他部分的表达式等等.

例 2 (1) 已知 $f(2x+1)=4x^2-2x$, 求 $f(x)$;

(2) 已知 $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=2x+3$, 求 $f(x)$.

解析 (1) 题常见方法有三种:凑左边、凑右边和换元法,解题时可以合理选用.(2) 题关键是利用好 x 与 $\frac{1}{x}$ 互为倒数这个关系,构造方程组解决问题.

(1) 解法一(凑右边) $f(2x+1)=(2x+1)^2-3(2x+1)+2$,
 $\therefore f(x)=x^2-3x+2$.

解法二(凑左边) $f(x)=f\left(2\times\frac{x-1}{2}+1\right)=4\left(\frac{x-1}{2}\right)^2-2\left(\frac{x-1}{2}\right)=x^2-3x+2$.

解法三(换元法) 设 $2x+1=t$, 则 $x=\frac{t-1}{2}$, $\therefore f(t)=4\left(\frac{t-1}{2}\right)^2-2\left(\frac{t-1}{2}\right)=t^2-3t+2$,
 $\therefore f(x)=x^2-3x+2$.

(2) 将等式中每个 x 都换成 $\frac{1}{x}$, 得 $f\left(\frac{1}{x}\right)+2f(x)=\frac{2}{x}+3$,

与原式联立,得 $\begin{cases} f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=2x+3, & \text{①} \\ f\left(\frac{1}{x}\right)+2f(x)=\frac{2}{x}+3, & \text{②} \end{cases}$

(② $\times 2$ -①) $\div 3$ 得 $f(x)=\frac{4}{3x}-\frac{2x}{3}+1$.

老王提醒:

(1) 的 3 种解法各有特点,是该类问题的通法.对不同的题来讲 3 种方法并不总是都行得通,因此最好都掌握住并能灵活运用.这种题型在高考中经常作为大题的一部分出现,因此要引起足够重视.(2) 的解法中用到了方程思想,并灵活运用了 x 与 $\frac{1}{x}$ 互为倒数这个关系,构造了一个含有 $f(x)$ 和 $f\left(\frac{1}{x}\right)$ 的方程组.这些都是重要的思想方法,创新题型往往由此产生.

变式 2: (1) 已知 $f(x+1)=2x^2+1$, 求 $f(x-1)$.

(2) 已知 $3f(x)-2f(-x)=2x^2-3$, 不求 $f(x)$ 的解析式直接求 $f(0), f(2)$.

考点 6. 分段函数求值

分段函数求值是高考的热点之一,一般以选择或填空的形式给出,难度较小.有时会出现已知函数值反求自变量的题目,思考时要全面.有时还会与不等式结合.

例 3 函数 $f(x)=\begin{cases} \sin(\pi x^2), & -1 < x < 0, \\ e^{x-2}, & x \geq 0 \end{cases}$, 若 $f(2)+f(a)=2$, 求 a 的值.

解析 可先求出 $f(2)$, 再根据 $f(a)$ 的值反求 a .

$f(2)=e^{2-2}=1$, $\therefore f(a)=2-f(2)=1$.

当 $a \geq 0$ 时, $f(a)=e^{a-2}=1$, $\therefore a=2$.

当 $-1 < a < 0$ 时, $f(a)=\sin(\pi a^2)=1$.

$0 < \pi a^2 < \pi$, $\therefore \pi a^2 = \frac{\pi}{2}$, $a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

综上可知 $a=2$ 或 $a=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

老王提醒:

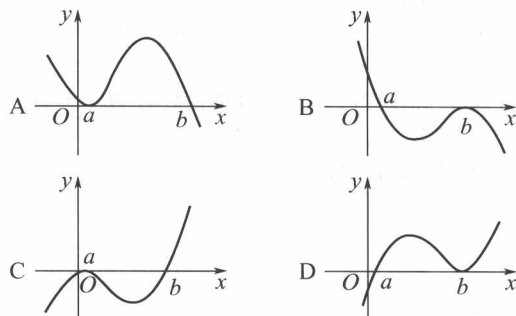
处理分段函数问题的原则是:分段函数分段处理,即通过分段讨论函数在各段上的性质而得到全局性质.由于这种题能很好地考查分类讨论的思想,因此高考命题者对分段函数特别青睐.

变式 3: 设 $f(x)=\begin{cases} 2e^{x-1}, & x < 2, \\ \log_3(x-1), & x \geq 2. \end{cases}$ 若 $f(f(a))=2$, 求 a .

考点 7. 函数的图象

函数图象是高考又一热点.题型既可能是选择题,也可能是填空题,大题中也经常出现.内容上既有普通初等函数,也有分段函数或复合函数.解决这类问题的关键是掌握好基本初等函数的图形和性质.

例 4 (2009·安徽卷) 设 $a < b$, 函数 $y=(x-a)^2(x-b)$ 的图象可能是 ()



【答案】C

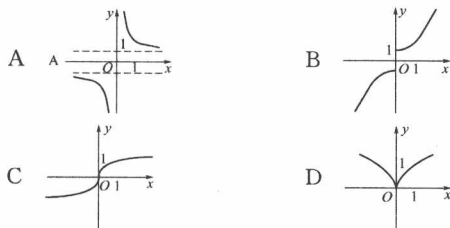
解析 当 $x < b$ 时, $y \leq 0$, 只有 C 符合.



老王提醒:

该类问题的解法技巧是:认真分析函数性质,不求全面,巧妙利用某一个或几个特殊性质,对比各图形快速找到正确答案.

变式 4: (2009·山东卷)函数 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ 的图像大致为

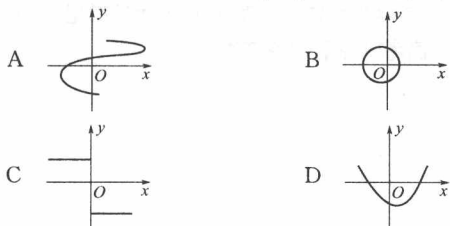


课时作业



A 基础题自测

1. 下图中可以表示函数 $y=f(x)$ 的图象的一个是 ()



2. 下列对应是从集合 A 到 B 的映射的是 ()

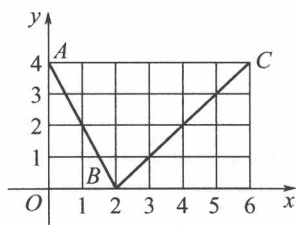
- (1) $A=\mathbf{N}, B=\mathbf{N}^*,$ 对应关系 $f: x \rightarrow y = |x-1|;$
 (2) $A=\mathbf{R}, B=\mathbf{R},$ 对应关系 $f: x \rightarrow y = \frac{1}{x};$
 (3) $A=\mathbf{R}, B=\mathbf{R},$ 对应关系 $f: x \rightarrow y = x^2;$
 (4) $A=\mathbf{N}, B=\mathbf{R},$ 对应关系 $f: x \rightarrow y = \pm\sqrt{x}.$
- A. (3) B. (1)和(3)
 C. (2) D. (2)和(4)

3. 函数 $y = \sqrt{x(x-1)} - \sqrt{x}$ 的定义域为 ()

- A. $\{x|x \geq 0\}$ B. $\{x|x \geq 1\}$
 C. $\{x|x \geq 1\} \cup \{0\}$ D. $\{x|0 \leq x \leq 1\}$

4. 若 $f(x+1) = x^2 + 2x,$ 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}, f(x-1) = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 如图,函数 $f(x)$ 的图象是折线段 $ABC,$ 其中 A, B, C 的坐标分别为 $(0, 4), (2, 0), (6, 4),$ 则 $f(f(f(0))) = \underline{\hspace{2cm}}.$



6. 已知 $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1-x^2}{1+x^2},$ 则 $f(x)$ 的解析式为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

B 中档题演练

1. 集合 $M=\{a, b, c\}, N=\{-1, 0, 1\},$ 映射 $f: M \rightarrow N$ 满足 $f(a)+f(b)+f(c)=0,$ 那么映射 $f: M \rightarrow N$ 的个数是 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

2. (2009·福建卷)下列函数中,与函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 有相同定义域的是 ()

- A. $f(x) = \ln x$ B. $f(x) = \frac{1}{x}$
 C. $f(x) = |x|$ D. $f(x) = e^x$

3. (2009·山东卷)定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(4-x), & x \leq 0, \\ f(x-1) - f(x-2), & x > 0 \end{cases}$ 则 $f(3)$ 的值为 ()

- A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

4. 若 $f(x^2-1)$ 的定义域为 $[-1, 2],$ 则 $f(x)$ 的定义域为 ()

- A. $[0, 4)$ B. $[-2, 1)$ C. $[0, 3)$ D. $[-1, 3)$

5. (2009·天津卷)设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & x \geq 0, \\ x + 6, & x < 0 \end{cases}$ 则不等式 $f(x) > f(1)$ 的解集是 ()

- A. $(-3, 1) \cup (3, +\infty)$ B. $(-3, 1) \cup (2, +\infty)$
 C. $(-1, 1) \cup (3, +\infty)$ D. $(-\infty, 3) \cup (1, 3)$

6. 函数 $y = \sqrt{32-2x^2} + \lg \sin x + \frac{1}{x^3}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

7. 设 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的函数,且满足 $f(0)=1,$ 并且对任意的实数 x, y 都有 $f(x-y) = f(x) - y(2x-y+1),$ 求 $f(x).$

C 难题我破解

1. 若函数 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2},$ 求 $f(1) + f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f(4) + f\left(\frac{1}{4}\right).$

2. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{ax+b}, f(2)=1$ 且方程 $f(x) - x = 0$ 有唯一解,求 $f(x)$ 的解析式.