

國民中學

數學教師手冊

第一冊

G6346
22.1/

國立編譯館主編

中華民國七十五年八月 正式本初版
中華民國七十八年八月 改編本初版

國民學 數學教師手冊 第一冊

定價：（由教育部核定後公告）

主編者 國 立 編 譯 館

編審者 國立編譯館國民中學數學科教科用書編審委員會

主任委員 陳昭地

委員 方炎明 方稚芳 李姈輝 李恭晴
李嘉淦 邱日盛 林秀珍 易新鼎
翁正明 翁俊雄 徐西楠 陳俊生
陳冒海 屠耀華 郭生玉 黃敏晃
黃登源 葉見登 蕭龍生 鄭再添
謝志雄 顏啟麟

編輯小組 李恭晴 陳昭地 陳冒海 屠耀華
黃敏晃 黃登源 鄭再添 顏啟麟

總訂正 陳昭地

插圖繪製 莊紋岳 蔡明穎

出版者 國 立 編 譯 館

地址：臺北市古亭區 10770 舟山路二四七號
電話：三六二六一七一

印行者 九十一書局

經銷者 臺灣書店

辦公地址：臺北市城中區 10023 忠孝東路一段一七二號
電話：三九二二八六一·三九二二八六七
門市：臺北市城中區 10023 忠孝東路一段一七二號
電話：三九二二八八四三
郵撥帳號：○○○七八八二一五

印刷者 內文：宏章印刷有限公司
封面：

編 輯 大 意

- 一、本書是根據民國七十四年四月教育部修訂公布的國民中學數學課程標準，並配合七十八學年度起逐年改編之國民中學數學教科書編輯而成，供教師使用。
- 二、本書共分四冊，每學期一冊，供國民中學第一、二年級數學科教學參考之用。
- 三、本書各章包括教學目標與時數、教材摘要、教材地位分析、教學方法與注意事項、教學媒體舉例、教學活動舉例、評量應注意事項、充實教材、參考資料及習題簡答等項目，供教師教學參考之用。
- 四、各單元之教學除應注意本手册中所列舉的認知目標外，尚應兼顧技能與情意之教學目標。
- 五、敬請全國國民中學教師就使用本書時所遭遇的實際問題，提出具體改進意見，隨時通知國立編譯館，以供修訂時之參考。

國民中學數學教師手冊 第一冊

目 次

第一章 量與數

壹、教學目標與時數.....	1
貳、教材摘要.....	2
參、教材地位分析.....	2
肆、教學方法與注意事項.....	3
伍、教學媒體舉例.....	9
陸、教學活動舉例.....	13
柒、評量應注意事項.....	20
捌、充實教材.....	26
玖、參考資料.....	26
拾、習題簡答.....	60

第二章 整數與分數的四則計算

壹、教學目標與時數.....	64
貳、教材摘要.....	66
參、教材地位分析.....	67
肆、教學方法與注意事項.....	67
伍、教學媒體舉例.....	71
陸、教學活動舉例.....	74
柒、評量應注意事項.....	81
捌、充實教材.....	82
玖、參考資料.....	85
拾、習題簡答.....	115

第三章 一元一次方程式

壹、教學目標與時數.....	118
貳、教材摘要.....	119
參、教材地位分析.....	120
肆、教學方法與注意事項.....	120
伍、教學媒體舉例.....	126
陸、教學活動舉例.....	132
柒、評量應注意事項.....	141
捌、充實教材.....	143
玖、參考資料.....	144
拾、習題簡答.....	164

第四章 簡單的幾何圖形

壹、教學目標與時數.....	168
貳、教材摘要.....	168
參、教材地位分析.....	169
肆、教學方法與注意事項.....	169
伍、教學媒體舉例.....	170
陸、教學活動舉例.....	172
柒、評量應注意事項.....	181
捌、充實教材.....	181
玖、參考資料.....	181
拾、習題簡答.....	183

第一章 量與數

壹、教學目標與時數

1-1 量的計算（教學時數：2～3節）

1. 能舉例說明用數量適當地表示長短、輕重和大小等的需要性。
2. 知道日常生活中使用公制和英制度量單位的事實。
3. 能利用查表作有關不同單位的換算。
4. 了解數量的計算可以轉換成數的計算。
5. 能舉例說明一個算式可以解決幾個不同的日常生活問題。

1-2 數的大小關係與數線（教學時數：3～4節）

1. 了解同類量才可以比較大小，不同類量不能比較大小。
2. 能舉例說明數量大小關係的兩個性質——三一律與遞移律。
3. 了解數線的要素——原點、正向和單位長。
4. 對於數線上的已知點，能說出這點所表示的數。
5. 紿一個數，能在數線上找到表示這個數的點。

1-3 加法與減法的圖示（教學時數：2節）

1. 了解數的大小與它在數線上對應點的位置關係。
2. 能在數線上用圖示的方法求出兩數的和或差。

（以上所說的數只限於零、正整數、正分數或正小數。）

1-4 負數及其圖示（教學時數：3節）

1. 能用生活上的例子來描述負數的意義。
2. 了解一個負數，能在數線上找到表示它的點。
3. 了解通常在水平數線上表示負數的點都在原點的左邊，表示正數的點都在原點的右邊。
4. 能指出表示正、負數的性質符號。
5. 了解正負數的大小關係。

6.了解正負數的大小與它們在數線上對應點的位置關係。

1-5 絶對值（教學時數：1～2節）

- 1.能由數線上的點與原點之間的距離，說出數的絕對值的意義。
- 2.能指出表示一個數的絕對值的符號。

貳、教材摘要

本章教材主要是將學生在國小已習過有關數量的知識，作適當的補充說明，並加以延伸，很自然地引入新教材。茲將本章各節教材的概要略述如下：

第一節是以實例讓學生認識溫度、長短、輕重和大小等等均可用數量作客觀、適當及正確的表示。其次介紹公制、英制單位及它們的換算方法，進而介紹量的數化概念。利用這個概念，將量的計算簡化成數的計算。

第二節是從量的大小關係性質中得出數的大小關係性質，並介紹數線，說明數與數線上的點的對應關係。

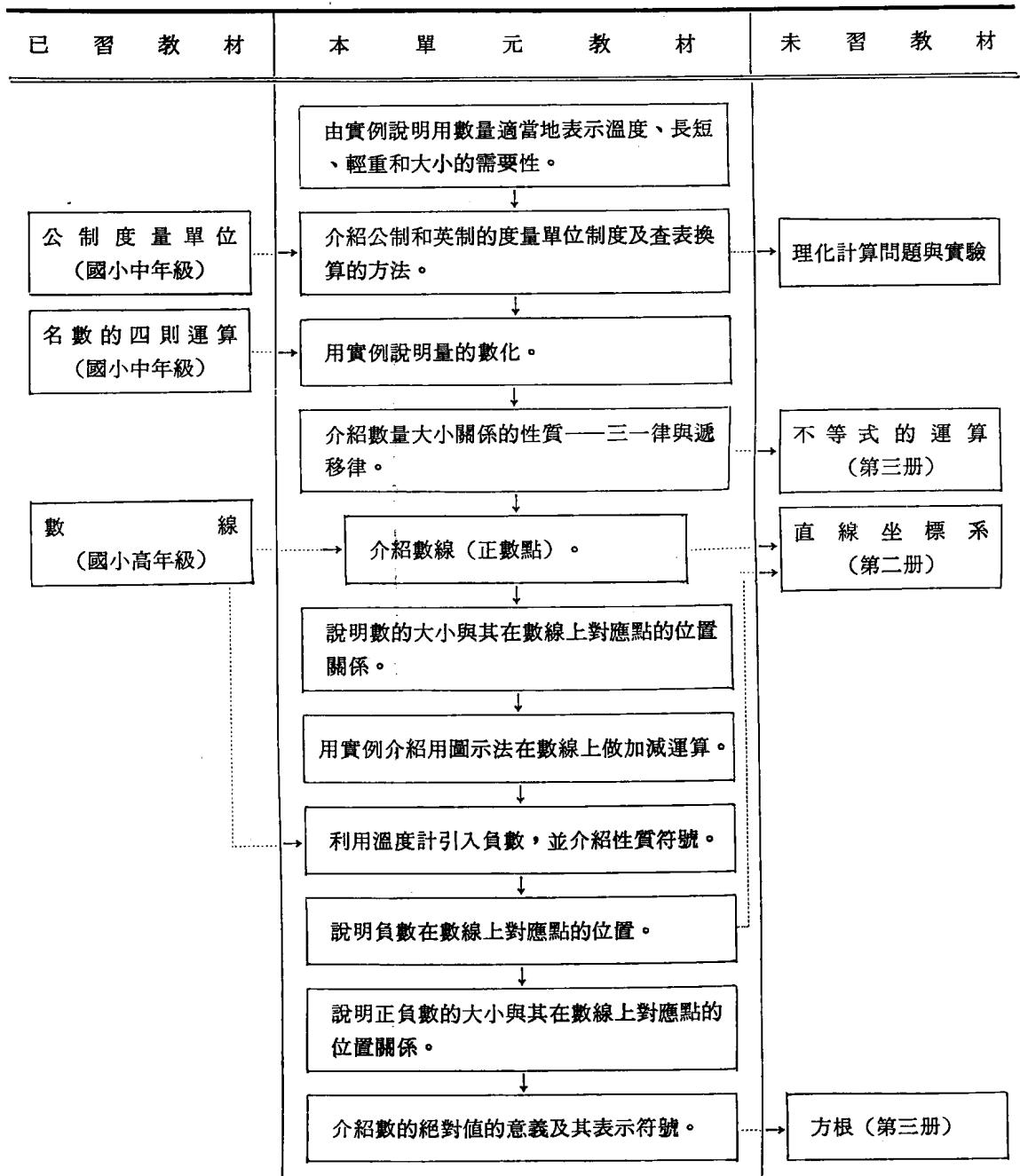
第三節是利用數與數線上點的對應關係，用具體的圖示方法，將抽象的數的大小關係及加減運算表達出來。

第四節是用實例引入負數，將數的領域擴大到正負整數、正負分數及正負小數，並介紹性質符號，以及在數線上描出負數的方法，進而說明這些數的大小與它們在數線上對應點的位置關係。

最後一節是利用數線上的點與原點之間的距離，來介紹這點所表示的數的絕對值之意義及其符號。

參、教材地位分析

本章教材與國小數學教材的聯繫及將來的發展，可用下面的流程圖明顯的表示出來。



肆、教學方法與注意事項

1-1 量的計算

1. 國中數學與國小數學是兩個不同的階段，國小階段通常採用具體操作的方式來教學；

國中階段則逐漸加重思考推理的訓練。本節教材大部分在國小數學裏已經學習過，學生不會感到陌生，教學時宜常常指出為什麼要這樣做，讓學生感到另有一番思考的境界，而引起學習的興趣，消除恐懼數學的心理。

2. 從多舉例題著手，如王君長得好高，李君跑得很快，張君等了一盞茶功夫，這些都不能正確地表示出王君長得多高，李君跑得多快，張君等了多久。須用數量才能適當地表示王君的身高，李君奔跑的速度，張君等候時間的久暫。

3. 本節所附的公制大多在國小數學課本可以找到，尤其是從國小數學課本第十二冊最後一個單元的第(8)、(9)兩題練習（參見：參考資料 9），更可知道學生在進入國中不久前才剛完成復習而已，這裏教師不妨就此事實再用口頭問答作扼要地復習，並介紹附表一。

4. 學生雖然熟悉公制度量單位的計算，但是究竟 1 公尺有多長，1 公斤有多重，可能沒有明確的概念，所以在隨堂練習中，要學生先觀察 1 公尺的長短，再來估計黑板的長與寬；先輪流衡量 1 公斤的輕重，再估計老師準備的物體有多重。老師準備的物體以約重 2 ~ 5 公斤為宜。以期達到實用的目的，培養手腦並用、腳踏實地的精神。

5. 以日常生活中用呎、磅為計算單位的東西為例，引入英制度量單位，並介紹附表二，說明英制大小單位名稱與換算比率，及英制與公制同類單位之間的換算公式。但是這些單位名稱、換算比率及換算公式，切勿令學生強記硬背，應聽其自然，常用者自能記牢，不常用者記亦無用。祇須加強學生的查表計算能力就可以了。

6. 有關“咖啡的重量是以磅為單位”係指需經煮泡的咖啡而言，市面上罐裝的咖啡經常可以看到其淨重以盎斯（噃）為單位。

7. 有關單位換算的應用多為基準量與比較量的四則運算，可以多用圖解方式配合說明，請參閱國小數學課本第十二冊四則應用(一)，民國七十七年一月五版。

8. 多舉實例，仿照課本說明如何將量的計算簡化為數的計算，指出許多問題可以用同一個算式模型來解決；並讓學生自己舉例說明，他們的例子可能多會取自於已習國小數學課程的內容。

9. 自我評量 1-1 中第 5 題涉及速率（時速）、距離與時間的關係：

$$\text{距離} \div \text{時間} = \text{速率}$$

請參閱國小數學課本第十冊有關速率單元，以為補救教學取材之用。

10. 自我評量 1-1 中第 6 題涉及容積概念，亦為國小五年級已習之數學教材，請參閱參考資料 10，以為補救教學取材之用。

1-2 數的大小關係與數線

1. 以 5 公尺布與 20 公斤米為例，說明不是同類量不能比較大小。若用元為單位來表示布

與米的價錢，則變爲同類量，就可以比較大小了。又如籃球與蘋果不是同類事物，本來是不能相互比較的。如果現在有五個籃球與十個蘋果，究竟是籃球的個數多，還是蘋果的個數多呢？既然兩者都是以“個”做單位，就可以比較了。教師可再多舉例子說明，讓學生自己做結論，說明怎樣量才能比較大小，以培養學生綜合歸納的能力。

2. 以過去的氣溫來預測明天的氣溫；以某生現在的成績來估測該生未來的成績；或再舉其他實例，可歸納出甲乙兩個同類量之間，必有且僅有下列三種關係的一種：

甲量大於乙量、甲量等於乙量、甲量小於乙量

這種性質叫做三一律。

3. 多舉幾個比較三個同類量的實例，說明下面的性質：

設甲、乙、丙是三個同類量。

如果甲量大於乙量，且乙量大於丙量，則甲量大於丙量。

如果甲量等於乙量，且乙量等於丙量，則甲量等於丙量。

如果甲量小於乙量，且乙量小於丙量，則甲量小於丙量。

這種性質叫做遞移律。

4. 三一律與遞移律兩個名詞，在課文中沒有出現，是希望學生不要只背條文而不去了解其意義。教師如果認爲使用這兩個名詞，在教學上有方便之處，當然可以自由使用。但不必列入評量，也就是說不考這種名詞的意義。

5. 甲、乙、丙三人下棋，如果甲勝乙，乙勝丙，其結果甲未必勝丙，這種情況是不能直接使用遞移律的，所以應設法讓學生了解遞移律的真諦。

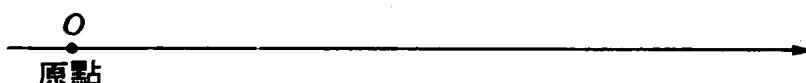
6. 在國小二年級的數學課本裏已開始出現不等的符號“ $>$ ”、“ $<$ ”，有關課本第12頁的隨堂練習純爲國小數學的復習而已；請參閱參考資料9.的第(12)、(13)兩題。

7. 採用有刻度的直尺來介紹數線，是因爲每個學生都有直尺，用它來做教具，易於說明。

8. 國小數學課本中早已出現數線一詞，用數線上的點來表示正整數、正分數、正小數，請參閱國小數學課本第十一冊第四單元及綜合與應用(二)，或參閱參考資料9.的第(11)題。（國小數學經常沒有標出正方向的箭頭，是因爲國小數學未正式涉及負數的計算，這一點教師教學時應特別注意。）

9. 由數線的意義，可歸納出作一數線的步驟如下：

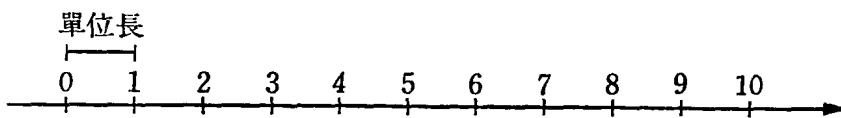
(1) 在一直線上任取一點作爲原點。（即直線上任何點都可以被取作原點）



(2)直線的兩個延伸方向中，任取一個作為正方向，通常以向右方向為正向。



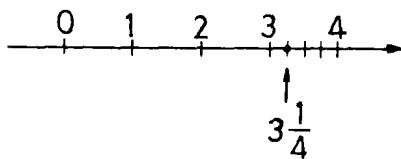
(3)任意選定一個長度作為單位長（不一定選一公分作為單位），從原點向右每隔一個單位，就可得一點，分別表示 1、2、3、4、……。



這樣就作成一條數線。

10. 數線的放置不一定是在水平位置，也可以是垂直位置或其他方向位置。例如溫度計上的刻度，就是垂直位置的數線。但是，通常我們把數線放置在水平位置，並把向右的方向取為正向。

11. 在前面所作出的數線，不但對於零及每一個整數，都可在數線上找到一點來表示它，而且對於每一個分數或小數也可以在數線上找到一個點來表示。例如表示 $3\frac{1}{4}$ 的點的找法，是數線上表示 3 與 4 兩點之間的部分，分作四等分，則從左起的第一個分點，就是表示 $3\frac{1}{4}$ 的點。



12. 在本章例 4 及其隨堂練習分別涉及七等分及三等分的問題，其準確之尺規作圖係為平行截線定理的應用；在這裏我們應強調是利用刻度尺來處理，例如例 4 可設一個單位長為 14 mm，那麼就可容易得出每等分為 2 mm；在其隨堂練習中就可用 9 mm 為一單位長。當然也可分別用 28 mm，12 mm 分別表示單位長，其中 28 為分母 4，7 的最小公倍數，12 為分母 3，4 的最小公倍數，如此更能準確地標示出其位置。

13. 在國小數學課程裏主要的數有 0、正整數、正分數與正小數，負整數 -1，-2，-3，-4，-5，……，雖然在綜合與應用中出現過，但並沒有建立完整的概念。除了原點表示 0 以外，每一個正數都可以在數線上原點的右邊，找到一點來表示它。但是這並不表示數線上的每一點都表示這樣的數，例如數線上在原點左邊的點所表示的數，就不是正的整數、分數或小數了，此觀念待以後再陸續補充。

14. 國小數學雖已出現 $3 < 3\frac{1}{4}$ ， $3\frac{1}{4} < 4$ 但把它們合併寫成

$$3 < 3\frac{1}{4} < 4$$

則是第一次出現，用來表示 $3 < 3\frac{1}{4}$ 而且 $3\frac{1}{4} < 4$ ，當然上式亦可寫成

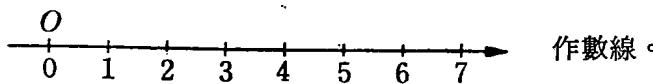
$$4 > 3\frac{1}{4} > 3$$

15.在日常生活中，很容易找到應用數線的器具，除溫度計外，尚有量杯、彈簧秤、水位的標高等，可讓學生隨時留意、發現，進而感覺到數學與生活的密切關係。

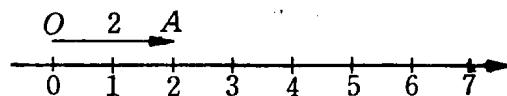
1-3 加法與減法的圖示

- 1.先復習上一節所說，對任意一數（是指0、正整數、正分數或正小數）在數線上可描出一點來表示它。再從這種描作方法，進一步解釋數的大小與它在數線上對應點的位置關係。
- 2.在討論減法的圖示時，要注意目前只限於減數不大於被減數，也就是說所得的差不小于0。
- 3.講解加法與減法的圖示時，可先講例題，再作結論。甚至可以讓學生自己來做結論。
- 4.在作加法與減法的圖示時，宜採用彩色粉筆作圖，以加深印象，提高興趣。
- 5.講解例題圖示方法時，可用分解步驟圖示。

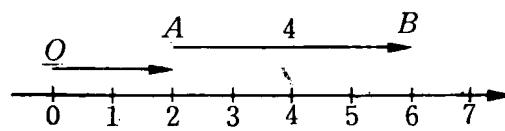
例如， $2 + 4 = 6$ 的圖示可分解如下：



作數線。

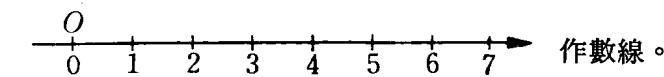


取A點，箭號OA的長等於被加數2。

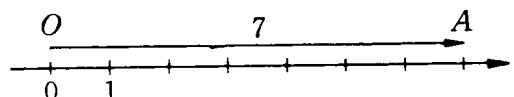


取B點，箭號AB的方向與O到A的方向相同，其長等於加數4，而B點所指的數就是2與4的和。

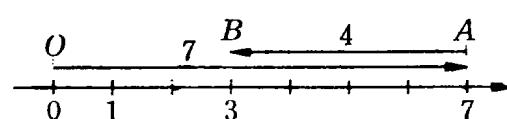
又例如 $7 - 4 = 3$ 的圖示分解步驟為：



作數線。

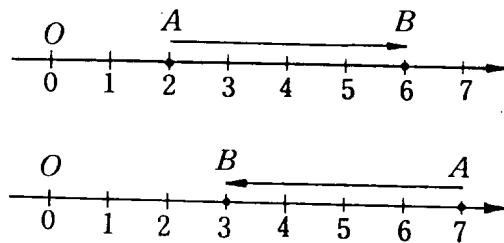


取A點，箭號OA的長等於被減數7。



取B點，箭號AB的方向與O到A的方向相反，其長等於減數4，而B點所指的數就是7-4的差3。

6.在加減法的圖示中被加數或被減數可以不必用箭頭表示出來，例如在 5. 中可分別簡畫成：



7.本節只講加法與減法的圖示，乘法與除法的圖示較複雜，所以略而不提。另外，這種加法與減法的圖示對於在第二章說明負數的加減法時，有很大的幫助。

1-4 負數及其圖示

1.在國小數學課本第十一冊的綜合與應用(二)中，第一次出現負數的問題，請參閱參考資料12。

2.利用日常生活中的例子，如氣溫在攝氏零下5度；買東西時，帶的錢不够7元；做生意賠了2000元等，我們把它們記做，“ -5°C ”、“-7元”、“-2000元”，這樣，我們就引進了三個新數“-5”，“-7”，“-2000”，它們都叫做負整數。教師宜再多舉實例，讓學生對負數有正確的認識。

3.仿照引入負整數的方法，用實例引入負分數、負小數。例如，原子筆每枝5元，興國袋中只有 $4\frac{1}{2}$ 元，不足 $\frac{1}{2}$ 元，就記做“ $-\frac{1}{2}$ 元”，這樣，就引入一個負分數“ $-\frac{1}{2}$ ”，讀做“負二分之一”。

4.對負整數、負分數、負小數來說，以前學過的整數、分數、小數分別叫做正整數、正分數、正小數，它們都叫做正數。換句話說，正數與負數是相對的名詞。本來這些正負整數、正負分數、正負小數合起來都可以叫做有理數，但是有理數與無理數是相對的名詞，所以我們不預備在這裏引入有理數這個名詞，等到在第三冊無理數出現時再引入，較為自然。

5.我們在寫正數時，它的前面沒有任何符號。但是，為了與負數中的“-”號相配合起見，我們也可以在它的前面加一個“+”號，以表示這個數是正數，一般我們還是省掉不寫。

6.“+”號與“-”號既是表示正負的性質符號，又是表示加減的運算符號，為了避免混淆起見，必須多舉例子，讓學生認識清楚什麼地方是表示性質符號，什麼地方是表示運算符號，而且要知道它們的讀法。

7.講解負數在數線上的圖示時，可先復習正數在數線上的圖示。例如從原點右邊與原點

相距 3 個單位長處取一點，這點就表示 3；如果把它改為從原點左邊與原點相距 3 個單位長處取一點，那麼這點就表示 -3。多舉一些例子，學生比較容易了解負數在數線上的圖示。

8.有了負數，我們可以利用量的數化與負數在數線上的圖示，來說明小數減大數的減法運算。在這裏，只要以簡單的例子扼要地闡述出做法就好了。等到第二章再作詳盡的有系統的說明。

9.因為溫度計上的刻度就是一數線，所以我們可以利用溫度計上的度數來說明正負數在數線上的位置與它們的大小關係。教師可協助學生歸納出結論。

10.在課本中說明正負數的大小關係時，有一條是「如果在數線上任取兩點，那麼右邊的點所表示的數，大於左邊的點所表示的數。」這裏要特別聲明，所謂「任取兩點」，還是有適當的限制，就是指這兩點可以表示正負整數、正負分數、正負小數或 0 而言；當然，等將來學過無理數以後，這兩點可以表示實數，就不必再加以限制。

1-5 絶對值

1.本書利用數線上的一點到原點的距離來定義這點所表示的數的絕對值。這樣，把絕對值的幾何意義也包含進去了，不必另外再作說明。

2.兩個算數的大小比較，可以比較它們絕對值的大小；絕對值大的負數較小，絕對值小的負數較大。例如 $|-10| = 10$, $|-5| = 5$, 而 $-10 < -5$ 。

3.本節例 2 並不是一定要用絕對值來說明，只是說也可以用絕對值說出數線上一點的位置。

伍、教學媒體舉例

一、教學媒體的功能

媒體在數學教學上具有下列各種功能：

- 1.能把抽象觀念轉化為具體之目視形象，提供具體的經驗。
- 2.可吸引學生的注意力，加深概念，並且保留新鮮活潑的印象。
- 3.提供數學與生活之聯繫。
- 4.提高學生學習之興趣，改正一般人認為數學科枯燥、乏味、抽象和高不可攀等的錯誤觀感。
- 5.節省在課堂上作圖與抄題的時間。
- 6.可作為提示、綜合和復習的工具，使學生獲得整體的要義。

7. 配合使用媒體之教學活動，都要經過事先周詳之設計與準備，故其教學效果較高。

二、本章需用教具表

教 具	規 格	數 量	配 合 教 材	備 註
1.長尺	有公尺刻度，至少1公尺長。	1	1—1	
2.1公尺長的棒子或繩子		數段	1—1	
3.抬秤		1	1—1	
4.1公斤重的砝碼或代用品		數個	1—1	
5.各種可稱重量的物體	重約1~5公斤不等。	若干	1—1	
6.直尺	放大。	1	1—2	
7.溫度計		1	1—2 1—4	
8.彈簧秤		1	1—2	
9.滑尺	標有正負數。	10組	1—3 1—4	
10.溫度計模型	放大，可懸掛教室前面，附有活動指標。	1	1—4	教師用

三、本章適用之教學媒體舉例

(一) 度量的故事 (The Story of Weights and Measures)

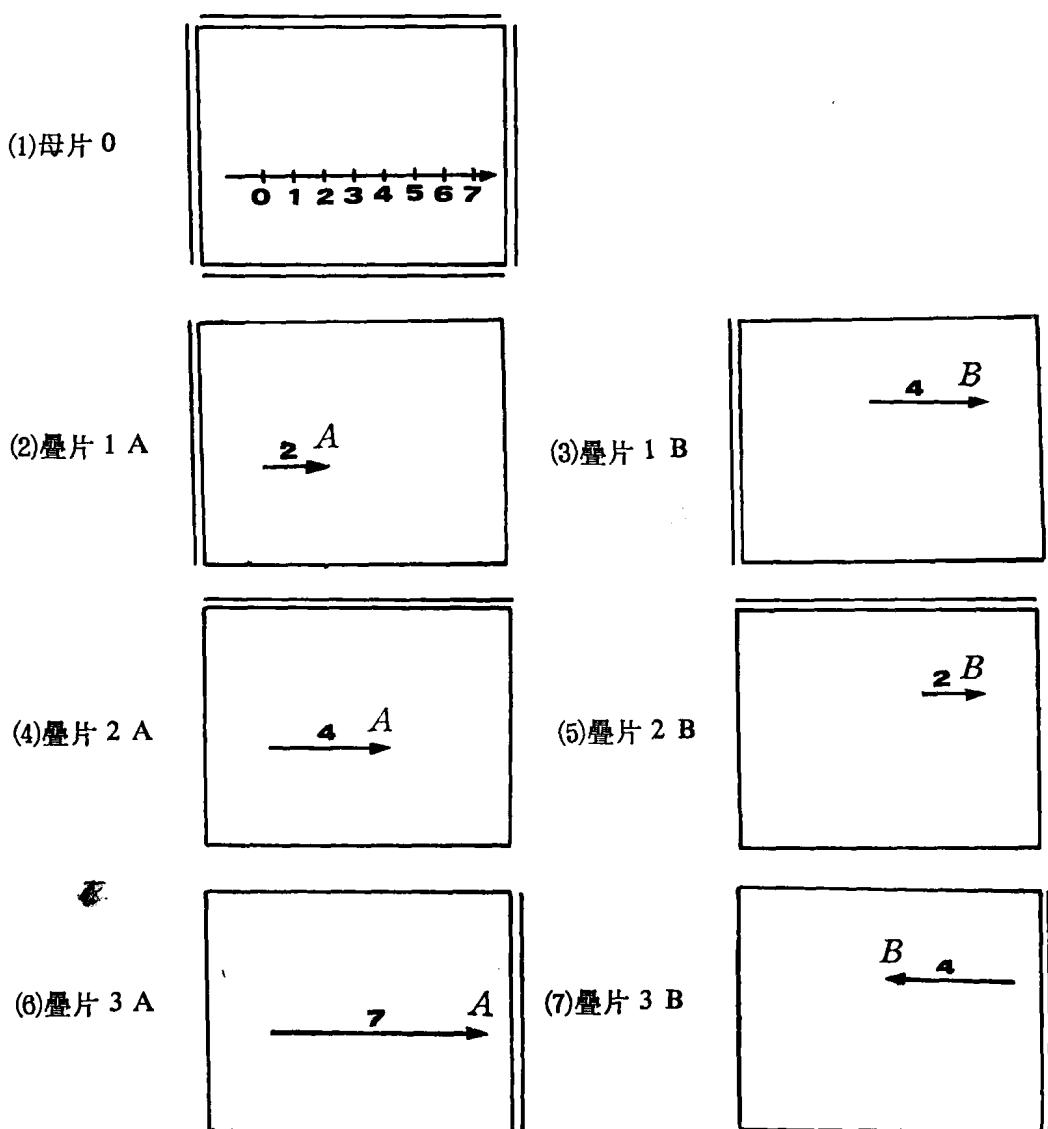
1. 類別：影片。
2. 規格： 16 mm 。
3. 時間：11分鐘。
4. 發音：原英語發音，配國語發音。
5. 配合教材：1—1 量的計算。
6. 來源：國立教育資料館外購影片。

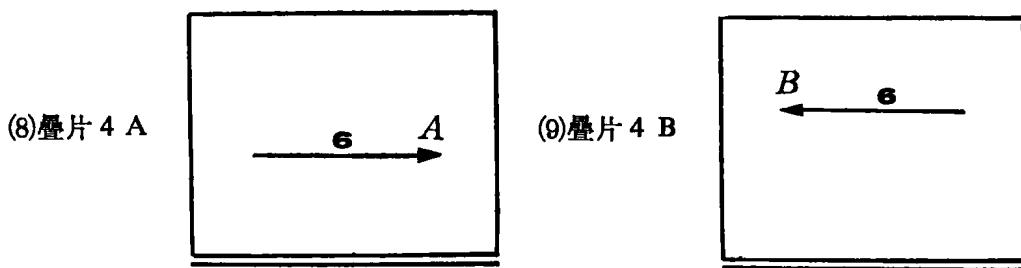
7. 內容簡介：度量是我們每天都在做的事情。我們常透過看、聽、嚐和感覺等途徑去度量事物。當需要度量得較精確時，我們就要用一些度量工具來度量。現在世界上最通用的兩種度量單位系統是公制和英制。但這是怎樣發展來的呢？在古代，人們最初又是怎樣度量的呢？本片將會解答這些問題。

【注】有關借用方法可直接向國立教育資料館推廣組（臺北市南海路）洽詢，或參閱中等教育民國72年6月出版「教學媒體簡介」一文。

(二)加法與減法之圖示

- 1.類別：投影片。
- 2.規格：多層式。
- 3.配合教材：1-3加法與減法的圖示。
- 4.來源：自製。
- 5.內容簡介：說明 $2 + 4 = 6$ ， $4 + 2 = 6$
 $7 - 4 = 3$ ， $6 - 6 = 0$
- 6.製圖說明：





7. 製作說明：

- (1)母片上的數線與疊片A、B上的箭號分別採取不同的顏色，數線的顏色要深，疊片上的箭號顏色要較淺。
- (2)字及字母可酌予選取其他顏色或同色。
- (3)圖中邊上有雙線的地方表示黏貼處，如母片應四面均用膠帶黏貼於片框之反面，而疊片1 A及1 B僅在左方用膠帶黏貼於片框之正面即可。
- (4)由於疊片A要比疊片B先疊上，故應將疊片A黏貼於內側。
- (5)有些投影機連接投影鏡頭的桿子位於機體前方的中央，因此片框的上方不能黏貼疊片，此時可考慮將本投影片分為兩組，一組說明加法，一組說明減法。

8. 使用說明：

- (1)母片0，疊上1 A，再疊上1 B，可說明， $2 + 4 = 6$ 。
- (2)母片0，疊上2 A，再疊上2 B，可說明， $4 + 2 = 6$ 。
- (3)母片0，疊上3 A，再疊上3 B，可說明， $7 - 4 = 3$ 。
- (4)母片0，疊上4 A，再疊上4 B，可說明， $6 - 6 = 0$ 。

【注】本章適用之教學影片尚可參考：

- | | |
|-----------|-----------------|
| 1. 錢幣的故事 | 2. 數的故事 |
| 3. 度量單位簡介 | 4. 讓我們來度量：用標準單位 |
| 5. 重視公制單位 | 6. 長度的度量 |
- 等多部，上述影片均為國立教育資料館外購影片。
-

四、選擇和使用影片時應注意之事項

1. 數學教學影片之片寬大多為16mm。
2. 放映時間大多為8分鐘~20分鐘，但亦有少數例外。
3. 教學影片的發聲分光性與磁性兩種。教學影片通常為光性發聲（放映時選擇 OPT.）