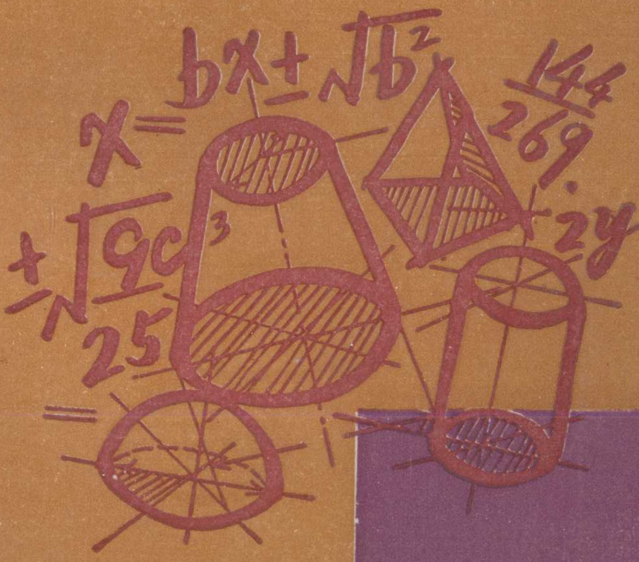
九年义务教育

初中数学教案

代数·第一册(下)

主编　赵大悌



北京师范大学出版社

九年义务教育

初中数学教案

代数第一册（下）

主　编　赵大悌
编　者　吴秋申　李孝昭　张亦鸣
郭代纯　贾育明

北京师范大学出版社

（京）新登字 160 号

九 年 义 务 教 育

初 中 数 学 教 案

代数第一册（下）

主　编　赵大悌

北京师范大学出版社出版发行（邮编：10008）
保定晨光印刷厂印刷　全国新华书店经销
石家庄方正计算机技术开发部激光照排
开本：787×1092　1／32　印张：8.875　字数：195 千字
1993 年 7 月第 1 版　1993 年 7 月第 1 次印刷
印数：1—10 700

ISBN7—303—02474—3／G・1623　定价：4.80 元

前　言

我社自1984年以来，先后出版了《中学数学教材研究与教案选》，后来又修订改名为《初中数学教案》、《高中数学教案》，旨在将广大中学数学教师多年来积累的教学经验在全国范围内进行交流和推广。实践证明这种作法得到了全国各地广大中学教师的欢迎，它对于开展中学数学教学研究，深入进行教学改革、提高教学质量起了促进作用。

为贯彻《中华人民共和国义务教育法》，1992年8月国家教委颁布了《九年义务教育全日制中学，初级中学课程方案（试行）（以下简称《课程方案》）。《课程方案》是国家对义务教育阶段教学工作的指导性文件。它体现了义务教育的宗旨，是全面贯彻党的教育方针，全面提高教育质量的一项重要措施。

为配合《课程方案》和《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》及《教材》的实施，我们组织各地有经验的教师又重新编写了《九年义务教育初级中学数学教案》，共七册，代数四册，几何三册，同教材同步，力图使大多教案在深度和份量方面对大多数学校的教学切实可行，教案尽可能体现开发学生智力和培养学生的能力。

教学过程是一个知识传递的过程，这个过程要靠师生双方的协同活动来完成。教师如何教、学生如何学，才能使知识的传递更加有效，这是一个很值得探讨的问题。

本书的特点是：(1)教案的作者仍然是全国范围内部分有

经验的数学教师，其中不少是特级教师；(2)本书依照《九年义务教育全日制中学数学教学大纲的教学内容和教学要求》及教材的体系进行编写；(3)本书的目的在于研究如何通过课程教学，使学生掌握基础知识，基本技能和基本方法，不断开发学生的智力，提高学生的能力；(4)本书每章开头配套教材分析，介绍本章内容在中学数学中的地位和作用，知识的结构，知识的内在联系，教学目的和要求，重点和难点的解析，提出教学的建议和课时安排。(5)教案中一般是由教学目的，教学重点和难点，教学过程(包括引入，新课，小结，作业)等组成，教案的设案注意了不断渗透教学思想方法，注意了知识形成过程的教学。(6)每章后附有本章检测题，供教师在教学中参考。

几何第一册，第二册由北京市西城教育教学研究中心高级教师李松文同志主编。

几何第三册由北京师大一附中特级教师陈汶同志主编。

初中代数第一册(上)由北京市汇文中学高级教师任中文同志主编。

初中代数第一册(下)由唐山八中高级教师谭光宙、天津河北区教师进修学校高级教师赵大文同志主编。

初中代数第二册由北京市海淀区教师进修学校特级教师赵大悌同志主编。

初中代数第三册由北京市东城区教研科研中学特级教师明知白同志主编。

目　录

二元一次方程组

教材分析

一、教材的内容与编排，地位与作用，教学目的与要求。

1. 教材的内容与编排

本章教材的内容，大致可以分为概念、解法、应用题三部分。其中，概念是基础，解法与应用题是重点，应用题是难点。教材首先引入了二元一次方程，二元一次方程组，二元一次方程组的解等概念。然后着重介绍了二元一次方程组的两种解法——代入(消元)法和加减(消元)法，以及用消元法解简单三元一次方程组。最后，作为另一个重点，介绍了二元、三元一次方程组的应用。为了突出重点，降低学习难度，在不影响后续内容学习的前提下，我们在教材处理上做了如下调整：①由于二元一次方程的解，以及解二元一次方程等概念分别可由上一章“一元一次方程”中方程的解、解方程等概念的定义直接得出，因此把它们算作已定义过的概念，不再定义。②对方程组、方程组的解 、解方程组等概念没有介绍。实际上它们可从二元、三元方程组的情况类似概括得出。

2. 地位与作用

本章内容是在学生掌握了有理数，整式加减法，一元一次方程等知识基础上学习的。因此，从概念上讲，本章概念的形成与发展借鉴了上一章的方程、方程的解、解方程等，是上一章概念的延续与拓广。从解法上说，将二元一次方程组经消元

转化为一元一次方程求解，学生通过对新旧知识的联系与转化的不断认识，体会到二元一次方程组与一元一次方程间的内在关系。在新知识的学习中，旧有知识得到了不断巩固。在应用题方面更是如此。不少问题既可列一元一次方程，又可列二元一次方程组来解，但列二元一次方程组解往往较为容易。因此本章知识具有“承前”之作用。另外，二元一次方程与一次函数有着密切的联系。若将二元一次方程中的未知数视为变量，那么两个未知数间的相依关系就是一次函数。而一次函数都可用二元一次方程来表示。在直角坐标系中，二元一次方程表示直线，解析几何中的直线及其位置关系的研究，均可转化为二元一次方程及方程组的研究。因此，本章内容既是继续学习方程、方程组的基础，又是进一步学习函数、解析几何以及其它后续数学内容的必备知识。因此本章内容又有“启后”之功效。

3. 教学的目的要求

(1) 使学生理解二元一次方程、二元一次方程组和它的解等概念，会检验一对数值是不是某个二元一次方程组的解。

(2) 使学生能够熟练地用代入法、加减法解二元一次方程组，并能解简单的三元一次方程组。

(3) 使学生会用布列二元、三元一次方程组的方法解决一些实际问题。不断提高学生分析问题和解决问题的能力。

(4) 通过解二元、三元一次方程组的教学，使学生了解把“三元”转化为“二元”，把“二元”转化为“一元”的消元思想方法。从而初步理解把“未知”转化为“已知”，和把复杂问题转化为简单问题的化归思想方法。

二、教材的重点、难点、关键的教学建议

突出本章教学工作的两个重点，突破一个难点是搞好本章教学的关键所在。由于本章教学的考核目标是检查学生对解方程组及应用题的掌握情况。而学生能否熟练、准确地解方程组及应用题也是对教师教学效果的重要评价。因此往往容易产生重视解题训练，忽视解题思想分析的倾向。我们在教学中不仅要讲方法、讲规律、讲联系、同时又要挖掘解题方法，规律中的内含，讲观点、讲思想、培养能力。

1. 重视思想方法的形成过程

无论是代入法或加减法解方程组，它们的基本思想都是消元。设法消去方程组中的一个未知数，把"二元"转化为"一元"(对于"三元"一次方程组一般是先消去一个未知数，变成"二元"，再变成"一元")，从而将"未知"转化为"已知"，使方程组得以求解。

那么为什么能够用代入法消元呢？在以往的教学中一般都是由教师提示学生，同一方程组中同一未知数代表同一数值，因此可以等量代换消元。例如方程组$\begin{cases} y=1-2x & ① \\ x+y=1 & ② \end{cases}$

方程②中的 y 可用方程①中 y 的等量 $1-2x$ 代换，从而消元得 $x+(1-2x)=1$. 但由于方程组不是由实际问题中列出的，方程组中未知数字母不具有实际意义。因此学生自己往往意识不到方程组中同一未知数代表同一数值。因而发现这种等量代换的消元方法并不容易。为了使学生尽可能自己发现，归纳，总结出这种等量代换的解题思想方法，我们在讲代入法解方程组时是由解决鸡兔同笼问题引入的。先用一元一次方程解，将列出的一元一次方程的等量关系与所列二元一次方程组的等量关系相对比，得出方程组的某一等量关系就是一元

一次方程的等量关系。但为什么不能由方程组中的一个方程解题呢?学生们自然发现由于两个未知数使得方程的解不定,那么又怎样求解呢?当我们的教学分析到此时,由一方程变形代入另一方程消元就是显而易见、顺理成章的了。这种由一元一次方程解法产生的方程组代入消元解法,思想自然、流畅、学生易于接受。避免了简单介绍方法,机械僵化的模仿操作。我们尽可能引导学生发现,体会出每一知识、每一思想方法的来龙去脉。这样教师教活了,学生也就学活了。

加减消元法的教学,是在学会了代入消元法之后进行的,可以先板书几个二元一次方程组的题目如下:

(1) $\begin{cases} x+y=5, \\ 3x-y=1; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 4x-3y=11, \\ 4x+7y=1. \end{cases}$

让学生先用代入消元法去解,在解题过程中仔细观察每个方程组中的两个方程。它们的未知数的系数或是相同,或是互为相反数,根据有理数加减法的法则及等式的性质。将方程组(1)的两个方程的左右两边分别相加,就可消去 y,从而可求解方程组。对系数绝对值都不相等就要通过一定方法,化归为某一个未知数的系数绝对值相同的情况,再继续解。

2. 重视培养学生的自学能力

三元一次方程组的解法与二元一次方程组的解法思路是一致的,因此可安排学生自学。首先要求学生认真看书,钻研书中的例题,逐步体会三元一次方程组的解题思路。这样引导学生自己去分析思考问题,对于提高学生分析解决问题的能力极有好处。

3. 在解决实际问题中培养能力

列方程组解应用题首先要了解题目中哪些是未知量,哪

些是已知量。关键要找出题目中的不同条件，分析出每个条件所表达的等量之间的关系。选定几个未知数，然后根据问题中的等量关系列出与未知数个数相等的方程，组成方程组。而这些方程正好表示了应用题的全部含义。

学生虽然学过用一元一次方程解应用题，对列方程有一定基础。但往往习惯于用算术方法解应用题，对列方程解应用题仍感到困难。因此对每个例题，甚至学生感到困难而要求教师讲解的练习题，都要一步步把已知量，未知量找出来，将它们之间的等量关系用文字，图形，列表等方式表示出来，再引导学生列出方程或方程组。由于这里遇到的问题一般既可列二元一次方程组，又可列一元一次方程解，所以教师可要求学生广开思路，以不同方法解答。在不断摸索，体会出不同解法优劣的同时，使学生分析，解决问题的能力得到提高。

4. 从化归思想高度理解消元思想方法

本章中解二元、三元一次方程组的基本思想是"消元"。消元体现的"化未知为已知"的重要思想，不仅在解二元，三元一次方程组中起着重要作用，而且也是解二元二次方程组，n 元一次方程组以及数学其它领域解决问题的基本思想方法。正象数学中其它重要思想方法，使得高次化低次，超越式化代数式，无理式化有理式，几何问题代数化等转化得以实现一样，消元的思想体现了多元向一元的转化思想，消元的方法（代入法，加减法）使得这一转化思想得以实现。而众多数学方法中的转化思想无不体现出深刻的化归意识。

数学在其漫长的发展过程中，不仅建立了严密的知识体系，而且形成了一整套行之有效的思想和方法。化归的思想方法是其中带有普遍意义的方法原则之一。它是通过数学内部

的联系和矛盾的运动，在推移转变中把待解问题转化为有既定解决方法和程序的问题，从而使原问题得以解决的方法。化归方法着眼于揭示联系实现转化，它的“运动——转化——解决矛盾”的思想方法具有深刻的辨证性质，是我们向学生进行辨证唯物主义教育的一个极好机会。

法国数学家笛卡尔通过建立坐标系，把曲线、曲面用方程表示，将几何问题化归为代数问题，开创了用代数方法研究几何问题的新纪元。不仅由此创立的解析几何是数学发展史上不朽的里程碑，而且他的研究也是应用化归方法的光辉范例。

在我们今天的数学教学活动中，化归意识无不渗透于各门学科，它是我们寻求问题解决的强有力的思想方法。现代教学论认为，教学的任务绝不仅是传授知识，更重要的是培养能力和发展学生的思维。从此意义上讲，教学中加强化归意识的提炼和总结尤为重要。这不仅有利于改变目前重知识轻方法，重结论，轻思想的教学现状，对于培养能力，发展学生的创造性思维，造就一代开拓型的人才都具有深刻的现实意义。总之，我们的教学，不仅要教内容，更要教方法，教观点，培养能力。

4. 及时防范、纠正学生在本章学习中易出的错误

(1) 常常认为二元一次方程的解是一个数。例如对于方程 $x+y=5$，认为 $x=2$ 是方程的解，$y=3$ 也是方程的解，而实际上 $x=2$，$y=3$ 这两个数组成方程的一个解。

(2) 在解二元一次方程组时，常常求出一个未知数值就结束了。

例如： 解方程组 $\begin{cases} x+y=1, & ① \\ x-y=2. & ② \end{cases}$

解： 由①+②，得 $2x=3$

$\therefore \quad x=\frac{2}{3}$

有的学生做到此就停了，这实质是对二元方程组解的概念理解不清，应明确二元方程的一个解是由两个数组成的。在此题中求出 x 值后，还应继续求出 y 的值，从而得到方程组的解。

(3) 在解三元一次方程组过程中，有的学生中途改变要消的未知数，结果达不到消元之目的。

例如：解方程组$\begin{cases} x+y+z=1, & ① \\ x+2y-z=2, & ② \\ 3x-y+2z=3, & ③ \end{cases}$

解： 由 ①+②，得 $2x+3y=3$ ④

①+③，得 $4x+3z=4$ ⑤

④与⑤组成方程组，得

$$\begin{cases} 2x+3y=3, \\ 4x+3z=4. \end{cases}$$

但这仍是一个三元一次方程组，未达到消元的目的，应该是：

②×2+③，得 $5x+3y=7$ ⑥

④与⑥组成方程组，得

$$\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 5x+3y=7 \end{cases}$$

从而可解.

即：方程组中的两个方程之间应用消元法时，只有都消去同一个未知数，才能达到消元目的。并且在求解过程中，应强调原方程组的每一个方程至少要用一次。

(4) 在应用题求解中，常常将实际问题的解与所列方程(组)的解混为一谈。应强调应用题的解既是所列方程(组)的解，又必须符合实际意义。

附录

关于用消元法解方程组的理论根据(仅供教师参考，不必向学生讲授)

如果两个方程组的解完全相同，也就是第一个方程组的所有解都是第二个方程组的解，而第二个方程组的所有解也都是第一个方程组的解，这样的两个方程组叫做同解方程组。解方程组就是逐步用同解方程组来代替已知的方程组，使最后得出

$$\begin{cases} x=a, \\ y=b, \end{cases} \quad 或 \quad \begin{cases} x=a \\ y=b \cdots \\ z=c \end{cases}$$ 的形式(当方程组有解时)

解方程组有下面三个同解变形定理，我们分别叙述并以二元方程组为例解释如下：

定理 1. 如果把方程组里的任何一个方程换成和这个方程同解的方程，那么，所得的新方程组和原方程组同解。

即：若方程 $F(x,y)=0$，与方程 $H(x,y)=0$ 同解，则方程组 $\begin{cases} F(x,y)=0, \\ G(x,y)=0, \end{cases}$ 与 $\begin{cases} H(x,y)=0, \\ G(x,y)=0, \end{cases}$ 同解。

例如： 方程组

$$\begin{cases} 2x+3y=5, \\ 4x-y=1 \end{cases} \quad 与 \quad \begin{cases} 2x+3y=5, \\ y=4x-1 \end{cases}$$ 同解；

方程组

$$\begin{cases} 3x-2y=1, \\ 4x-3y=5 \end{cases} \quad 与 \quad \begin{cases} 9x-6y=3, \\ 8x-6y=10 \end{cases}$$ 同解。

定理 2. 如果方程组里的一个方程是一个未知数用另一未知数的代数式来表示的等式，在这个方程组里的另一个方程把这个未知数用这个代数式代替，则所得的新方程组与原方程组同解 。

即：方程组 $\begin{cases} y=\varphi(x) \\ g(x,y)=0 \end{cases}$ 与方程组 $\begin{cases} y=\varphi(x) \\ g[x,\varphi(x)]=0 \end{cases}$ 同解。

例如：方程组

$\begin{cases} 2x-3y=5 \\ y=3x-1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 2x-3(3x-1)=5 \\ y=3x-1 \end{cases}$ 同解。

定理 3. 如果把方程组里的一些方程的两边分别相加（或相减）得出一个新方程，而且把原方程组里的任意一个方程换成这个新方程，则所得的新方程组与原方程组同解。

即：方程组 $\begin{cases} f(x,y)=0, \\ g(x,y)=0 \end{cases}$ 与方程组

$\begin{cases} f(x,y)\pm g(x,y)=0, \\ g(x,y)=0 \end{cases}$ 同解； 也与方程组

$\begin{cases} f(x,y)=0, \\ f(x,y)\pm g(x,y)=0 \end{cases}$ 同解。

例如：方程组

$\begin{cases} x+2y=1, \\ x-y=2; \end{cases}$ 与 $\begin{cases} x+2y=1, \\ (x+2y)+(x-y)=1+2 \end{cases}$ 同解；

方程组

$\begin{cases} x+2y=1, \\ x-y=2 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} (x+2y)+(x-y)=1+2, \\ x-y=2 \end{cases}$ 同解。

以上定理，可直接根据方程组的意义和同解方程组的概念证得，在此从略。