21 世纪普通高等教育基础课规划教材

ERSHIYI SHIJI PUTONG GAODENG JIAOYU JICHUKE GUIHUA JIAOCAI

大学物理简明教程

上册

DAXUE WULI JIANMING JIAOCHENG

施卫 主编

Physics

机械工业出版社

CHINA MACHINE PRESS

大学物理简明教程

上册

DAXUE WULI JIANMING JIAOCHENG

21 世纪普通高等教育基础课规划教材

大学物理简明教程

上 册

主 编 施 卫

参 编 李恩玲 唐远河 张显斌

吕惠民 马德明 纪卫莉

机 械 工 业 出 版 社

本书是按照教育部现行的《理工科类大学物理课程教学基本要求》，同时总结编者长期物理教学的经验，并汲取了当前国内外优秀教材改革的成果编写而成的。全套教材分为《大学物理简明教程》上、下两册。本书为上册，内容包括力学、热学、振动与波动以及狭义相对论。为便于教学，本书具有紧贴教学实践、符合教学规律和深入浅出等特点。

本书为高等学校工科等非物理专业的教科书，教学课时可根据教学要求在100～120课时之间选择。本书也可供文理科有关专业选用和其他专业教师、工程技术人员阅读。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理简明教程．上册/施卫主编．—北京：机械工业出版社，2010.2

21世纪普通高等教育基础课规划教材

ISBN 978-7-111-29377-4

Ⅰ.大…　Ⅱ.施…　Ⅲ.物理课—高等学校—教材　Ⅳ.04

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第236196号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮政编码100037）

策划编辑：李永联　责任编辑：任正一　版式设计：霍永明

封面设计：马精明　责任校对：陈延翔　责任印制：李　妍

北京汇林印务有限公司印刷

2010年2月第1版第1次印刷

169mm×239mm・11.25印张・217千字

标准书号：ISBN 978-7-111-29377-4

定价：18.00元

前　言

编写一部适合普通高等院校工科物理教学改革实际需求的简明教程是我们编写这本书的初衷。工科非物理专业种类繁多，对物理课程内容的侧重点又各不相同，差异较大，既要突出重点，又要体现简明，是对本教材的编写提出的目标要求。因此，本简明教程的编写也是一种探索。

本教材是在总结大学物理教学改革经验的基础上，遵照《高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划》的基本精神，结合我校专业设置特点，汲取了当前国内外优秀教材改革成果而编写成的。本教材的内容体系符合教育部物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理课程教学基本要求》。在基本知识到位的基础上，本教材在内容方面力求深入浅出，叙述精炼，条理明晰，重点和难点突出，使之不仅是一本全面而系统的简明教程，同时还能满足学生自学的需要，并成为从事物理教学工作者及科研人员的一部参考书。

全套教材分为《大学物理简明教程》上、下两册，由西安理工大学应用物理系教学经验丰富、长期工作在物理教学一线的教师共同编写。西安理工大学的大学物理课程早在2003年就被评为陕西省精品课程，本书的编写人员都是该精品课程的建设骨干，他们都经历了大学物理课程的多媒体与传统教学相结合的教学改革实践、挂牌教学改革实践、分级教学改革实践以及完全学分制下的物理课程教学改革。多年的实践过程使编写人员对工科物理教学有比较深刻的认识和理解，并将这些认识和理解融入到本教材的编写当中。

本书由施卫主编、统稿。李恩玲、唐远河、张显斌、吕惠民、马德明、纪卫莉编写了相关章节。

大学物理课程教学是一项集体的事业，这本教材凝聚了西安理工大学应用物理系多年来从事工科物理教学教师的心血，是集体智慧的结晶。

本书的编写还得到了不少校内外同仁的帮助，还参阅了一些兄弟院校的有关教材、讲义，对此我们一并深表谢意。

鉴于水平和教学经验有限，编写时间仓促，错误和不足之处在所难免，恳请读者指正。

编　者

2009年10月

目　　录

第一篇　力　学

第一章　质点运动学

自然界中的一切物体都处于永恒不息的运动中，运动是物质的基本属性，这种运动的永恒性和普遍性称为运动的绝对性。而运动的形式又是多种多样、千变万化的，其中最简单、最普遍而又最基本的一种运动形式是宏观物体之间（或物体内各部分之间）相对位置随时间而变化的运动，这种运动称为机械运动。力学就是研究机械运动及其应用的科学。在经典力学中，通常将力学分为运动学和动力学。运动学从几何的观点来描述物体的运动，研究物体的位置随时间的变化关系，不涉及引发物体运动和改变运动状态的原因。运动是绝对的，对于运动的描述却是相对的，与观察者相关，例如，火车是否已经开动了，车上的观察者和站台上的观察者得出的结论是不相同的，这就是运动的相对性。

本章讨论质点运动学，在引入质点、参考系、坐标系等概念的基础上，重点介绍和讨论确定质点位置的方法及描述质点运动的重要物理量——位移、速度和加速度。

第一节　参考系、坐标系、物理模型

为了描述物体的运动，必须作三点准备，即选择参考系、建立坐标系、提出物理模型。

一、参考系

运动是绝对的，但对于运动的描述却是相对的。因此，在确定研究对象的位置或者要描述研究对象的运动时，必须先选定一个或几个相对静止的物体作为“参考”。这些被选做“参考”的物体称为参考系。

同一个物体的运动，由于所选参考系不同，对其运动的描述就会不同。例如在作匀速直线运动的车厢中，物体的自由下落，相对于车厢是作直线运动，相对于地面，却是作抛物线运动；相对于太阳或其他天体，对其运动的描述就更为复杂。这一事实充分说明了运动的描述是相对的。

从运动学的角度讲，参考系的选择可以是任意的，通常以对问题的研究最简便、最方便为原则。研究地球上物体的运动，在大多数情况下，以地球为参考系最为简单、方便。

二、坐标系

为了定量地描述物体相对于参考系的运动情况，只有参考系是不够的，还要在参考系上选择一个固定的坐标系。在力学中最常用的是直角坐标系。根据需要，也可选用极坐标系、自然坐标系、球面坐标系和柱面坐标系等。

三、物理模型

物理学中常用理想模型来代替实际的研究对象。因为任何一个真实的物理过程都是极其复杂的，为了寻找某过程中最本质、最基本的规律，总是根据所提问题，突出真实过程的主要性质，忽略次要性质，进行理想化的简化，提出一个物理模型。

在描述物体在空间的位置和运动时，若物体的线度比它所在的空间范围小很多时（例如绕太阳公转的地球），或物体上各部分的运动情况（轨迹、速度、加速度）完全相同时，就可以忽略物体的形状、大小，而把它看做一个具有一定质量的点，称之为质点。

质点是一个理想化的模型，除质点外，以后要讲到的刚体、理想气体、绝对黑体等都是理想化模型。

第二节　质点运动的描述

一、描述质点在空间的位置——位置矢量

质点的位置可以用一个矢量来确定。在选定的参考系上建立直角坐标系，空间任一质点 P 所在的位置，可以从原点 O 向 P 点作一矢量 $\boldsymbol{r}$，如图 1-1 所示，$\boldsymbol{r}$ 的端点就是该质点的位置，$\boldsymbol{r}$ 的大小和方向完全确定了质点相对参考系的位置，称 $\boldsymbol{r}$ 为位置矢量，简称位矢。

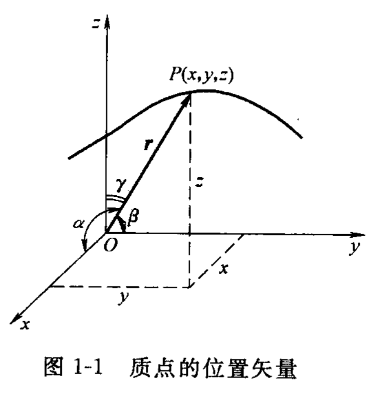

图 1-1　质点的位置矢量

P 点的直角坐标是位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 沿 x、y、z 轴的投影，用 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表示沿 x、y、z 三个坐标轴正方向的单位矢量，则位置矢量可以表示为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

位置矢量的大小为

$$|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

用 α、β、γ 分别表示 $\boldsymbol{r}$ 与 x、y、z 三个坐标轴的夹角，则位置矢量的方向余弦可由下式确定

$$\cos\alpha=\frac{x}{|\boldsymbol{r}|},\ \cos\beta=\frac{y}{|\boldsymbol{r}|},\ \cos\gamma=\frac{z}{|\boldsymbol{r}|}$$

所谓运动，实际上就是位置随时间的变化，即位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 为时间 t 的函数

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-2}$$

在直角坐标系中的分量式为

$$\left.\begin{aligned} x&=x(t)\\ y&=y(t)\\ z&=z(z)\end{aligned}\right\} \tag{1-3}$$

式（1-3）从数学上确定了在选定的参考系中质点相对于坐标系的位置随时间变化的关系，称为质点的运动方程。

通过质点的运动方程可以确定任意时刻质点的位置，从而确定质点的运动。从质点的运动方程中消去时间 t，即可得质点的轨迹方程。例如：选用直角坐标系，质点从原点 O 开始以速率 v_0 沿 x 轴作平抛运动，其运动方程为

$$x=v_0t,\ y=-\frac{1}{2}gt^2$$

从上两式中消去时间 t，可得到质点的轨迹方程为

$$y=-\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2}$$

这是一条抛物线。

二、描述质点位置变化的大小和方向——位移矢量

当质点运动时，其位置将随时间变化，如图 1-2 所示，某质点沿任意曲线运动，在 t 时刻位于 A 点，位置矢量为 $\boldsymbol{r}_1$，在 $t+\Delta t$ 时刻运动到 B 点，位置矢量为 $\boldsymbol{r}_2$，在 Δt 时间内，质点位置的变化可用从 A 点到 B 点的有向线段 $\Delta\boldsymbol{r}$ 来表示，即为质点的位移矢量，简称位移。由图 1-2 可以看出

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}&=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1\\ &=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}\\ &=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1-4}$$

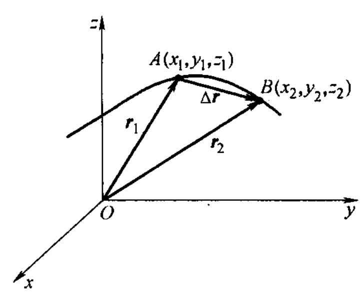

图 1-2　质点的位移矢量

位移矢量是位置矢量的增量，是由始位置指向末位置的矢量。

应该注意：

1）路程和位移是两个不同的概念。位移是矢量，路程是标量。位移表示质点位置的改变，并非质点所经历的路程。如图 1-2 所示，位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 为矢量，它的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 即弦$\overline{AB}$的长度，而路程是标量，它的大小为 AB 之间曲线的长度。

2） $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 不等于 Δr。$\Delta r=|\boldsymbol{r}_2|-|\boldsymbol{r}_1|$，它反映了 Δt 时间内质点相对于原点径向长度的变化。

三、描述质点位置变动的快慢和方向——速度矢量

1. 平均速度

如图 1-2 所示，质点在 t 到 $t+\Delta t$ 时间内的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，$\Delta\boldsymbol{r}$ 与 Δt 的比值称为 Δt 时间内质点的平均速度，用$\bar{\boldsymbol{v}}$表示，即

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-5}$$

平均速度是矢量，其方向与位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向相同，它表示质点在单位时间内的位移。

2. 瞬时速度

平均速度只能对质点的位置在时间 Δt 内的变化情况作一粗略描述。为精确描述质点的运动状态；可将时间 Δt 无限减小而趋近于零。当 $\Delta t\to 0$ 时，平均速度的极限值就可以精确地描述 t 时刻质点运动的快慢与方向，此极值就是瞬时速度，简称速度，用$\boldsymbol{v}$表示，即

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-6}$$

速度等于位置矢量的时间变化率。

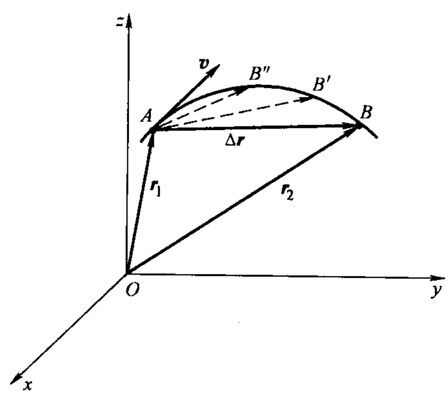

图 1-3　瞬时速度的方向

速度的方向就是 Δt 趋于零时，$\Delta\boldsymbol{r}$ 的极限方向。如图 1-3 所示，当 Δt 逐渐减少时，B 点向 A 点逐渐趋近，平均速度的方向，亦即 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向趋近于 A 点的切线方向，在 $\Delta t\to 0$ 的极限情况下，平均速度的方向亦即瞬时速度的方向，沿轨迹质点所在点的切向指向质点前进的方向。

速度的大小称为速率，用 v 表示，

$$v=|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$$

根据位移的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 和 Δr 的区别可知，一般地

$$\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

将式（1-2）代入式（1-6），得速度的分量表示式

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1-7}$$

式（1-7）表明，质点的速度$\boldsymbol{v}$是沿三个坐标轴方向的分速度的矢量和。速度沿三个坐标轴方向的分量 v_x、v_y、v_z 分别是

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\ v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-8}$$

所以速率 v 为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

四、描述质点运动速度变化的快慢——加速度矢量

为了描述质点运动速度的变化，引入加速度矢量的概念。加速度矢量简称加速度，其定义方法与速度类似，即先定义平均量，再用极限方法定义瞬时量。

1. 平均加速度

如图 1-4 所示，质点运动轨迹为一曲线，在时刻 t，质点位于 A 点，速度为$\boldsymbol{v}_1$，在时刻 $t+\Delta t$，质点位于 B 点，速度为$\boldsymbol{v}_2$，在 t 到 $t+\Delta t$ 时间内，质点速度的增量为 $\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$，$\Delta\boldsymbol{v}$ 与 Δt 的比值称为 Δt 时间内质点的平均加速度，用$\overline{\boldsymbol{a}}$表示，即

$$\overline{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-9}$$

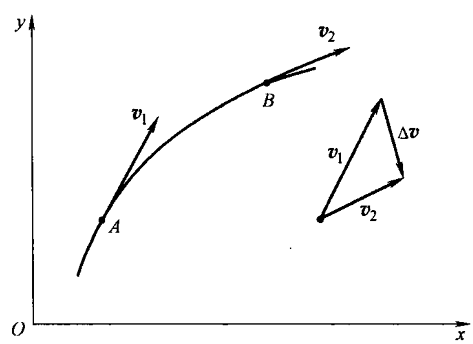

图 1-4　曲线运动的加速度

平均加速度是矢量，其方向与速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向相同，它表示质点在时间 Δt 内速度随时间的变化率。

2. 瞬时加速度

为精确描述质点速度的变化情况，引入瞬时加速度的概念。将时间 Δt 减小，当 $\Delta t\to0$ 时，平均加速度的极限值就是瞬时加速度，简称加速度，用 $\boldsymbol{a}$ 表示，即

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t\to0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

由式（1-6），加速度可表示为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-11}$$

即加速度等于速度对时间的一阶导数，或位置矢量对时间的二阶导数。

将式（1-7）代入式（1-10），得加速度的分量表示式

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=\boldsymbol{a}_x+\boldsymbol{a}_y+\boldsymbol{a}_y \tag{1-12}$$

式（1-12）表明，质点的加速度 $\boldsymbol{a}$ 是沿三个坐标轴方向的各加速度的矢量和。加速度沿三个坐标轴的分量 a_x、a_y、a_z 分别为

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \\ a_y &= \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} \\ a_z &= \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} \end{aligned}\right\} \tag{1-13}$$

加速度大小和其分量的关系是

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

加速度是矢量，其方向就是 $\Delta t\to 0$ 时平均加速度的极限方向，即 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向。质点作曲线运动时，加速度的方向总是指向轨迹曲线凹的一面，与同一时刻速度的方向一般是不同的。加速度的大小为 $|\boldsymbol{a}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$，一般情况下，$|\boldsymbol{a}|\neq\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$。

例 1-1 已知一质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=a\cos 2\pi t\boldsymbol{i}+b\sin 2\pi t\boldsymbol{j}$，式中 a、b 均为正常数。

（1）求质点的速度和加速度；

（2）证明质点的运动轨迹为一椭圆；

（3）求质点在 0s 到 0.25s 时间内的平均速度。

解 （1）

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=-2\pi a\sin 2\pi t\boldsymbol{i}+2\pi b\cos 2\pi t\boldsymbol{j}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}&=-4\pi^2a\cos 2\pi t\boldsymbol{i}-4\pi^2b\sin 2\pi t\boldsymbol{j}\\&=-4\pi^2(a\cos 2\pi t\boldsymbol{i}+b\sin 2\pi t\boldsymbol{j})=-4\pi^2\boldsymbol{r}\end{aligned}$$

（2）由运动方程的矢量式，它在直角坐标系中的分量时为

$$\left.\begin{aligned} x &= a\cos 2\pi t \\ y &= b\sin 2\pi t \end{aligned}\right\}$$

由此得

$$\frac{x}{a}=\cos 2\pi t,\ \frac{y}{b}=\sin 2\pi t$$

两式两边平方然后求和得

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

这就是轨迹方程，为一正椭圆。

(3) 平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1}{t_2-t_1}$

其中

$$\Delta t=(0.25-0)\mathrm{s}=0.25\mathrm{s}$$

$$\boldsymbol{r}_1(0)=a\cos 0\boldsymbol{i}+b\sin 0\boldsymbol{j}=a\boldsymbol{i}$$

$$\boldsymbol{r}_2(0.25)=a\cos\frac{\pi}{2}\boldsymbol{i}+b\sin\frac{\pi}{2}\boldsymbol{j}=b\boldsymbol{j}$$

$$\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2(0.25)-\boldsymbol{r}_1(0)=-a\boldsymbol{i}+b\boldsymbol{j}$$

质点的平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{-a\boldsymbol{i}+b\boldsymbol{j}}{0.25}=-4a\boldsymbol{i}+4b\boldsymbol{j}$$

其大小为

$$v=\sqrt{(v_x)^2+(v_y)^2}=\sqrt{(-4a)^2+(4b)^2}$$
$$=4\sqrt{a^2+b^2}$$

方向为

$$\tan\theta=\frac{\bar{v}_y}{\bar{v}_x}=-\frac{b}{a}(\text{图 1-5})$$

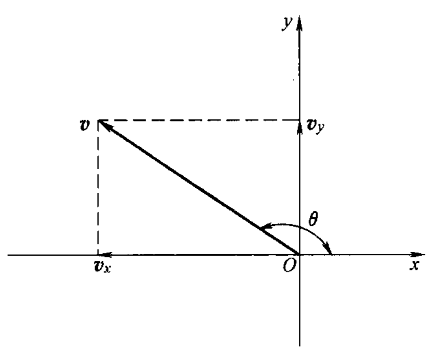

图 1-5 例 1-1 图

例 1-2 已知质点的加速度 $\boldsymbol{a}=12\boldsymbol{j}$，在 $t=0$ 时，$\boldsymbol{v}_0=5\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{r}_0=7\boldsymbol{k}$，单位为国际单位制（IS）单位，试求质点的速度和运动方程。

解 已知 $\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=12\boldsymbol{j}$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{v} = 12\boldsymbol{j}\,\mathrm{d}t$$

两边积分

$$\int_{v_0}^{v} \mathrm{d}\boldsymbol{v} = \int_0^t 12\boldsymbol{j}\,\mathrm{d}t$$

由此可得

$$\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_0 = 12t\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{v} = 5\boldsymbol{i} + 12t\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 5\boldsymbol{i} + 12t\boldsymbol{j}$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r} = (5\boldsymbol{i} + 12t\boldsymbol{j})\,\mathrm{d}t$$

两边积分
$$\int_{r_0}^{r} \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_0^t (5\boldsymbol{i} + 12t\boldsymbol{j})\,\mathrm{d}t$$

$$\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0 = 5t\boldsymbol{i} + 6t^2\boldsymbol{j}$$

可得
$$\boldsymbol{r} = 5t\boldsymbol{i} + 6t^2\boldsymbol{j} + 7\boldsymbol{k}$$

第三节　平面曲线运动

物体的运动轨迹为一个平面内的曲线的运动，称为平面曲线运动。大量观察和实验结果指出，如果物体同时参与几个方向的分运动，任何一个方向的分运动不会因其他方向运动的存在而受到影响，这称为运动的独立性；换句话说，任何一个运动都可视为若干个独立分运动的叠加，这就是运动的叠加原理。如抛体运动是竖直方向和水平方向两种直线运动叠加的结果，利用振动合成演示仪，可将两个直线运动叠加，得到圆周运动、椭圆运动，即一个平面曲线运动可视为几个较为简单的直线运动的合成，这是研究曲线运动的基本方法。

一、抛体运动

一抛体在地球表面附近以初速度$\boldsymbol{v}_0$沿与水平 x 轴正向成θ角的斜上方被抛出，选抛出点为坐标原点，取水平方向和竖直方向分别为 x 轴和 y 轴，建立如图 1-6 所示的平面直角坐标系 Oxy，将运动分解为 x 轴方向的匀速直线运动和 y 轴方向的匀变速直线运动。

取 $t=0$ 时，物体位于原点，v_0 沿 x 轴和 y 轴上的分量为

$$v_{0x} = v_0\cos\theta, v_{0y} = v_0\sin\theta$$

物体在空中任一时刻的速度为

$$\left.\begin{aligned} v_x &= v_0\cos\theta \\ v_y &= v_0\sin\theta - gt \end{aligned}\right\}$$

由上式可得物体在空中任一时刻的位置为

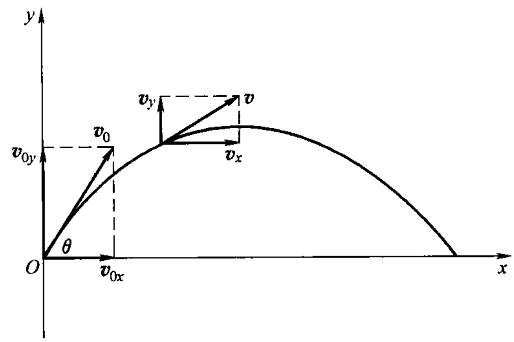

图 1-6 抛体运动

$$\left.\begin{aligned} x &= v_0 \cos\theta \cdot t \\ y &= v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}\right\} \tag{1-14}$$

消去方程中的 t，可得

$$y = x\tan\theta - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta} \tag{1-15}$$

式（1-15）是斜抛物体的轨迹方程，它表明在略去空间阻力的情况下，抛体在空间经历的路径为一抛物线。

令式（1-15）中 $y=0$，可求得抛物线与 x 轴的一个交点坐标为

$$x = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

这就是抛物线的射程。

二、圆周运动

在一般圆周运动中，质点速度的大小和方向都在改变，即存在着加速度。为使加速度的物理意义更为清晰，在圆周运动的研究中常采用自然坐标系。如图 1-7 所示，质点作平面曲线运动时，在轨迹上任一点可建立如下坐标系：以运动点为坐标原点，一坐标轴沿轨迹在该点的切线指向质点的前进方向，该方向的单位矢量为 e_t，另一坐标轴沿轨迹的法线指向轨迹曲率中心的方向，相应的单位矢量为 e_n，这种将轨迹的切线和法线作为坐标轴的坐标系就是自然坐标系。

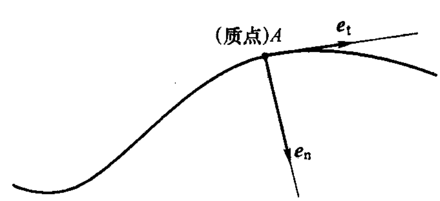

图 1-7 自然坐标系

下面分别考察速度的方向变化和大小变化所形成的加速度。

1. 匀速率圆周运动

设质点作半径为 R、速率为 v 的匀速率圆周运动，在时刻 t，质点位于 A 点，速度为$\boldsymbol{v}_A$，到 $t+\Delta t$ 时刻，质点运动到 B 点，速度为$\boldsymbol{v}_B$，$|\boldsymbol{v}_A|=|\boldsymbol{v}_B|=v$，在 Δt 时间内，速度的增量为 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A$，如图 1-8 所示。

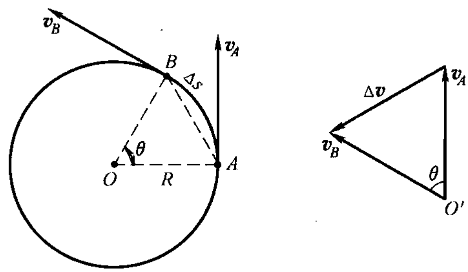

图 1-8　匀速率圆周运动

由定义，质点的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

其大小为

$$a=|\boldsymbol{a}|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{\Delta t} \tag{1-16}$$

由图可知，$\triangle OAB$ 与由$\boldsymbol{v}_A$、$\boldsymbol{v}_B$和 $\Delta\boldsymbol{v}$ 组成的速度三角形相似，故

$$\frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{AB}=\frac{v}{R}$$

所以

$$a=\frac{v}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{AB}}{\Delta t}$$

当 $\Delta t\to 0$ 时，B 点逐渐向 A 点靠近，位移的大小$\overline{AB}$趋近于曲线路程 Δs，所以

$$a=\frac{v}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{v}{R}\cdot v=\frac{v^2}{R} \tag{1-17}$$

质点作匀速率圆周运动时，瞬时加速度的大小是一个常数，等于 v^2/R。

下面考察加速度的方向。由定义知，加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向就是速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 在 $\Delta t\to 0$时的极限方向，当 $\Delta t\to 0$ 时，质点在 A 处的加速度方向垂直于 A 点的速度方向，沿法向指向圆心，故称为向心加速度，用 $\boldsymbol{a}_n$ 表示

$$\boldsymbol{a}_n=\frac{v^2}{R}\boldsymbol{e}_n \tag{1-18}$$

法向加速度在速度方向上没有分量，因此，它不改变速度的大小，只改变速度的方向。