2008–2010

新课标 三年高考

数学试题分类详解（第二版）

王连笑 主编

华东师范大学出版社

2008-2010

新课标 三年高考
数学试题分类详解（第二版）

王连笑　主编

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新课标三年高考数学试题分类详解(2008—2010).
—2/王连笑主编.—上海:华东师范大学出版社,2010.8
ISBN 978-7-5617-7464-9

Ⅰ.新…　Ⅱ.王…　Ⅲ.数学课—高中—解题—升学参考资料　Ⅳ.G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第003073号

新课标三年高考数学试题分类详解(第二版)
(2008—2010)

主　　编　王连笑
责任编辑　平　萍
封面设计　黄惠敏

出版发行　华东师范大学出版社
社　　址　上海市中山北路3663号　邮编200062
电话总机　021-62450163转各部门　行政传真021-62572105
客服电话　021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话　021-62869887
门市地址　上海市中山北路3663号华东师范大学校内先锋路口
网　　址　www.ecnupress.com.cn

印 刷 者　江苏句容市排印厂
开　　本　787×1092　16开
印　　张　24.75
字　　数　727千字
版　　次　2010年8月第二版
印　　次　2010年8月第一次
印　　数　6000
书　　号　ISBN 978-7-5617-7464-9/G·4312
定　　价　38.00元

出 版 人　朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话021-62865537联系)

前　言

依据新的国家高中课程标准进行教学，按照新课程标准考试大纲实施高考的省份在逐年增加.

2007 年是山东省、广东省、海南省和宁夏回族自治区；

2008 年增加了江苏省；

2009 年增加到 10 个省市，新增加的有：辽宁省、浙江省、福建省、安徽省和天津市；

2010 年又有北京、湖南、黑龙江、陕西、吉林等省市亮相.

这样到了 2010 年，依据新课标实施高考的省份就达到了 15 个. 其中黑龙江、吉林、宁夏、海南省使用全国新课标卷，其他省市为自主命题，共有 23 份试卷(江苏省为文理合卷).

因此新课标高考成为人们普遍关注的问题.

今年的高考是明年高考的一面镜子，前几年新课标高考是 2011 年新课标高考的一面镜子，了解新课标高考数学试题，并以这些试题为素材进行高考复习，有利于把握新课标的基本理念和高考的特点，有利于有针对性地进行复习.

新课标高考的数学学科命题仍然坚持能力立意，注重考查数学基础知识、基本技能和基本思想的原则；坚持强调数学思想和方法的原则；坚持数学应用，考查应用意识的原则；重视开放探索，考查创新能力的原则；体现要求层次，控制试卷难度的原则，但是在对数学能力和数学知识考查的要求上，与原来的老大纲卷的要求都有些变化.

例如对数学能力的考查，老大纲卷要求的是 5 个能力：思维能力、运算能力、空间想象能力以及实践能力和创新意识，而新课标卷则增加到 7 个：空间想象能力、抽象概括能力、推理论证能力、运算求解能力、数据处理能力以及应用意识和创新意识. 把思维能力具体化为抽象概括能力和推理论证能力，增加了数据处理能力，把实践能力改为应用意识，这些能力要求提法的改变，必然要在高考中有所体现.

又如在数学知识的考查内容上增加了一些新知识：函数的零点、二分法、算法程序、推理与证明、随机数与几何概型、条件概率、茎叶图、最小二乘法、变量相关性和统计案例、三视图、空间向量、空间坐标系的应用、参数方程和极坐标等，理科增加了定积分和微积分基本定理，文科增加了复数和导数公式等，有的省还考查了矩阵. 当然，与老大纲卷相比有些知识的考查要求降低了，例如反函数、立体几何与解析几何的一些内容如三垂线定理、直线与圆锥曲线的位置关系等. 考试内容的变化和对知识要求的变化势必影响高考复习的安排.

在试题设计上，新课标试卷更强调新课程的核心理念，更注重题型的新颖，更强调通过试题考查数学探究和数学应用能力. 试题设计的变化只有通过不断练习才能逐步适应.

本书收集了 2008 年到 2010 年三年新课标高考的全部数学高考试题，并进行了分类整理和详细解析，可以帮助 2011 年按新课标考试大纲参加高考的考生事半功倍地提高数学能力，总结解题规律，积累解题经验.

由于新课标数学课程的学习是按“模块”的结构进行的，而高考复习则需要对所学的知识进行梳理，因此为了复习的方便，本书没有按原有模块进行分章，而是把同一内容的知识相对集中，重新组织，使考生使用起来更为方便.

书后，附录了一张新课标高考考试大纲与老大纲卷高考考试大纲的对比表，供考生参考.

目录

1

集　合

选择题

1. (2010 广东卷文 1)若集合 $A=\{0,1,2,3\}$, $B=\{1,2,4\}$,则集合 $A\cup B=$(　　).

A. $\{0,1,2,3,4\}$　　B. $\{1,2,3,4\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0\}$

【解】 $A\cup B=\{0,1,2,3,4\}$. 故选 A.

2. (2010 广东卷理 1)若集合 $A=\{x\mid -2<x<1\}$, $B=\{x\mid 0<x<2\}$,则集合 $A\cap B=$(　　).

A. $\{x\mid -1<x<1\}$　　B. $\{x\mid -2<x<1\}$

C. $\{x\mid -2<x<2\}$　　D. $\{x\mid 0<x<1\}$

【解】 $A\cap B=\{x\mid -2<x<1\}\cap\{x\mid 0<x<2\}=\{x\mid 0<x<1\}$. 故选 D.

3. (2010 湖南卷理 1)已知集合 $M=\{1,2,3\}$, $N=\{2,3,4\}$,则(　　).

A. $M\subseteq N$　　B. $N\subseteq M$

C. $M\cap N=\{2,3\}$　　D. $M\cup N=\{1,4\}$

【解】 $M\cap N=\{1,2,3\}\cap\{2,3,4\}=\{2,3\}$. 故选 C.

4. (2010 陕西卷文 1)集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$, $B=\{x\mid x<1\}$,则 $A\cap B=$(　　).

A. $\{x\mid x<1\}$　　B. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$

C. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$　　D. $\{x\mid -1\leqslant x<1\}$

【解】 $A\cap B=\{x\mid -1\leqslant x<1\}$. 故选 D.

5. (2010 安徽卷文 1)若 $A=\{x\mid x+1>0\}$, $B=\{x\mid x-3<0\}$,则 $A\cap B=$(　　).

A. $(-1,+\infty)$　　B. $(-\infty,3)$　　C. $(-1,3)$　　D. $(1,3)$

【解】 解集合 A,得 $x>-1$;解集合 B,得 $x<3$,所以 $A\cap B=(-1,3)$. 故选 C.

6. (2010 北京卷理 1、文 1)集合 $P=\{x\in\mathbf{Z}\mid 0\leqslant x<3\}$, $M=\{x\in\mathbf{Z}\mid x^2\leqslant 9\}$,则 $P\cap M=$(　　).

A. $\{1,2\}$　　B. $\{0,1,2\}$　　C. $\{x\mid 0\leqslant x<3\}$　　D. $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 3\}$

【解】 $P=\{0,1,2\}$, $M=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$,所以 $P\cap M=\{0,1,2\}$. 故选 B.

7. (2010 福建卷文 1)若集合 $A=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$, $B=\{x\mid x>2\}$,则 $A\cap B$ 等于(　　).

A. $\{x\mid 2<x\leqslant 3\}$　　B. $\{x\mid x\geqslant 1\}$

C. $\{x\mid 2\leqslant x<3\}$　　D. $\{x\mid x>2\}$

【解】 $A\cap B=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}\cap\{x\mid x>2\}=\{x\mid 2<x\leqslant 3\}$. 故选 A.

8. (2010 辽宁卷文 1)已知集合 $U=\{1,3,5,7,9\}$, $A=\{1,5,7\}$. 则 $\complement_U A=$(　　).

A. $\{1,3\}$　　B. $\{3,7,9\}$　　C. $\{3,5,9\}$　　D. $\{3,9\}$

【解】 由 $U=\{1,3,5,7,9\}$, $A=\{1,5,7\}$,则 $\complement_U A=\{3,9\}$. 故选 D.

9. (2010 辽宁卷理 1)已知 A、B 均为集合 $U=\{1,3,5,7,9\}$ 的子集,且 $A\cap B=\{3\}$, $(\complement_U B)\cap A$

$=\{9\}$,则 $A=($　　$)$.

A. $\{1, 3\}$　　B. $\{3, 7, 9\}$　　C. $\{3, 5, 9\}$　　D. $\{3, 9\}$

【解】 由 $A\cap B=\{3\}$,知 $3\in A$;由$(\complement_U B)\cap A=\{9\}$,知 $9\in A$,所以 $A=\{3, 9\}$. 故选 D.

10. (2010 浙江卷文 1)设 $P=\{x\mid x<1\}$, $Q=\{x\mid x^2<4\}$,则 $P\cap Q=($　　$)$.

A. $\{x\mid -1<x<2\}$　　B. $\{x\mid -3<x<1\}$

C. $\{x\mid 1<x<4\}$　　D. $\{x\mid -2<x<1\}$

【解】 $Q=\{x\mid x^2<4\}=\{x\mid -2<x<2\}$,所以 $P\cap Q=\{x\mid -2<x<1\}$. 故选 D.

11. (2010 浙江卷理 1)设 $P=\{x\mid x<4\}$, $Q=\{x\mid x^2<4\}$,则(　　).

A. $P\subseteq Q$　　B. $Q\subseteq P$

C. $P\subseteq \complement_{\mathbf{R}}Q$　　D. $Q\subseteq \complement_{\mathbf{R}}P$

【解】 $Q=\{x\mid x^2<4\}=\{x\mid -2<x<2\}$,所以 $Q\subseteq P$. 故选 B.

12. (2010 全国新课标卷理 1、文 1)已知集合 $A=\{x\mid |x|\leqslant 2, x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x\mid \sqrt{x}\leqslant 4, x\in\mathbf{Z}\}$,则 $A\cap B=($　　$)$.

A. $(0, 2)$　　B. $[0, 2]$　　C. $\{0, 2\}$　　D. $\{0, 1, 2\}$

【解】 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2, x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{0, 1, 2, \cdots, 16\}$,则 $A\cap B=\{0, 1, 2\}$. 故选 D.

13. (2010 山东卷文 1)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $M=\{x\mid x^2-4\leqslant 0\}$,则 $\complement_U M=($　　$)$.

A. $\{x\mid -2<x<2\}$　　B. $\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$

C. $\{x\mid x<-2$ 或 $x>2\}$　　D. $\{x\mid x\leqslant -2$ 或 $x\geqslant 2\}$

【解】 因为集合 $M=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$,所以 $\complement_U M=\{x\mid x<-2$ 或 $x>2\}$. 故选 C.

14. (2010 陕西卷理 1)集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$, $B=\{x\mid x<1\}$,则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=($　　$)$.

A. $\{x\mid x>1\}$　　B. $\{x\mid x\geqslant 1\}$　　C. $\{x\mid 1<x\leqslant 2\}$　　D. $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$

【解】 因为 $\complement_{\mathbf{R}}B=\{x\mid x\geqslant 1\}$,所以 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$. 故选 D.

15. (2010 山东卷理 1)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $M=\{x\mid |x-1|\leqslant 2\}$,则 $\complement_U M=($　　$)$.

A. $\{x\mid -1<x<3\}$　　B. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$

C. $\{x\mid x<-1$ 或 $x>3\}$　　D. $\{x\mid x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 3\}$

【解】 集合 $M=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$,则 $\complement_U M=\{x\mid x<-1$ 或 $x>3\}$. 故选 C.

16. (2010 安徽卷理 2)若集合 $A=\left\{x\,\middle|\,\log_{\frac{1}{2}}x\geqslant\frac{1}{2}\right\}$,则 $\complement_{\mathbf{R}}A=($　　$)$.

A. $(-\infty, 0]\cup\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$　　B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$

C. $(-\infty, 0]\cup\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$　　D. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$

【解】 $\log_{\frac{1}{2}}x\geqslant\frac{1}{2}$ 的解为 $0<x\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$,所以 $\complement_{\mathbf{R}}A=(-\infty, 0]\cup\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$. 故选 A.

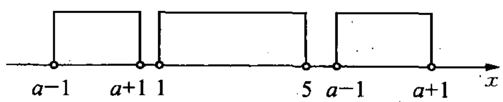
17. (2010 天津卷文 7)设集合 $A=\{x\mid |x-a|<1, x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x\mid 1<x<5, x\in\mathbf{R}\}$. 若 $A\cap B=\varnothing$,则实数 a 的取值范围是(　　).

A. $\{a\mid 0\leqslant a\leqslant 6\}$

B. $\{a\mid a\leqslant 2$ 或 $a\geqslant 4\}$

C. $\{a\mid a\leqslant 0$ 或 $a\geqslant 6\}$

D. $\{a\mid 2\leqslant a\leqslant 4\}$



第 17 题答案图

【解】 集合 A 化为 $A=\{x\mid a-1<x<a+1, x\in\mathbf{R}\}$,又知 $B=\{x\mid 1<x<5, x\in\mathbf{R}\}$,如图,因为 $A\cap B=\varnothing$,所以 $a+1\leqslant 1$ 或 $a-1\geqslant 5$,即 $a\leqslant 0$ 或 $a\geqslant 6$. 故选 C.

18. (2010 天津卷理 9)设集合 $A=\{x\mid |x-a|<1, x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x\mid |x-b|>2, x\in\mathbf{R}\}$. 若 $A\subseteq B$,则实数 a、b 必满足(　　).

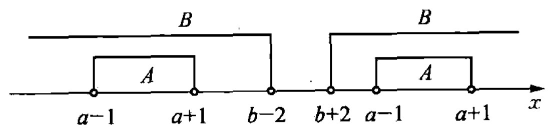
A. $|a+b|\leqslant 3$　　　　B. $|a+b|\geqslant 3$

C. $|a-b|\leqslant 3$　　　　D. $|a-b|\geqslant 3$

【解】 集合 A 化为 $A=\{x\mid a-1<x<a+1,\ x\in\mathbf{R}\}$.

集合 B 化为 $B=\{x\mid x<b-2$ 或 $x>b+2,\ x\in\mathbf{R}\}$.

如图,若 $A\subseteq B$,则需满足 $a+1\leqslant b-2$ 或 $a-1\geqslant b+2$,因此有 $a-b\leqslant -3$ 或 $a-b\geqslant 3$,即 $|a-b|\geqslant 3$. 故选 D.



第 18 题答案图

19. (2010 广东卷文 10)在集合 $\{a,b,c,d\}$ 上定义两种运算 $\oplus$ 和 $\otimes$ 如下:

$\oplus$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	b	b	b
c	c	b	c	b
d	d	b	b	d

$\otimes$	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	a	b	c	d
c	a	c	c	a
d	a	d	a	d

那么 $d\otimes(a\oplus c)=$(　　).

A. a　　B. b　　C. c　　D. d

【解】 $a\oplus c=c$, $d\otimes(a\oplus c)=d\otimes c=a$. 故选 A.

20. (2010 福建卷文 12)设非空集合 $S=\{x\mid m\leqslant x\leqslant l\}$ 满足:当 $x\in S$ 时,有 $x^2\in S$. 给出如下三个命题:①若 $m=1$,则 $S=\{1\}$;②若 $m=-\dfrac{1}{2}$,则 $\dfrac{1}{4}\leqslant l\leqslant 1$;③若 $l=\dfrac{1}{2}$,则 $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\leqslant m\leqslant 0$.

其中正确命题的个数是(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

【解】 当 $m=1$ 时,$S=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant l\}$,若 $a\in S$,且 $a\neq 1$,则 $a^2\in S$,因为 $a>1$,所以 $a^2>a>1$,由此,若 $l\in S$,则 $l^2\in S$,而 $l^2>l$,与 l 是集合 S 的最大值矛盾,所以 $S=\{1\}$,因而①正确;当 $m=-\dfrac{1}{2}$ 时,$S=\left\{x\,\middle|\,-\dfrac{1}{2}\leqslant x\leqslant l\right\}$,由 $-\dfrac{1}{2}\in S$,得 $\dfrac{1}{4}\in S$,由①,知 $l\leqslant 1$,当 $-\dfrac{1}{2}\leqslant l\leqslant 1$ 时,$\dfrac{1}{4}\leqslant l\leqslant 1$,因而②正确;当 $l=\dfrac{1}{2}$ 时,$S=\left\{x\,\middle|\,m\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{2}\right\}$,由 $l\in S$,得 $\pm\sqrt{l}\in S$,则 $\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}\in S$,所以 $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\leqslant m\leqslant 0$,因而③正确. 综上所述,①、②、③都正确. 故选 D.

21. (2009 安徽卷理 2)若集合 $A=\{x\mid |2x-1|<3\}$,$B=\left\{x\,\middle|\,\dfrac{2x+1}{3-x}<0\right\}$,则 $A\cap B$ 是(　　).

A. $\left\{x\,\middle|\,-1<x<-\dfrac{1}{2}\text{或}2<x<3\right\}$　　B. $\{x\mid 2<x<3\}$

C. $\left\{x\,\middle|\,-\dfrac{1}{2}<x<2\right\}$　　D. $\left\{x\,\middle|\,-1<x<-\dfrac{1}{2}\right\}$

【解】 集合 $A=\{x\mid -1<x<2\}$,$B=\left\{x\,\middle|\,x<-\dfrac{1}{2}\text{ 或 }x>3\right\}$.

因此 $A\cap B=\left\{x\,\middle|\,-1<x<-\dfrac{1}{2}\right\}$. 故选 D.

22. (2009 安徽卷文 2)若集合 $A=\{x\mid(2x+1)(x-3)<0\}$，$B=\{x\in\mathbf{N}^*\mid x\leqslant5\}$，则 $A\cap B$ 是(　　).

A. $\{1, 2, 3\}$　　B. $\{1, 2\}$

C. $\{4, 5\}$　　D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

【解】 集合 $A=\left\{x\middle|-\frac{1}{2}<x<3\right\}$，$B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，因此 $A\cap B=\{1, 2\}$. 故选 B.

23. (2009 福建卷理 2)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x\mid x^2-2x>0\}$，则 $\complement_U A$ 等于(　　).

A. $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$　　B. $\{x\mid 0<x<2\}$

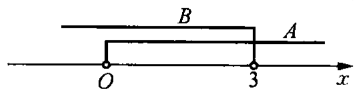
C. $\{x|x<0$ 或 $x>2\}$　　D. $\{x|x\leqslant0$ 或 $x\geqslant2\}$

【解】 集合 $A=\{x\mid x<0$ 或$x>2\}$，因此 $\complement_U A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$. 故选 A.

24. (2009 福建卷文 1)若集合 $A=\{x\mid x>0\}$，$B=\{x\mid x<3\}$，则 $A\cap B$ 等于(　　).

A. $\{x|x<0\}$　　B. $\{x|0<x<3\}$

C. $\{x|x>4\}$　　D. $\mathbf{R}$



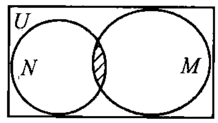
第 24 题答案图

【解】 如图，利用数轴和交集的定义，得 $A\cap B=\{x\mid 0<x<3\}$. 故选 B.

25. (2009 广东卷理 1)已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $M=\{x|-2\leqslant x-1\leqslant2\}$和 $N=\{x|x=2k-1, k=1, 2, \cdots\}$的关系的韦恩(Venn)图如图所示，则阴影部分所示的集合的元素共有(　　).

A. 3 个　　B. 2 个

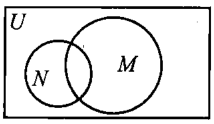
C. 1 个　　D. 无穷多个



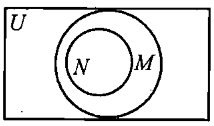
第 25 题图

【解】 由 $M=\{x|-2\leqslant x-1\leqslant2\}$ 得 $-1\leqslant x\leqslant3$，则 $M\cap N=\{1, 3\}$，有 2 个元素. 故选 B.

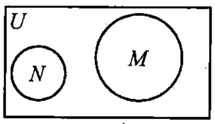
26. (2009 广东卷文 1)已知全集 $U=\mathbf{R}$，则正确表示集合 $M=\{-1, 0, 1\}$ 和 $N=\{x\mid x^2+x=0\}$ 关系的韦恩(Venn)图是(　　).



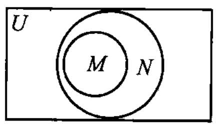
A.



B.



C.



D.

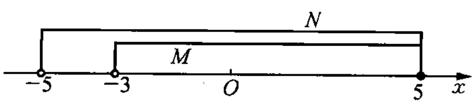
【解】 由 $N=\{x\mid x^2+x=0\}=\{-1, 0\}$，得 $N\subset M$. 故选 B.

27. (2009 辽宁卷理 1)已知集合 $M=\{x|-3<x\leqslant5\}$，$N=\{x|-5<x<5\}$，则集合 $M\cap N=$(　　).

A. $\{x|-5<x<5\}$　　B. $\{x|-3<x<5\}$

C. $\{x|-5<x\leqslant5\}$　　D. $\{x|-3<x\leqslant5\}$

【解】 如图，画出数轴利用交集概念求解. 故选 B.



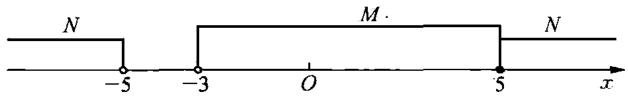
第 27 题答案图

28. (2009 辽宁卷文 1)已知集合 $M=\{x|-3<x\leqslant5\}$，$N=\{x\mid x<-5$ 或 $x>5\}$，则 $M\cup N=$(　　).

A. $\{x\mid x<-5$ 或 $x>-3\}$　　B. $\{x|-5<x<5\}$

C. $\{x\mid -3<x<5\}$　　　　　　　　D. $\{x\mid x<-3$ 或 $x>5\}$

【解】 如图,画出数轴利用并集概念求解. 故选 A.



第 28 题答案图

29. (2009 海南、宁夏卷理 1)已知集合 $A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B=\{0, 3, 6, 9, 12\}$, 则 $A\cap \complement_{\mathbf{N}}B=$(　　).

A. $\{1, 5, 7\}$　　B. $\{3, 5, 7\}$　　C. $\{1, 3, 9\}$　　D. $\{1, 2, 3\}$

【解】 $A\cap \complement_{\mathbf{N}}B=\{1, 5, 7\}$. 故选 A.

30. (2009 海南、宁夏卷文 1)已知集合 $A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B=\{0, 3, 6, 9, 12\}$,则 $A\cap B=$(　　).

A. $\{3, 5\}$　　B. $\{3, 6\}$　　C. $\{3, 7\}$　　D. $\{3, 9\}$

【解】 $A\cap B=\{3, 9\}$. 故选 D.

31. (2009 山东卷理 1、文 1)集合 $A=\{0, 2, a\}$, $B=\{1, a^2\}$,若 $A\cup B=\{0, 1, 2, 4, 16\}$,则 a 的值为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 4

【解】 因为 $A=\{0, 2, a\}$, $B=\{1, a^2\}$, $A\cup B=\{0, 1, 2, 4, 16\}$,所以 $\begin{cases}a^2=16,\\ a=4,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a^2=4,\\ a=16,\end{cases}$ 解得 $a=4$. 故选 D.

32. (2009 浙江卷理 1、文 1)设 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x\mid x>0\}$, $B=\{x\mid x>1\}$,则 $A\cap \complement_U B=$(　　).

A. $\{x\mid 0\leqslant x<1\}$　　B. $\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$　　C. $\{x\mid x<0\}$　　D. $\{x\mid x>1\}$

【解】 $\complement_U B=\{x\mid x\leqslant 1\}$,因此 $A\cap \complement_U B=\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$. 故选 B.

33. (2008 广东卷文 1)第二十九届夏季奥林匹克运动会将于 2008 年 8 月 8 日在北京举行. 若集合 $A=\{$参加北京奥运会比赛的运动员$\}$,集合 $B=\{$参加北京奥运会比赛的男运动员$\}$,集合 $C=\{$参加北京奥运会比赛的女运动员$\}$,则下列关系正确的是(　　).

A. $A\subseteq B$　　B. $B\subseteq C$　　C. $B\cup C=A$　　D. $A\cap B=C$

【解】 选 C.

34. (2008 海南、宁夏卷文 1)已知集合 $M=\{x\mid (x+2)(x-1)<0\}$, $N=\{x\mid x+1<0\}$,则 $M\cap N=$(　　).

A. $(-1, 1)$　　　　B. $(-2, 1)$

C. $(-2, -1)$　　　　D. $(1, 2)$

【解】 解 $\begin{cases}(x+2)(x-1)<0,\\ x<-1,\end{cases}$ 得 $-2<x<-1$. 故选 C.

35. (2008 山东卷理 1、文 1)满足 $M\subseteq\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$,且 $M\cap\{a_1, a_2, a_3\}=\{a_1, a_2\}$ 的集合 M 的个数是(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【解】 集合 M 中必含有 a_1、a_2,因此 $M=\{a_1, a_2\}$ 或 $M=\{a_1, a_2, a_4\}$. 故选 B.

填空题

36. (2010 湖南卷文 9)已知集合 $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{2, m, 4\}$, $A\cap B=\{2, 3\}$,则 $m=$ ________.

【解】 3.

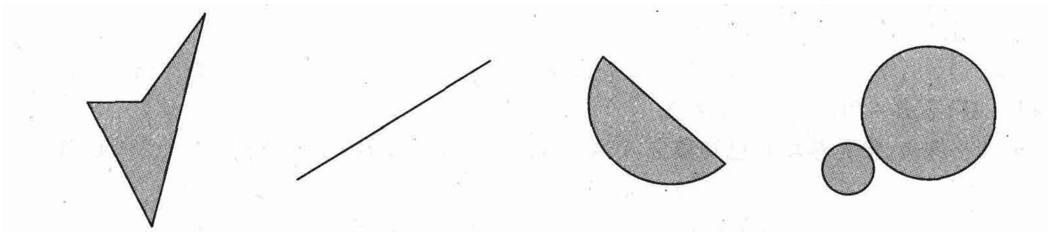
因为 $A\cap B=\{2, 3\}$,所以 $2\in B$, $3\in B$,于是 $m=3$.

37. (2010 江苏卷 1)设集合 $A=\{-1, 1, 3\}$, $B=\{a+2, a^2+4\}$, $A\cap B=\{3\}$,则实数 $a=$ ________.

【解】 1.

因为 $A\cap B=\{3\}$,所以 $3\in B=\{a+2, a^2+4\}$. 若 $a+2=3$,则 $a=1$, $B=\{3, 5\}$,满足 $A\cap B=\{3\}$;若 $a^2+4=3$,则 $a^2=-1<0$,无解.所以 $a=1$.

38. (2010 福建卷文 15)对于平面上的点集 Ω,如果连结 Ω 中任意两点的线段必定包含于 Ω,则称 Ω 为平面上的凸集,给出平面上 4 个点集的图形如下(阴影区域及其边界):

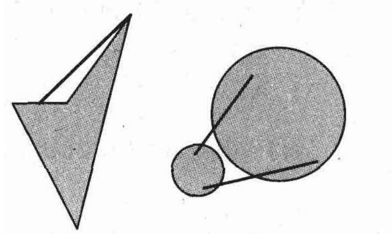


① ② ③ ④

其中为凸集的是________.(写出所有凸集相应图形的序号)

【解】 ②、③.

根据凸集的定义,②和③符合,而在图①和④表示的集合中都存在两点,连结两点的线段不全包含于 Ω,因此不是凸集(如图).



① ④

第 38 题答案图

39. (2010 湖南卷文 15)若规定 $E=\{a_1, a_2, \cdots, a_{10}\}$,子集 $\{a_{k_1}, a_{k_2}, \cdots, a_{k_n}\}$ 为 E 的第 k 个子集,其中 $k=2^{k_1-1}+2^{k_2-1}+\cdots+2^{k_n-1}$,则

(1) $\{a_1, a_3\}$是 E 的第________个子集;

(2) E 的第 211 个子集是________________.

【解】 (1) 5; (2) $\{a_1, a_2, a_5, a_7, a_8\}$.

(1) 由题意,得 $k_1=1$, $k_2=3$,则 $k=2^{1-1}+2^{3-1}=5$,所以$\{a_1, a_3\}$ 是 E 的第 5 个子集;

(2) 因为 $211=2^7+2^6+2^4+2+1$,所以 $k_1=1$, $k_2=2$, $k_3=5$, $k_4=7$, $k_5=8$,所以 E 的第 211 个子集是$\{a_1, a_2, a_5, a_7, a_8\}$.

40. (2009 江苏卷 11)已知集合 $A=\{x\mid \log_2 x\leqslant 2\}$, $B=(-\infty, a)$,若 $A\subseteq B$,则实数 a 的取值范围是$(c, +\infty)$,其中 $c=$________.

【解】 4.

由 $\log_2 x\leqslant 2$,得 $0<x\leqslant 4$,即 $A=(0, 4]$,又由 $A\subseteq B$,知 $a>4$,所以 $c=4$.

41. (2009 天津卷文 13)设全集 $U=A\cup B=\{x\in \mathbf{N}^*\mid \lg x<1\}$,若 $A\cap(\complement_U B)=\{m\mid m=2n+1, n=0, 1, 2, 3, 4\}$,则集合 $B=$________.

【解】 $\{2, 4, 6, 8\}$.

$U=A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A\cap(\complement_U B)=\{1, 3, 5, 7, 9\}$,则 $B=\{2, 4, 6, 8\}$.

42. (2008 江苏卷 4)已知集合 $A=\{x\mid (x-1)^2<3x-7, x\in \mathbf{R}\}$,则集合 $A\cap\mathbf{Z}$ 中有________个元素.

【解】 0.

将 $(x-1)^2<3x-7$ 化为 $x^2-5x+8<0$,因为 $\Delta=5^2-4\times 8<0$,所以不等式无解,即 $A=\varnothing$.于是 $A\cap \mathbf{Z}=\varnothing$,因此集合 $A\cap\mathbf{Z}$ 中有 0 个元素.

解答题

43. (2010 北京卷文 20)已知集合 $S_n=\{X\mid X=(x_1, x_2, \cdots, x_n), x_i\in\{0, 1\}, i=1, 2, \cdots, n\}$

$(n \geqslant 2)$，对于 $A=(a_1, a_2, \cdots, a_n)$，$B=(b_1, b_2, \cdots, b_n) \in S_n$，定义 A 与 B 的差为 $A-B=(|a_1-b_1|, |a_2-b_2|, \cdots, |a_n-b_n|)$，$A$ 与 B 之间的距离为 $d(A, B)=\sum\limits_{i=1}^{n}|a_i-b_i|$.

(I) 当 $n=5$ 时，设 $A=(0, 1, 0, 0, 1)$，$B=(1, 1, 1, 0, 0)$，求 $A-B$ 和 $d(A, B)$；

(II) 证明：$\forall A, B, C \in S_n$，有 $A-B \in S_n$，且 $d(A-C, B-C)=d(A, B)$；

(III) 证明：$\forall A, B, C \in S_n$，$d(A, B)$、$d(A, C)$、$d(B, C)$ 三个数中至少有一个是偶数.

(I)【解】 $A-B=(|0-1|, |1-1|, |0-1|, |0-0|, |1-0|)=(1, 0, 1, 0, 1)$.
$d(A, B)=|0-1|+|1-1|+|0-1|+|0-0|+|1-0|=3$.

(II)【证明】 设 $A=(a_1, a_2, \cdots, a_n)$，$B=(b_1, b_2, \cdots, b_n)$，$C=(c_1, c_2, \cdots, c_n) \in S_n$.
因为 $a_i, b_i \in \{0, 1\}$，所以 $|a_i-b_i| \in \{0, 1\}$，$i=1, 2, \cdots, n$.
即 $A-B=(|a_1-b_1|, |a_2-b_2|, \cdots, |a_n-b_n|) \in S_n$.
又知当 $c_i=0$ 时，$d(A-C, B-C)=\sum\limits_{i=1}^{n}||a_i-c_i|-|b_i-c_i||=\sum\limits_{i=1}^{n}|a_i-b_i|=d(A, B)$；
当 $c_i=1$ 时，

$$d(A-C, B-C)=\sum_{i=1}^{n}||a_i-c_i|-|b_i-c_i||=\sum_{i=1}^{n}|(1-a_i)-(1-b_i)|=\sum_{i=1}^{n}|a_i-b_i|=d(A, B),$$

所以 $d(A-C, B-C)=d(A, B)$.

(III)【证明】 设 $A=(a_1, a_2, \cdots, a_n)$，$B=(b_1, b_2, \cdots, b_n)$，$C=(c_1, c_2, \cdots, c_n) \in S_n$.
记 $d(A, B)=k$，$d(A, C)=l$，$d(B, C)=h$，$O(0, 0, \cdots, 0) \in S_n$.
由(I)，可知：

$$d(A, B)=d(A-A, B-A)=d(O, B-A)=k,$$
$$d(A, C)=d(A-A, C-A)=d(O, C-A)=l,$$
$$d(B, C)=d(B-A, C-A)=h,$$

即 $|b_i-a_i|$ 中 1 的个数为 k，$|c_i-a_i|$ 中 1 的个数为 l，$i=1, 2, \cdots, n$.
设 t 是使 $|b_i-a_i|=|c_i-a_i|=1$ 成立的 i 的个数，则有 $h=k+l-2t$.
由此可知，k、l、h 不可能全为奇数，即 $d(A, B)$、$d(A, C)$、$d(B, C)$ 三个数中至少有一个是偶数.

2

常用逻辑用语、推理与证明

选择题

1. (2010 广东卷理 5)“$m<\frac{1}{4}$”是“一元二次方程 $x^2+x+m=0$ 有实数解”的(　　).

A. 充分非必要条件　　B. 充分必要条件

C. 必要非充分条件　　D. 非充分必要条件

【解法 1】 由 $x^2+x+m=0$,知$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1-4m}{4}\geqslant 0$的充分必要条件是$m\leqslant\frac{1}{4}$. 则“一元二次方程 $x^2+x+m=0$ 有实数解”的充分必要条件是“$m\leqslant\frac{1}{4}$”,所以“$m<\frac{1}{4}$”只是“一元二次方程 $x^2+x+m=0$ 有实数解”的充分非必要条件. 故选 A.

【解法 2】 当 $m<\frac{1}{4}$ 时,方程的判别式 $\Delta=1-4m>0$,所以一元二次方程 $x^2+x+m=0$ 有实数解;当一元二次方程 $x^2+x+m=0$ 有实数解时,方程的判别式 $\Delta=1-4m\geqslant 0$,即 $m\leqslant\frac{1}{4}$. 因此“$m<\frac{1}{4}$”只是“一元二次方程 $x^2+x+m=0$ 有实数解”的充分非必要条件. 故选 A.

2. (2010 广东卷文 8)“$x>0$”是“$\sqrt[3]{x^2}>0$”的(　　).

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 非充分非必要条件　　D. 充要条件

【解】 当 $x>0$ 时,有 $\sqrt[3]{x^2}>0$,则“$x>0$”是“$\sqrt[3]{x^2}>0$”的充分条件;当 $x<0$ 时,例如当 $x=-2$ 时仍有 $\sqrt[3]{(-2)^2}=\sqrt[3]{4}>0$,所以“$x>0$”不是“$\sqrt[3]{x^2}>0$”的必要条件. 故选 A.

3. (2010 陕西卷文 6)“$a>0$”是“$|a|>0$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解】 若 $a>0$,则必有 $|a|>0$,所以“$a>0$”是“$|a|>0$”的充分条件;反之,若 $|a|>0$,例如 $|-3|>0$,而 $-3<0$,所以“$a>0$”不是“$|a|>0$”的必要条件. 故选 A.

4. (2010 山东卷文 7)设$\{a_n\}$是首项大于零的等比数列,则“$a_1<a_2$”是“数列$\{a_n\}$是递增数列”的(　　).

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解】 若数列$\{a_n\}$是递增数列,则 $a_1<a_2$;若 $a_1<a_2$,设公比为 q $(q\neq 1)$,则 $a_1q-a_1>0$,因为 $a_1>0$,所以$q>1$,从而数列$\{a_n\}$是递增数列. 因此“$a_1<a_2$”是“数列$\{a_n\}$是递增数列”的充分必要条件.

故选 C.

5. (2010 山东卷理 9)设$\{a_n\}$是等比数列,则“$a_1 < a_2 < a_3$”是“数列$\{a_n\}$是递增数列”的(　　).

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解】 若数列$\{a_n\}$是递增数列,则$a_1 < a_2 < a_3$;若$a_1 < a_2 < a_3$,设公比为q ($q \neq 1$),则$\begin{cases} a_1q - a_1 > 0, \\ a_1q^2 - a_1q > 0, \end{cases}$解得$a_1 > 0$且$q > 1$,或$a_1 < 0$且$0 < q < 1$. 考察$a_n = a_1q^{n-1}$,在这两种情况下,由于$f(x) = a_1q^{x-1}$是增函数,所以数列$\{a_n\}$是递增数列. 因此“$a_1 < a_2 < a_3$”是“数列$\{a_n\}$是递增数列”的充分必要条件. 故选 C.

6. (2010 陕西卷理 9)对于数列$\{a_n\}$,“$a_{n+1} > |a_n|$ ($n = 1, 2, \cdots$)”是“$\{a_n\}$为递增数列”的(　　).

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解】 由$a_{n+1} > |a_n|$ ($n = 1, 2, \cdots$),知$\{a_n\}$的所有项均为正项,且$a_1 < a_2 < \cdots < a_n < a_{n+1} < \cdots$,即$\{a_n\}$为递增数列,所以“$a_{n+1} > |a_n|$ ($n = 1, 2, \cdots$)”是“$\{a_n\}$为递增数列”的充分条件;反之,$\{a_n\}$为递增数列,不一定有$a_{n+1} > |a_n|$ ($n = 1, 2, \cdots$),例如$-3, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots$是递增数列,但是不满足$a_{n+1} > |a_n|$,因此“$a_{n+1} > |a_n|$ ($n = 1, 2, \cdots$)”不是“$\{a_n\}$为递增数列”的必要条件. 故选 B.

7. (2010 浙江卷理 4、文 6)设$0 < x < \frac{\pi}{2}$,则“$x\sin^2 x < 1$”是“$x\sin x < 1$”的(　　).

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解】 因为$0 < x < \frac{\pi}{2}$,所以$0 < \sin x < 1$,故$x\sin^2 x < x\sin x$,所以当$x\sin x < 1$时必有$x\sin^2 x < 1$,但是当$0 < x < \frac{\pi}{2}$时,$x\sin x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$,$x\sin^2 x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$,又因为$\frac{\pi}{2} > 1$,所以必有$x$使$x\sin^2 x < 1$而$x\sin x \geqslant 1$,因此“$x\sin^2 x < 1$”是“$x\sin x < 1$”的必要而不充分条件. 故选 B.

8. (2010 福建卷文 8)若向量$\boldsymbol{a} = (x, 3)$ ($x \in \mathbf{R}$),则“$x = 4$”是“$|\boldsymbol{a}| = 5$”的(　　).

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

【解】 由$x = 4$,得$\boldsymbol{a} = (4, 3)$,则$|\boldsymbol{a}| = 5$;反之,若$|\boldsymbol{a}| = 5$,则$x = \pm 4$,所以“$x = 4$”是“$|\boldsymbol{a}| = 5$”的充分而不必要条件. 故选 A.

9. (2010 北京卷理 6)$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$为非零向量. “$\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$”是“函数$f(x) = (x\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})(x\boldsymbol{b} - \boldsymbol{a})$为一次函数”的(　　).

A. 充分而不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解】 $f(x) = (x\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})(x\boldsymbol{b} - \boldsymbol{a}) = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}x^2 + (\boldsymbol{b}^2 - \boldsymbol{a}^2)x - \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$.

若函数$f(x)$为一次函数,则$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 0$,因而$\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$,所以$\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$是$f(x)$为一次函数的必要条件;若$\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$,且$|\boldsymbol{a}| = |\boldsymbol{b}|$,此时$f(x) = 0$不是一次函数,所以$\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$不是$f(x)$为一次函数的充分条件. 故选 B.

10. (2010 天津卷理 3)命题“若$f(x)$是奇函数,则$f(-x)$是奇函数”的否命题是(　　).

A. 若$f(x)$是偶函数,则$f(-x)$是偶函数

B. 若$f(x)$不是奇函数,则$f(-x)$不是奇函数

C. 若$f(-x)$是奇函数,则$f(x)$是奇函数

D. 若$f(-x)$不是奇函数,则$f(x)$不是奇函数

【解】 由四种命题的定义,可求得 B 正确. 故选 B.

11. (2010 天津卷文 5)下列命题中,真命题是(　　).

A. $\exists m \in \mathbf{R}$,使函数 $f(x)=x^2+mx\ (x\in\mathbf{R})$ 是偶函数

B. $\exists m \in \mathbf{R}$,使函数 $f(x)=x^2+mx\ (x\in\mathbf{R})$ 是奇函数

C. $\forall m \in \mathbf{R}$,使函数 $f(x)=x^2+mx\ (x\in\mathbf{R})$ 都是偶函数

D. $\forall m \in \mathbf{R}$,使函数 $f(x)=x^2+mx\ (x\in\mathbf{R})$ 都是奇函数

【解】 当 $m=0$ 时,函数 $f(x)=x^2(x\in\mathbf{R})$ 是偶函数,因此 A 为真命题.
此外,$\forall m\in\mathbf{R}$,函数 $f(x)=x^2+mx\ (x\in\mathbf{R})$ 都不是奇函数,因此排除 B、D.
若 $m=1$,则函数 $f(x)=x^2+x\ (x\in\mathbf{R})$ 既不是奇函数也不是偶函数,因此排除 C.
综上所述,A 正确. 故选 A.

12. (2010 湖南卷文 2)下列命题中的假命题是(　　).

A. $\exists x\in\mathbf{R}$, $\lg x=0$　　B. $\exists x\in\mathbf{R}$, $\tan x=1$

C. $\forall x\in\mathbf{R}$, $x^3>0$　　D. $\forall x\in\mathbf{R}$, $2^x>0$

【解】 当 $x=0$ 时,$x^3=0$,因而 C 是假命题. 故选 C.

13. (2010 湖南卷理 2)下列命题中的假命题是(　　).

A. $\forall x\in\mathbf{R}$, $2^{x-1}>0$　　B. $\forall x\in\mathbf{N}^*$, $(x-1)^2>0$

C. $\exists x\in\mathbf{R}$, $\lg x<1$　　D. $\exists x\in\mathbf{R}$, $\tan x=2$

【解】 当 $x=1$ 时,$(x-1)^2=0$,因而 B 是假命题. 故选 B.

14. (2010 全国新课标卷理 5)已知命题 p_1:函数 $y=2^x-2^{-x}$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数,p_2:函数 $y=2^x+2^{-x}$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数,则在命题 $q_1:p_1\vee p_2$, $q_2:p_1\wedge p_2$, $q_3:(\neg p_1)\vee p_2$ 和 $q_4:p_1\wedge(\neg p_2)$ 中,真命题是(　　).

A. q_1、q_3　　B. q_2、q_3　　C. q_1、q_4　　D. q_2、q_4

【解】 p_1 是真命题,p_2 是假命题,所以 $p_1\vee p_2$ 是真命题,$p_1\wedge p_2$ 是假命题,$(\neg p_1)\vee p_2$ 是假命题,$p_1\wedge(\neg p_2)$ 是真命题. 故选 C.

15. (2010 辽宁卷文 4)已知 $a>0$,函数 $f(x)=ax^2+bx+c$. 若 x_0 满足关于 x 的方程 $2ax+b=0$,则下列选项的命题中为假命题的是(　　).

A. $\exists x\in\mathbf{R}$, $f(x)\leqslant f(x_0)$　　B. $\exists x\in\mathbf{R}$, $f(x)\geqslant f(x_0)$

C. $\forall x\in\mathbf{R}$, $f(x)\leqslant f(x_0)$　　D. $\forall x\in\mathbf{R}$, $f(x)\geqslant f(x_0)$

【解】 已知函数 $f(x)=ax^2+bx+c$,则 $f'(x)=2ax+b$. 因为 x_0 满足关于 x 的方程 $2ax+b=0$,则 $f'(x_0)=2ax_0+b=0$,于是 $x=x_0$ 是函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的极值点. 因为 $a>0$,所以在 $x<x_0$ 时,$f'(x)<0$,函数单调递减,在 $x>x_0$ 时,$f'(x)>0$,函数单调递增,于是 $f(x_0)$ 为函数 $f(x)$ 的最小值,即 $\forall x\in\mathbf{R}$,有 $f(x)\geqslant f(x_0)$,因而 C 是假命题. 故选 C.

16. (2010 辽宁卷理 11)已知 $a>0$,则 x_0 满足关于 x 的方程 $ax=b$ 的充要条件是(　　).

A. $\exists x\in\mathbf{R}$, $\frac{1}{2}ax^2-bx\geqslant\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$　　B. $\exists x\in\mathbf{R}$, $\frac{1}{2}ax^2-bx\leqslant\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$

C. $\forall x\in\mathbf{R}$, $\frac{1}{2}ax^2-bx\geqslant\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$　　D. $\forall x\in\mathbf{R}$, $\frac{1}{2}ax^2-bx\leqslant\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$

【解】 设函数 $f(x)=\frac{1}{2}ax^2-bx$,则 $f'(x)=ax-b$. 因为 x_0 满足关于 x 的方程 $ax=b$,则 $f'(x_0)=ax_0-b=0$,于是 $x=x_0$ 是函数 $f(x)=\frac{1}{2}ax^2-bx$ 的极值点,且在 $x<x_0$ 时,函数单调递减,在 $x>x_0$ 时,函数单调递增,于是 $f(x_0)=\frac{1}{2}ax_0^2-bx_0$ 为函数的最小值,即 $\forall x\in\mathbf{R}$,有 $f(x)\geqslant f(x_0)$,因此 C 不正确. 故选 C.

17. (2010 山东卷文 10)观察 $(x^2)'=2x$, $(x^4)'=4x^3$, $(\cos x)'=-\sin x$,由归纳推理可得:若定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x)=f(x)$,记 $g(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数,则定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $g(-x)=$(　　).

A. $f(x)$　　B. $-f(x)$　　C. $g(x)$　　D. $-g(x)$

【解法 1】 观察题设，可知给出的几个偶函数的导函数都是奇函数，因此可以归纳地得到：对定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$，其导函数应为奇函数，于是 $g(-x)=-g(x)$. 故选 D.

【解法 2】 用复合函数的求导法则，得 $g(-x)=(f(-x))'=-f'(x)=-g(x)$. 故选 D.

18. (2009 安徽卷理 4)下列选项中，p 是 q 的必要不充分条件的是(　　).

A. $p:a+c>b+d$; $q:a>b$ 且 $c>d$

B. $p:a>1, b>1$; $q:f(x)=a^x-b(a>0$, 且 $a\neq 1)$ 的图象不过第二象限

C. $p:x=1$; $q:x^2=x$

D. $p:a>1$; $q:f(x)=\log_a x(a>0$, 且 $a\neq 1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数

【解】 由 $a>b$ 且 $c>d$ 可推出 $a+c>b+d$，而由 $a+c>b+d$ 不一定能推出 $a>b$ 且 $c>d$，可举反例. 故选 A.

19. (2009 安徽卷文 4)“$a+c>b+d$”是“$a>b$ 且 $c>d$”的(　　).

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解】 由 $a>b$ 且 $c>d$ 可推出 $a+c>b+d$，而由 $a+c>b+d$ 不一定能推出 $a>b$ 且 $c>d$，可举反例. 故选 A.

20. (2009 天津卷理 3)命题“存在 $x_0\in\mathbf{R}$, $2^{x_0}\leqslant 0$”的否定是(　　).

A. 不存在 $x_0\in\mathbf{R}$, $2^{x_0}>0$　　B. 存在 $x_0\in\mathbf{R}$, $2^{x_0}\geqslant 0$

C. 对任意的 $x\in\mathbf{R}$, $2^x\leqslant 0$　　D. 对任意的 $x\in\mathbf{R}$, $2^x>0$

【解】 选 D.

21. (2009 天津卷文 3)设 $x\in\mathbf{R}$，则“$x=1$”是“$x^3=x$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解】 $x=1\Rightarrow x^3=x$，反之，$x^3=x\Rightarrow x=1$, $x=0$, $x=-1$. 因此，“$x=1$”是“$x^3=x$”的充分不必要条件. 故选 A.

22. (2009 浙江卷理 2)已知 a、b 是实数，则“$a>0$ 且 $b>0$”是“$a+b>0$ 且 $ab>0$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解】 由“$a>0$ 且 $b>0$”可以推出“$a+b>0$ 且 $ab>0$”，反之也可以推出. 故选 C.

23. (2009 浙江卷文 2)“$x>0$”是“$x\neq 0$”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解】 对于“$x>0$”$\Rightarrow$“$x\neq 0$”，反之不一定成立. 因此“$x>0$”是“$x\neq 0$”的充分不必要条件. 故选 A.

24. (2008 广东卷理 6)已知命题 p：所有有理数都是实数，命题 q：正数的对数都是负数，则下列命题中为真命题的是(　　).

A. $(\neg p)\vee q$　　B. $p\wedge q$　　C. $(\neg p)\wedge(\neg q)$　　D. $(\neg p)\vee(\neg q)$

【解】 命题 p 显然为真命题. 由于当 $a>1$, $0<x<1$ 时，$\log_a x<0$，或者当 $0<a<1$, $x>1$ 时，$\log_a x<0$，因而命题 q 为假命题. 于是 A、B、C 都不正确，因此上述叙述中只有 $(\neg p)\vee(\neg q)$ 为真命题. 故选 D.

25. (2008 广东卷文 8)命题“若函数 $f(x)=\log_a x(a>0, a\neq 1)$ 在其定义域内是减函数，则 $\log_a 2<0$”的逆否命题是(　　).

A. 若 $\log_a 2\geqslant 0$，则函数 $f(x)=\log_a x(a>0, a\neq 1)$ 在其定义域内不是减函数

B. 若 $\log_a 2<0$，则函数 $f(x)=\log_a x(a>0, a\neq 1)$ 在其定义域内不是减函数

C. 若 $\log_a 2 \geq 0$,则函数 $f(x) = \log_a x(a > 0,\ a \neq 1)$ 在其定义域内是减函数

D. 若 $\log_a 2 < 0$,则函数 $f(x) = \log_a x(a > 0,\ a \neq 1)$ 在其定义域内是减函数

【解】 选 A.

26. (2008 山东卷文 4)给出命题:若函数 $y = f(x)$ 是幂函数,则函数 $y = f(x)$ 的图象不过第四象限. 在它的逆命题、否命题、逆否命题三个命题中,真命题的个数是(　　).

A. 3　　　B. 2　　　C. 1　　　D. 0

【解】 易知原命题是真命题,则其逆否命题也是真命题,而逆命题、否命题是假命题. 故它的逆命题、否命题、逆否命题三个命题中,只有一个是真命题. 故选 C.

填空题

27. (2010 安徽卷理 11)命题"对任何 $x \in \mathbf{R}$, $|x-2|+|x-4|>3$"的否定是________.

【解】 存在 $x \in \mathbf{R}$, $|x-2|+|x-4| \leqslant 3$.

28. (2010 安徽卷文 11)命题"存在 $x \in \mathbf{R}$,使得 $x^2+2x+5=0$"的否定是________.

【解】 对任意 $x \in \mathbf{R}$,都有 $x^2+2x+5 \neq 0$.

29. (2010 陕西卷文 11)观察下列等式: $1^3+2^3=(1+2)^2$, $1^3+2^3+3^3=(1+2+3)^2$, $1^3+2^3+3^3+4^3=(1+2+3+4)^2$, …,根据上述规律,第四个等式为________.

【解】 $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3=(1+2+3+4+5)^2$.

可以归纳得到一般结果: $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=(1+2+3+\cdots+n)^2$.

因此 $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3=(1+2+3+4+5)^2$.

30. (2010 陕西卷理 12)观察下列等式: $1^3+2^3=3^2$, $1^3+2^3+3^3=6^2$, $1^3+2^3+3^3+4^3=10^2$, …,根据上述规律,第五个等式为________.

【解】 $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3=21^2$.

可以归纳得到一般结果: $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=(1+2+3+\cdots+n)^2$.

因此 $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3=(1+2+3+4+5+6)^2=21^2$.

31. (2010 浙江卷文 14)在如下数表中,已知每行、每列中的数都成等差数列:

	第 1 列	第 2 列	第 3 列	…
第 1 行	1	2	3	…
第 2 行	2	4	6	…
第 3 行	3	6	9	…
…	…	…	…	…

那么位于表中的第 n 行第 $n+1$ 列的数是________.

【解】 n^2+n.

第 n 行第 1 列的数为 n,观察得第 n 行的公差为 n,所以第 n_0 行的通项公式为 $a_n=n_0+(n-1)n_0$. 又因为是第 $n+1$ 列,故第 n 行第 $n+1$ 列的数是 n^2+n.

32. (2010 福建卷文 16)观察下列等式:

① $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$;

② $\cos 4\alpha = 8\cos^4\alpha - 8\cos^2\alpha + 1$;

③ $\cos 6\alpha = 32\cos^6\alpha - 48\cos^4\alpha + 18\cos^2\alpha - 1$;

④ $\cos 8\alpha = 128\cos^8\alpha - 256\cos^6\alpha + 160\cos^4\alpha - 32\cos^2\alpha + 1$;

⑤ $\cos 10\alpha = m\cos^{10}\alpha - 1280\cos^8\alpha + 1120\cos^6\alpha + n\cos^4\alpha + p\cos^2\alpha - 1$.

可以推测, $m-n+p=$________.

【解法 1】 962.