海天教育
HAITIAN EDUCATION

2011考研数学

基础题集

（数二）

武忠祥 张永怀 张卓奎 编著

海天培训学校 总策划

紧密锁定考研大纲 重点探求命题规律

精准浓缩试题精华 深度剖析解题诀窍

中国书籍出版社
China Book Press

海天教育
HAITIAN EDUCATION

2011考研数学
基础题集
（数二）

武忠祥 张永怀 张卓奎 编著

中国书籍出版社
China Book Press

图书在版编目（CIP）数据

考研数学基础题集：数一 数二 数三/武忠祥，张永怀，张卓奎编著．
—北京：中国书籍出版社，2010．4
ISBN 978-7-5068-2076-9

Ⅰ．考… Ⅱ．①武… ②张… ③张… Ⅲ．高等数学—研究生—入学考试—习题 Ⅳ．①O13－44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 058268 号

责任编辑/金硕　孔娜
策划编辑/王小艳
责任印制/熊力　孙马飞
封面设计/白杨
出版发行/中国书籍出版社
　　地　　址：北京市丰台区三路居路 97 号（邮编：100073）
　　电　　话：（010）52257142（总编室）（010）52257155（发行部）
　　电子邮箱：chinabp@vip. sina. com
经　　销/全国新华书店
印　　刷/三河市文阁印刷厂
开　　本/787 毫米×1092 毫米　1/16
印　　张/40
字　　数/500 千字
版　　次/2010 年 4 月第 1 版　2010 年 4 月第 1 次印刷
定　　价/73.00 元（全三册）

Preface

前言

本书是为报考硕士研究生的考生编写的数学复习参考书。复习数学一般可分为三个阶段,第一个阶段为基础阶段(7 月之前),第二个阶段为强化阶段(7 月至 12 月底),第三个阶段为冲刺阶段(12 月底开始)。

第一阶段考生应根据考试大纲的要求选定教材(该课程的教科书),利用教材对学过的基本内容进行全面和系统的复习,重点是基本概念、基本理论、基本方法。对概念、理论和方法不能只停留在记忆层面,而要理解和消化。为了取得良好的效果,这个阶段考生需做一定的基础练习题,通过做题加深对基本概念和基本理论的理解,进一步掌握解题的基本方法。本书就是为第一阶段复习编写的基础练习题。

本书每一章的内容包含四个部分:考试内容、考试要求、基础题、基础题解答。本书根据考研大纲和历年真题精心编写,分为三种题型,即选择题、填空题和解答题(真题每套试卷 8 道选择题,6 道填空题,9 道解答题)。每道题都给出了详细的解答,部分题目还给了注解。对于本书中的每道练习题,不要急于去看解答,最好自己先动脑筋想,动手做,然后再去看解答,这样可取得更佳的效果。

本书特点如下:

1. 所有考点,全面覆盖

第一阶段的复习主要是掌握基本概念、基本理论、基本解题方法。本书所编选的基础题,全面覆盖大纲考查的所有知识点,旨在帮助考生加强对基础知识点的理解和运用,并在此基础上达到举一反三、触类旁通的目的。

2. 专家团队,权威保障

本书是由具有多年辅导经验的数学名师精心编写而成,所选题目具有典型性、针对

Preface

前言

性、全面性等特点，完全能够满足基础复习阶段考生巩固知识所需，从而增强解题技巧，提高应试能力。

3. 解析到位，一题多解

本书对所有题目都给出了清晰、详细的解答，部分易出错题目还给出了评注。同时，本书在解题过程中力求一题多解，以期开阔考生的解题思路，使所学知识融会贯通，并能实现综合、灵活地解决问题。

建议考生在使用本书的过程中不要就题论题，而是通过对题目的练习、比较，从而掌握和提高解题方法和技巧，发现和总结规律性的东西，达到“做一道题，会一类题”目的。这是编者的初衷，也是编者对考生的殷切希望。

限于作者水平，加之时间仓促，书中难免有不足之处，肯请读者批评指正。

Contents

目 录

第一部分 高等数学

第二部分 线性代数

第一部分

高等数学

第一部分

高等数学

第1章　函数　极限　连续

一 考试内容

函数的概念及表示法　函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性　复合函数、反函数、分段函数和隐函数　基本初等函数的性质及其图形　初等函数　函数关系的建立　数列极限与函数极限的定义及其性质　函数的左极限和右极限　无穷小量和无穷大量的概念及其关系　无穷小量的性质及无穷小量的比较　极限的四则运算　极限存在的两个准则　单调有界准则和夹逼准则　两个重要极限：

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1,\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=\mathrm{e}$$

函数连续的概念　函数间断点的类型　初等函数的连续性　闭区间上连续函数的性质

二 考试要求

1. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，并会建立应用问题的函数关系.
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.
3. 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念.
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念.
5. 理解极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左、右极限之间的关系.
6. 掌握极限的性质及四则运算法则.
7. 掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法.
8. 理解无穷小量、无穷大量的概念，掌握无穷小量的比较方法，会用等价无穷小量求极限.
9. 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续)，会判别函数间断点的类型.
10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理)，并会应用这些性质.

三 基础题

(一)选择题

1. 已知 $f(x-1)$ 的定义域为 $[0,a](a>0)$，则 $f(x)$ 的定义域为 ( )

(A) $[1,a+1]$　　(B) $[-1,a-1]$

(C) $[a-1,a]$　　(D) $[a,a-1]$

2. 下列极限中等于 e 的是 ( )

(A) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$　　(B) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+x)^{\frac{1}{x}}$

(C) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)^x$　　(D) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\sin\dfrac{1}{x}\right)^x$

3. 下列极限存在的是 ( )

(A) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{e^{\frac{1}{x}}}$　　(B) $\lim\limits_{x\to 0}\arctan\dfrac{1}{x}$

(C) $\lim\limits_{x\to 0}x\arctan\dfrac{1}{x}$　　(D) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2x+1}}{x}$

4. 当 $x\to 1$ 时，函数 $\dfrac{x^2-1}{x-1}e^{\frac{1}{x-1}}$ 的极限 ( )

(A) 等于 2　　(B) 等于 0

(C) 为 ∞　　(D) 不存在但不是 ∞

5. 设数列通项 $x_n=\begin{cases}\dfrac{n^2+\sqrt{n}}{n} & n \text{ 为奇数}\\ \dfrac{1}{n} & n \text{ 为偶数}\end{cases}$，则当 $n\to\infty$ 时，x_n 是 ( )

(A) 无穷大量　　(B) 无穷小量

(C) 无界变量　　(D) 有界变量

6. 当 $x\to 0$ 时，变量 $\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}$ 是 ( )

(A) 无穷小量　　(B) 无穷大量

(C) 有界但非无穷小量　　(D) 无界但非无穷大量

7. 下列命题中正确的是 ( )

(A) 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是无界变量，则 $f(x)+g(x)$ 必为无界变量

(B) 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是无界变量，则 $f(x)g(x)$ 必为无界变量

(C) 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是无界变量，则 $f(x)g(x)$ 就不可能是无穷小量

(D) 若 $f(x)g(x)$ 是无界变量，则 $f(x)$ 和 $g(x)$ 中至少有一个为无界变量

8. 下列命题中正确的是 ( )

(A) 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是无穷大量，则 $f(x)+g(x)$ 是无穷大量

(B) 若 $f(x)g(x)$ 是无穷大量，则 $f(x)$ 和 $g(x)$ 中至少有一个是无穷大量

(C) 若 $f(x)$ 是无穷小量，则 $\dfrac{1}{f(x)}$ 为无穷大量

(D) 若 $f(x)g(x)$ 是无穷大量，则 $f(x)$ 和 $g(x)$ 中至少有一个是无界变量

9. 若 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2}{x+1}-ax-b\right)=0$，则 （　　）

(A) $a=1,b=1$　　(B) $a=-1,b=1$

(C) $a=1,b=-1$　　(D) $a=-1,b=-1$

10. 设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a\tan x+b(1-\cos x)}{c\ln(1-2x)+d(1-e^{-x^2})}=2$，其中 $a^2+b^2\neq 0$，则必有 （　　）

(A) $b=4d$　　(B) $b=-4d$

(C) $a=4c$　　(D) $a=-4c$

11. 已知 $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-x+1}-ax-b)=0$，则 （　　）

(A) $a=1,b=\dfrac{1}{2}$　　(B) $a=1,b=-\dfrac{1}{2}$

(C) $a=-1,b=\dfrac{1}{2}$　　(D) $a=-1,b=-\dfrac{1}{2}$

12. 已知当 $x\to 0$ 时，$e^{\sin x}-e^{\tan x}$ 是 x 的 n 阶无穷小，则 n 等于 （　　）

(A) 1　　(B) 2

(C) 3　　(D) 4

13. 当 $x\to 0^+$ 时，与 $\sqrt{x}$ 等价的无穷小量是 （　　）

(A) $1-e^{\sqrt{x}}$　　(B) $\ln\dfrac{1+x}{1-\sqrt{x}}$

(C) $\sqrt{1+\sqrt{x}}-1$　　(D) $1-\cos\sqrt{x}$

14. 当 $x\to 0$ 时，下列无穷小中最低阶的是 （　　）

(A) $3^{x^3}-1$　　(B) $\sqrt[3]{1+x^2}-1$

(C) $x^{100}+x$　　(D) $\tan x-\sin x$

15. 已知 $f(x)$ 在 x_0 的某去心邻域有定义，且 x_0 为 $f(x)$ 的间断点，则在 x_0 处必间断的函数是 （　　）

(A) $f^2(x)$　　(B) $|f(x)|$

(C) $f(x)\sin x$　　(D) $f(x)+\sin x$

16. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有定义，且 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=a$，$g(x)=\begin{cases}f\left(\dfrac{1}{x}\right), & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$，则 （　　）

(A) $x=0$ 必是 $g(x)$ 的第一类间断点

(B) $x=0$ 必是 $g(x)$ 的第二类间断点

(C) $x=0$ 必是 $g(x)$ 的连续点

(D) $g(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性与 a 的取值有关

17. 下列命题中正确的是 ( )

(A) 若 $f(x)$ 是有界函数，且 $\lim \alpha(x)f(x)=0$，则 $\lim \alpha(x)=0$

(B) 若 $\alpha(x)$ 是无穷小量，且 $\lim \dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=a\neq 0$，则 $\lim \beta(x)=\infty$

(C) 若 $\alpha(x)$ 是无穷大量，且 $\lim \alpha(x)\beta(x)=a$，则 $\lim \beta(x)=0$

(D) 若 $\alpha(x)$ 为无界函数，且 $\lim f(x)\alpha(x)=\infty$，则 $\lim f(x)=0$

18. 极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\cos x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}=$ ( )

(A) e (B) $e^{\frac{1}{2}}$

(C) $e^{-\frac{1}{2}}$ (D) 1

19. 极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2}{(x-a)(x+b)}\right)^x=$ ( )

(A) 1 (B) e

(C) e^{a-b} (D) e^{b-a}

20. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1^x+2^x+\cdots+n^x}{n}\right)^{\frac{1}{x}}=$ ( )

(A) 1 (B) $\sqrt[n]{n}$

(C) $\sqrt[n]{n!}$ (D) e^n

21. 设 $f(x)=\ln^{10}x, g(x)=x, h(x)=e^{\frac{x}{10}}$，则 x 当充分大时有 ( )

(A) $g(x)<h(x)<f(x)$ (B) $h(x)<g(x)<f(x)$

(C) $f(x)<g(x)<h(x)$ (D) $g(x)<f(x)<h(x)$

22. 设 $0<a<b$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}(a^{-n}+b^{-n})^{\frac{1}{n}}=$ ( )

(A) a (B) a^{-1}

(C) b (D) b^{-1}

23. 设 $\lim\limits_{n\to\infty}x_ny_n=\infty$，则下列结论错误的是 ( )

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\infty$ 与 $\lim\limits_{n\to\infty}y_n=\infty$ 至少有一个成立

(B) $\{x_n\}$ 与 $\{y_n\}$ 中至少有一个为无界变量

(C)若 $\{x_n\}$ 是无穷小量，则 $\{y_n\}$ 必为无界变量

(D)若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a\neq\infty$，则 $\{y_n\}$ 必为无穷大量

24. 设 $f(x)=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{x+e^{tx}}{1+e^{tx}}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的 ( )

(A)可去间断点 (B)跳跃间断点

(C)振荡间断点 (D)无穷间断点

25. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^4+ax+b}{(x-1)(x+2)}, & x\neq 1, x\neq -2\\ 2, & x=1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续，则 ( )

(A) $a=2, b=3$ (B) $a=-3, b=3$

(C) $a=-2,b=3$　　(D) $a=2,b=-3$

(二)填空题

26. 函数 $f(x)=\sqrt{1-2x}+3\arcsin\dfrac{3x-1}{2}$ 的定义域为__________.

27. 已知 $f(x)$ 的定义域为 $(0,1]$，$\varphi(x)=1-\ln x$，则 $y=f[\varphi(x)]$ 的定义域为__________.

28. 已知 $f(x)=\sin x$，$f[\varphi(x)]=1-x^2$，则 $\varphi(x)$ 的定义域为__________.

29. 已知 $f(x)$ 满足 $2f(x)+f(1-x)=x^2$，则 $f(x)=$__________.

30. 设 $f(x)=\begin{cases}1, & |x|\leqslant 1\\ 0, & |x|>1\end{cases}$，则 $f[f(x)]=$__________.

31. 设 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\leqslant 0\\ x^2+x, & x>0\end{cases}$，则 $f(-x)=$__________.

32. 设 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x<0\\ -x, & x\geqslant 0\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}2-x, & x\leqslant 0\\ x+2, & x>0\end{cases}$，则 $g[f(x)]=$__________.

33. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})\sqrt{n+1}=$__________.

34. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{2+(-1)^n+2^n}=$__________.

35. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2+1}+\dfrac{2}{n^2+2}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n}\right)=$__________.

36. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2a}{x-a}\right)^{\frac{x}{3}}=8$，则 $a=$__________.

37. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)+\ln(1-x)}{\sin^2 x+1-\cos x}=$__________.

38. $\lim\limits_{n\to\infty}n^2(e^{\frac{1}{n}}-e^{\frac{1}{n+1}})=$__________.

39. 已知 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+\dfrac{f(x)}{x}\right)}{2^x-1}=3$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{\sqrt{1+x^2}-1}=$__________.

40. $\lim\limits_{x\to\infty}x^{\frac{8}{5}}(\sqrt[5]{x^2+2}-\sqrt[5]{x^2+1})=$__________.

41. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}=$__________.

42. 已知当 $x\to 0$ 时 $(1+3x^2)^a-1$ 与 $1-\cos x$ 为等价无穷小，则 $a=$__________.

43. 当 $x\to 0$ 时，$e^{2x^2}-\cos x^2$ 是 x 的 n 阶无穷小，则 $n=$__________.

(三)解答题

44. 设 $f(x)=\begin{cases}x, & -\infty<x<1\\ x^2, & 1\leqslant x\leqslant 4\\ 2^x, & 4<x<+\infty\end{cases}$，求 $f^{-1}(x)$.

45. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+2\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}})$.

46. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{1+2+\cdots+n}-\sqrt{1+2+\cdots+(n-1)})$.

47. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}\right)$.

48. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+2^n+3^n}$.

49. 设 $a_i>0(i=1,2,\cdots,m)$，求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_1^n+a_2^n+\cdots+a_m^n}$.

50. 设 $a\neq\dfrac{1}{2}$，求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-2an+1}{n(1-2a)}\right)^n$.

51. 设 $a>0,b>0$，求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}}{2}\right)^n$.

52. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sin\dfrac{2}{x}+\cos\dfrac{1}{x}\right)^x$.

53. 求极限 $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{e^x+e^{2x}+\cdots+e^{nx}}{n}\right)^{\frac{1}{x}}$.

54. 求极限 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt{1-2x}}{x}$.

55. 求极限 $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{x(1-\cos\sqrt{x})}$.

56. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\tan^n\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{2}{n}\right)$.

57. 求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt[3]{x^3+x^2}-xe^{\frac{1}{x}})$.

58. 求极限 $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x^{2x}-1}{x\ln x}$.

59. 已知 $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt[3]{1-x^3}-ax-b)=0$，求 a 和 b.

60. 求极限 $\lim\limits_{x\to0}\left[\dfrac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\dfrac{\sin x}{|x|}\right]$.

61. 求函数 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{|x|(x^2-1)}$ 的间断点并指出类型.

62. 求函数 $f(x)=\dfrac{1}{e^{\frac{x}{1-x}}-1}$ 的间断点并指出类型.

63. 求函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{x^2-1} & x\leqslant0\\ \dfrac{x}{\sin\pi x} & x>0\end{cases}$ 的间断点并指出类型.

64. 求函数 $f(x)=\dfrac{1-2e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{1}{x}}}\arctan\dfrac{1}{x}$ 的间断点并指出间断点的类型.

65. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}x\dfrac{1-x^{2n+1}}{1+x^{2n}}$，求 $f(x)$ 的间断点并指出类型.

66. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，$f(a)<a,f(b)>b$，求证存在 $\xi\in(a,b)$，使 $f(\xi)=\xi$.

67. 设 $f(x)$ 在 (a,b) 上连续，$a<x_1<x_2<b$，求证存在 $\xi\in(a,b)$，使 $5f(\xi)=2f(x_1)+$

$3f(x_2)$.

68. 证明方程 $\sin x - x\cos x = 0$ 在 $\left(\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$ 内至少有一个根.

69. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0^+}(\cos\sqrt{x})^{\frac{1}{\sin x}}$.

70. 设 $x_1 > 0, x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{1}{x_n}\right)(n = 1,2,\cdots)$，证明 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 存在，并求 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

71. 设 $x_1 = \sqrt{2}, x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}(n = 1,2,\cdots)$，试证数列 $\{x_n\}$ 极限存在，并求此极限.

四 基础题解答

(一)选择题

1. 应选(B).

解 由 $f(x-1)$ 的定义域为 $[0,a](a>0)$ 可知，$0\leqslant x\leqslant a$，从而 $-1\leqslant x-1\leqslant a-1$，故 $f(x)$ 的定义域为 $[-1,a-1]$，故选(B).

2. 应选(D).

解 由于 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x\sin\frac{1}{x}\right) = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 1$，则 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1 + \sin\frac{1}{x}\right)^x = \mathrm{e}$，故应选(D).

注 选(C)是错误的. 由于 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ 不存在，这是由于 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}} = 1$，$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}} = -1$.

3. 应选(C).

解 由于 $\left|\arctan\frac{1}{x}\right|$ 为有界变量，$\lim\limits_{x\to 0} x = 0$，则 $\lim\limits_{x\to 0} x\arctan\frac{1}{x} = 0$，故应选(C).

4. 应选(D).

解 由于 $\lim\limits_{x\to 1^+}\mathrm{e}^{\frac{1}{x-1}} = +\infty$，$\lim\limits_{x\to 1^-}\mathrm{e}^{\frac{1}{x-1}} = 0$，而 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}(x+1) = 2$，则极限 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}\mathrm{e}^{\frac{1}{x-1}}$ 不存在但不是 ∞，故应选(D).

5. 应选(C).

解 由于

$$x_{2n} = \frac{1}{2n} \to 0, x_{2n+1} = \frac{(2n+1)^2 + \sqrt{2n+1}}{2n+1} = (2n+1) + \frac{1}{\sqrt{2n+1}} \to +\infty \quad (n\to\infty),$$

则 x_n 为无界变量，但不是无穷大量，故应选(C).

6. 应选(D).

解 由于当 $x_n = \dfrac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}}$，当 $n\to\infty$ 时，$x_n \to 0$

$$\frac{1}{x_n^2}\sin\frac{1}{x_n}=\left(2n\pi+\frac{\pi}{2}\right)^2\sin\left(2n\pi+\frac{\pi}{2}\right)=\left(2n\pi+\frac{\pi}{2}\right)^2\to+\infty$$

当 $x_n=\frac{1}{2n\pi}$，$n\to\infty$ 时，$x_n\to 0$

$$\frac{1}{x_n^2}\sin\frac{1}{x_n}=(2n\pi)^2\sin(2n\pi)=0\to 0,$$

所以，当 $x\to 0$ 时，$\frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}$ 是无界变量但不是无穷大量，故应选(D).

7. 应选(D).

解 反证法 如果 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是有界变量，则 $f(x)g(x)$ 为有界变量，与题设矛盾. 故应选(D).

注 请读者为(A)、(B)、(C)选项给出反例.

8. 应选(D).

解 反证法 如果 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是有界变量，则 $f(x)g(x)$ 为有界变量，从而就不可能为无穷大量，与题设矛盾，故应选(D).

注 请读者为(A)、(B)、(C)选项给出反例.

9. 应选(C).

解 由于 $\frac{x^2}{x+1}-ax-b=\frac{x^2-(ax+b)(x+1)}{x+1}=\frac{(1-a)x^2-(a+b)x-b}{x+1}$，

要使当 $x\to\infty$ 时上式趋于零，必须且只须 $1-a=0$ 且 $a+b=0$.

故应选(C).

10. 应选(D).

解 $$\lim_{x\to 0}\frac{a\tan x+b(1-\cos x)}{c\ln(1-2x)+d(1-e^{-x^2})}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{a\tan x}{x}+\frac{b(1-\cos x)}{x}}{\frac{c\ln(1-2x)}{x}+\frac{d(1-e^{-x^2})}{x}}=\frac{a+0}{-2c+0}=$$

$$\frac{a}{-2c}=2$$

则 $a=-4c$，故应选(D).

11. 应选(C).

解 由于 $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-x+1}-ax-b)=0$，则 $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-x+1}-ax-b}{x}=0$.

即 $$a=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-x+1}}{x}=-1$$

从而 $$b=\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-x+1}-ax)=\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-x+1}+x)$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x+1}{\sqrt{x^2-x+1}-x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1-\frac{1}{x}}{\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+1}=\frac{1}{2}.$$

故应选(C).

12. 应选(C).

解 $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{\sin x}-e^{\tan x}}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{\tan x}(e^{\sin x-\tan x}-1)}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x-\tan x}{x^3}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\tan x(\cos x-1)}{x^3}=\lim_{x\to0}\frac{x\cdot\left(-\frac{1}{2}x^2\right)}{x^3}=-\frac{1}{2}.$$

则 $n=3$，故应选(C).

13. 应选(B).

解 1 直接法.

$$\lim_{x\to0^+}\frac{\ln\frac{1+x}{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}=\lim_{x\to0^+}\frac{\ln(1+x)-\ln(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x}}=\lim_{x\to0^+}\frac{\ln(1+x)}{\sqrt{x}}-\lim_{x\to0^+}\frac{\ln(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$$

$$=\lim_{x\to0^+}\frac{x}{\sqrt{x}}-\lim_{x\to0^+}\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=0+1=1$$

故应选(B).

解 2 排除法,当 $x\to0$ 时

$$1-e^{\sqrt{x}}\sim-\sqrt{x},\sqrt{1+\sqrt{x}}-1\sim\frac{1}{2}\sqrt{x},\qquad 1-\cos\sqrt{x}\sim\frac{1}{2}(\sqrt{x})^2=\frac{1}{2}x$$

则(A)、(C)、(D)均不正确,故应选(B).

14. 应选(C).

解 $3^{x^3}-1\sim x^3\ln3$ （3 阶）

$\sqrt[3]{1+x^2}-1\sim\frac{1}{3}x^2$ （2 阶）

$\lim\limits_{x\to0}\frac{x^{100}+x}{x}=1$ （1 阶）

$\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan x(1-\cos x)}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\frac{x\cdot\frac{1}{2}x^2}{x^3}=\frac{1}{2}$ （3 阶）

故应选(C).

15. 应选(D).

解 由于 $f(x)$ 在 x_0 处不连续，$\sin x$ 在 x_0 处连续,则 $f(x)+\sin x$ 在 x_0 处不连续.

16. 应选(D).

由 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=a$ 知，$\lim\limits_{x\to0}g(x)=\lim\limits_{x\to0}f\left(\frac{1}{x}\right)=a$，而 $g(0)=0$，则 $a=0$ 时 $g(x)$ 在 $x=0$ 处连续，$a\neq0$ 时 $g(x)$ 在 $x=0$ 处不连续,故应选(D).

17. 应选(C).

解 由题设知 $\lim\alpha(x)=\infty,\lim\alpha(x)\beta(x)=a$，则 $\lim\frac{\alpha(x)\beta(x)}{\alpha(x)}=0$，即 $\lim\beta(x)=0$，故应选(C).

注 请读者为(A)、(B)、(D)选项给出反例.

18. 应选(B).