

趣味数学精品译丛

写得如此迷人的**数****学**读物是十分罕见的

如何罚点球

——隐藏在体育中的数学

孩子，为什么你不一脚猛射？

更快，更高，更远！打破纪录的数学
进球，进球，进球！可以预测结果的模式
增加刺激性，使比赛更激动人心的方法
一百八十！应瞄准飞镖靶的哪里

“罕见的”
“一本迷人的书”

——《新科学家》

罗勃·伊斯特威
约翰·黑格

著

赵冬华
黄华

译



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATION PUBLISHING HOUSE

趣味数学精品译丛

写得如此迷人的**数学**读物是十分罕见的

如何罚点球

——隐藏在体育中的数学

赵冬华
黄 华 译



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATION PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

如何罚点球: 隐藏在体育中的数学 / (英) 伊斯特威, (英) 黑格著; 赵冬华, 黄华译. —上海: 上海教育出版社, 2010.8

ISBN 978-7-5444-2939-9

I. ①如... II. ①伊...②黑...③赵...④黄... III. ①数学—应用—体育教育 IV. ①G8

中国版本图书馆CIP数据核字 (2010) 第136071号

如何罚点球

——隐藏在体育中的数学

罗勃·伊斯特威 约翰·黑格 著

赵冬华 黄华 译

上海世纪出版股份有限公司
上海教育出版社 出版发行

易文网: www.ewen.cc

(上海永福路123号 邮政编码: 200031)

各地新华书店经销 江苏启东人民印刷有限公司印刷

开本 890×1240 1/32 印张 6 插页 1

2010年8月第1版 2010年8月第1次印刷

印数 1-6,000本

ISBN 978-7-5444-2939-9/0 · 0138 定价: 15.00元

(如发现质量问题,读者可向工厂调换)

致 谢

这本书可以看作是一套丛书的第三本. 我和杰里米·温德姆(Jeremy Wyndham)共同著书《三车同到之谜》和《绳长之谜》. 2003 年杰里米在一个手术之后突然过世, 令人悲痛. 他一直热爱运动, 特别是桌球和板球, 我们知道他期盼着本书的出版.

杰里米也会赞同在酒吧里研究材料的行为准则. 为此, 感谢彼得·贝克尔(Peter Barker)和柯林·梅耶斯(Colin Mayes), 因为很多灵感在一杯啤酒下肚之后迸发出来, 感谢理查德·海瑞斯(Richard Harris)、克瑞斯·希利(Chris Healey)和乔治·威斯布鲁克(George Westbrook), 当他们通读手稿的早期版本时, 难免会碰到艰难晦涩之处.

本书中我们使用和评论了近年来许多不同的论文和文章中的研究成果. 与其将它归功于著名的数学家和统计学家, 倒不如在书的结尾参考文献一节中列出所参考的著作. 当然所有的荣誉应归于原创的研究者, 任何错误都归于我们.

我们也认可很多个人和组织发布的关于运动纪录、足球赛比分和类似的通过万维网容易查到的工作成果.

其他很多人也给我们提供了有价值的想法, 包括本尼迪克特·勃曼格(Benedict Bermange)、马克·托马斯(Marc Thomas)、马丁·丹尼斯(Martin Daniels)、罗格·怀特(Roger White)、汤姆·布瑞马尔德

(Tom Bramald)、塔奈·提勃(Tarnai Tibor)和足球博物馆里给我们提供帮助而忘了记下他姓名的小伙子. 我们也不会忘记瑞德卡·纽拜(Radka Newby), 1999年我们首次负责一个大型的高级中学的演讲活动, 他负责会务工作, 正是在那儿的后台, 我们发现彼此拥有对体育运动共同的爱好.

最后, 感谢伊莱尼(Elaine)、凯(Kay)、夏洛特(Charlotte)和罗勃森(Robson)团队, 感谢他们一如既往的鼓励.

引 言

体育界对于数学的兴趣十分故作谦虚. 评论员贬低了他们心算的能力. 我们甚至听说有人因为把网球的发球速度单位从千米每小时转换成英里每小时而致歉! 任何稍微深入一点的关于数学的讨论都被认为是令人讨厌的.

然而……, 事实是运动中最多的参与者是数学家. 他们必须参与, 因为一项运动的成功或者失败主要是通过数字的测量, 还因为很多战术本来就要求竞赛者具有逻辑的、分析的思想, 本质上说, 也就是数学. 也许这里的数学并不是我们在学校接触的形式, 但想法的本质恰恰是相同的.

在空中接球的板球队员并没有下意识去解一个微分方程, 但实际上为了预测球的运行路线这是需要做的. 当主场球队在为进入世界杯下一轮比赛的入场券奋战时, 电视里到处都是权威人士和公众人士, 高谈阔论着复杂的排列和成功的先决条件.

因此在这本书里, 我们将公开表明立场. 我们对体育感兴趣, 同时也对数学感兴趣, 当这两个世界相遇(它们经常如此)时, 它们的联合是令人着迷的. 有时数学可以从新的角度提出运动策略. 在其他时候, 数学只是提供了对我们本能所知的更加深入的理解. 有时它只是简单地激起好奇心. 一名足球迷曾经写信给当地的报纸“星期一韦尔港(Port Vale)对赫里福德(Hereford)的比赛唯一值得记住的是出席人数2 744

是一个完全立方数, $14 \times 14 \times 14$ ”。毫无疑问,恍然大悟的支持者将会在接下来的篇章中寻找更有价值的发现。

我们认真地考虑应在本书中包含多少精确的数学。虽然我们偶尔写些公式,我们的决定是基于很多读者宁愿对证明过程含糊敷衍过去,而会仔细地阅读结论。那些对数学证明有兴趣的读者请参阅附录,和参考我们在编辑这本书中使用的优秀文献。

最初我们的想法是每章讲述一个运动项目。然而,收集的材料越多,事实越清晰,某些主题跨越不同的运动项目,并且常常两个运动项目的联系比一个运动项目两场比赛的联系还要紧密。我们没有以拳击和花样滑冰的联系,也没有以足球和高尔夫的联系或者桌球和橄榄球的联系,作为一章的题目。但事实确是如此。

本书各章自成一体,没有明显的开始、中间和结束。如果有一个主题贯穿于本书的始终,那就是数学和体育紧密地联系在一起。对于那些问“数学的相关性在哪里”的人,我们希望这本书至少提供了部分答案。同时也希望读者阅读本书时能和我们创作时一样快乐、有乐趣。

目 录

致谢	Ⅲ
引言	V
第 1 章 球	
为什么它们不是圆球	1
第 2 章 孩子,为什么你不一脚猛射	
当体育与博弈论相遇	13
第 3 章 一点看法	
观众和裁判员看到的不同之处	23
第 4 章 裁判员的判断	
主观评分的问题	32
第 5 章 更快 更高 更远	
打破纪录的数学	43
第 6 章 掷硬币	
猜正面如何可以影响一场比赛	54
第 7 章 一百八十	
应瞄准飞镖靶的哪里	65
第 8 章 追求发球得分	
最好的发球者应该练习回球反攻	74
第 9 章 第一个到终点	
短跑选手的计算	82
第 10 章 进球,进球,进球	
可以预测结果的模式	89

第 11 章	11(和其他奇数)	
	体育中的数字和数论	98
第 12 章	使角度正确	
	台球和朋友们——一个椭圆的远足	106
第 13 章	俱乐部的榜首	
	排行榜的事实和缺点	117
第 14 章	增加刺激性	
	使比赛更激动人心的方法	128
第 15 章	百分比游戏	
	保守的打法还是放手一搏	138
第 16 章	如何获得金牌	
	你的国家可能期望的奖牌数	147
第 17 章	加时赛和点球大战	
	如何结束比赛	156
附录		162
参考文献		172
索引		176

第 1 章

球

为什么它们不是圆球

世界上所有运动比赛的球类项目中,有一种球与众不同. 这种球由阿迪达斯(Adidas)制造,命名为“电视之星(telstar)”,于 1970 年墨西哥世界杯(World Cup)第一次在观众面前亮相. 它很快成为足球的标准设计,今天,它仍是运动中最流行的标志之一.



熟悉的黑白相间的模式被采用,显然因为它在黑白电视上比早期的单色球更容易看清楚. 然而,隐含的五边形和六边形模式根本不是阿迪达斯的发明. 有着和“电视之星”完全相同模式的球形物可以在多塞特的温伯恩圣伊莱斯教区教堂安东尼·阿什利男爵(Sir Anthony Ashley)的坟墓里找到,墓碑上注明的时间为 17 世纪中叶. 一些人认为这可能是英国最古老的足球. 因为发现它的时候,它离安东尼男爵的脚很近,它和足球的类同之处较多,尽管历史学家认为它更可能是一些纹章的象征,表彰他作为航海家的杰出成就. 这个形状的草图甚至可以追溯更久,直到利昂纳多·达芬奇(Leonardo da Vinci). 在阿基米德(Archimedes)时代,它的原理就已经被了解.

“电视之星”(Telstar)是由 32 块拼成的. 其中 12 块是完全相同的正五边形,涂黑色;其余 20 块是白色的六边形(不从实际模型出发的漫画家常常弄错,把六边形涂成了黑色).

为什么阿迪达斯要将这些几何形状组合呢? 答案是除了具有惊人的外观外,这还是用平面来制作近似球形的有效方法. 试着把任何其他形的正多边形拼在一起制成“球形”物体,结果都产生了令人不满意的突出部分和点,尽管当球被充气的时候它们也会光滑到一定程度,但它们仍会破坏球的空气动力学特性.

这种传统的足球形状有一个正式的名字,叫做被截断二十边形(truncated icosahedron),也就是我们平时所知的巴克球(buckyball),以建筑师巴克明斯特·富勒(Buckminster Fuller)的名字命名,他发明了一种高强度名为测地圆屋顶的结构形式. 在全世界你都会发现这样的屋顶,如迪斯尼世界的未来世界(Epcot Center)和康沃尔(Cornwall)乐园项目.

理想的球

如果所有的镶嵌平面都是相同的正多边形的形状,那么制球者的工作将会容易得多. 事实上,正如古希腊人所知道的那样,只有五种这样的设计是可行的. 这些就是所谓的柏拉图立体(Platonic solids),由三角形、正方形或者五边形构成,如果它们的表面由弹性足够好的材料构成,那么表面是平的立体可以膨胀成球形.

- 四面体——4 个面(“hedron”是面的意思),每个面是等边三角形



四面球

- 立方体——熟悉的骰子,有 6 个正方形作为它的面



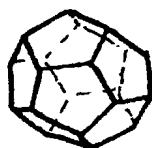
六面球

- 八面体,或者称之为钻石——8 个面,每个面是等边三角形,有点像两个底粘在一起的四棱锥



八面球

- 十二面体——12 个面,每个面是正五边形



十二面球

- 二十面体——20 个面,每个面是等边三角形

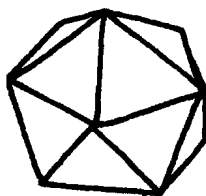


二十面球

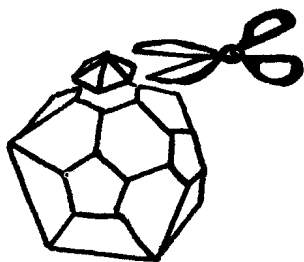
事实上,再也没有其他的立体是由完全相同的等边形状构成表面的。

前三种“球”和球相差太远以致无法使用。即使在充气的情況下表面弯曲,它们仍有点和边会造成球不可预测的弹起和飞行(即使很接近球形的球也会出现遭到守门员抱怨的情况)。

十二面体和二十面体确实更接近于球形,但两者都还不适合实际使用。二十面体有另外的缺点,就是在每个顶点有五个面要被缝在一起,这可是在工厂车间不受欢迎的高精度任务。



然而,有一个简单的方法可用来解决二十面体的这个问题.就是像下图这样剪去顶点:

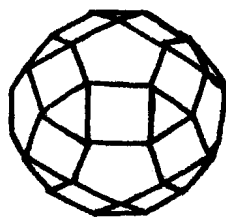


这样一来,在每个顶点只有 3 个面相交,这使得将各块缝合在一起容易多了.你也会注意到修剪一个顶点将产生 1 个五边形的面.如果全部的 12 个顶点用同样的方式剪掉,你得到 12 个五边形,而原先的三角形表面被剪下产生 20 个正六边形.

这就是主导世界足球的截断二十面体.它天生就和一个由规则形状的面构成的立体球很接近.

实际上,如果你让五边形比完美的规则版本稍微大一点,你可以使截断二十面体更像球,这就是一些较好的足球品牌制造中采用的方法.检查一下现代足球,你会发现六边形并不是那么正的:和五边形共享的边比其他的边要长一点.(当然如果因为球的质量不好,六边形也可能不是正的——特别是对于表面的形状是画上去的那些便宜的塑料球.)

如果国际足球联盟想要讨论足球一个新的设计方案的话,他们还有另一个形状可以考虑.它有 62 个面,由 20 个三角形,30 个正方形和 12 个五边形构成.它比截断二十面体更像球形一点,并且可以在每一



块不同的形状上涂上不同的颜色。

它的数学名字是菱形六十二面体(rhombicosidodecahedron)。一个缺点是把它读出来就要花去分析的大半时间。

高尔夫球的凹痕

足 球不是外表面由五边形和六边形构成的唯一的球。如果你仔细地检查一个新的高尔夫球,你会发现小的凹痕都有这些形状。这些形状又一次被选择是因为六边形和五边形是覆盖球形的一种很好的方法,尽管对于高尔夫球而言,它们还有其他用途。一个好的高尔夫球的秘密在于空气动力学。如果一个高尔夫球绝对光滑,那么即使是泰格·伍兹(Tiger Woods)或者约翰·戴利(John Daly)也只能把球击到大约他们目前所击距离的一半远。



高尔夫球带有凹痕的想法来自一个偶然的发现。在 19 世纪中叶,高尔夫球是由坚硬的橡胶一样的古塔树的树液制造的,卖的时候十分畅销,过了一段时间,高尔夫球手注意到旧球比新球飞得更远,这两者之间唯一的差别是旧球在经过了长时间的使用后已经有了凹痕和擦伤。制球者因此开始在球上加入犬牙交错的痕迹来复制磨损的效果,经过了大量的试验和失败,具有标准凹痕的高尔夫球的现代风格形成了。

凹痕的作用是用来调节球受到的空气阻力的大小。它们通过环绕着球表面的空气形成湍流来实现这一点。乘坐飞机时遇到湍流的不愉快经历可能会使你认为湍流是一件坏事情,但当它流经一个移动的球时,反而结果是一件非常好的事情。它使空气非常紧密地环绕在球的表面,同时(工程师已经发现)减少了尾流的规模和与之相关的空气阻力。

顺便讲一下,同样的原理解释了是什么使得板球飞起来.板球投手只磨光球的一面,使一面是光滑的,而另一面是粗糙的,这样产生的湍流阻力使球转向.

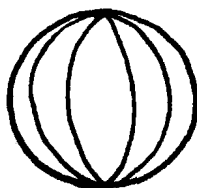
数学上有一些方法可以解释这一切,但用单独的一段描述远远不够,所以我们只是简单地谈一下观察到的现象:板球可以令人惊讶地转向,有巧妙凹痕的高尔夫球飞行的距离是光滑的高尔夫球飞行距离的两倍.

几年前,高尔夫球上的凹痕还通常是圆形的.它的缺点是在圆形之间还存在相当大的、平的区域,这些区域不能产生足够的空气湍流.引入六边形-五边形模式意味着凹痕之间平的区域要小很多,这就增加了高尔夫球手击球的距离.

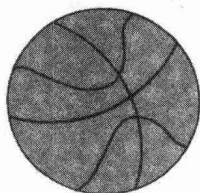
凹痕的设计技术已经变得极其复杂,不同的制造厂商采用了不同的策略.在一些球上,六边形在尺寸上有所变化——据说大的那些用来减少阻力,而小的那些用来稳定飞行中的球.

其他球的模式

并不是所有的运动项目的球都采用六边形-五边形原理.球最原始的设计是具有去皮的橘子的外表,缝合线从球的顶部直到球的底部,所有缝合线交汇于被称为北极和南极之处.

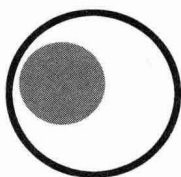


早期的足球就是这种片式设计,简单的杂耍球也是如此.直到今天我们仍在使用的1929年皮尔斯(G L Pierce)八片篮球设计专利,可能也是受此启发.这种橘子片式设计的缺点在于所有的片汇于一点,这就产生了一个令人不满意的结块.这可能是为什么皮尔斯的篮球模式在每片上增加一些曲线使得它们像下页图那样连接的原因.

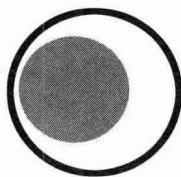


篮圈谜题

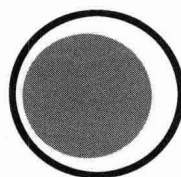
下面的图中有一幅代表篮球经过标准篮圈时的轮廓图,哪一个是正确的?



A



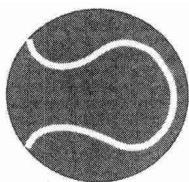
B



C

(答案见于本章末)

从审美的角度来讲,最令人赏心悦目的一种球是网球.一条可爱的曲线环绕着球面蜿蜒前行,把球的表面分成了两个相同的区域.

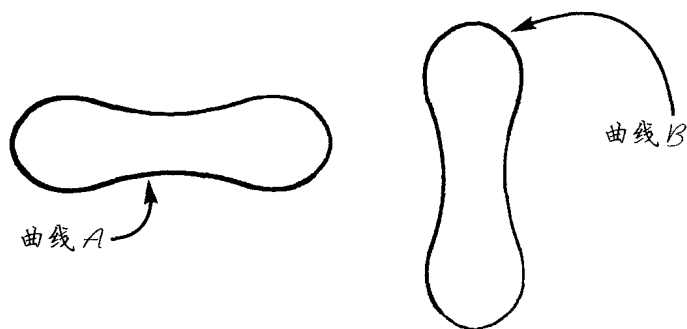


从某个方向看过去,网球实际上很像代表阴阳的符号.



网球的这个设计在 19 世纪 70 年代取代了橘子片式的设计,可是几乎可以肯定的是,网球偷取了棒球的思想,后者在 19 世纪 40 年代起使用了这个设计样式。

现代足球设计的灵感也是同样的。也就是说,使一个球看起来更像球形,同时使材料尽可能简单和缝针数尽可能少。棒球的发明者发现用两块相同的狗骨头形状的皮肤可以制造出很接近球形的东西:



这两块可以缝合在一起,曲线 A 和曲线 B 完好地吻合起来。(沿着缝合线切割棒球或者网球,你会发现形状像这样的两块。)

发明者还不清楚要选择哪种形状的狗骨头。大概你可以想象:如果这两块是像下图这样的中间细、两头是球根状的哑铃形,那么它们将会吻合起来。

