考试先锋
www.zgksxf.com

高校经典教材同步辅导

高等教育出版社马文蔚主编《物理学》

九章丛书

物理学

PHYSICS

第五版

全程辅导

主编 / 苏荣华 苏志平

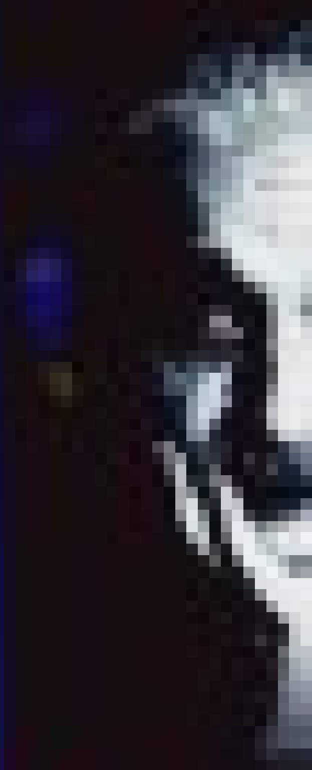
编写 / 九章系列课题组

- 知识点窍
- 逻辑推理
- 习题全解
- 全真考题
- 名师执笔
- 题型归类

人民日报出版社

物理学

PHYSICS



高校经典教材同步辅导

物 理 学

（第五版）

全程辅导

主　编　苏荣华　苏志平
编　写　九章系列课题组

人民日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

物理学全程辅导 /苏荣华等编. —北京:人民日报出版社,2005.11
(高校经典教材同步辅导)

ISBN 978-7-80208-299-1

Ⅰ.物… Ⅱ.苏… Ⅲ.物理学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ.064

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第122491号

物理学(第五版)全程辅导

主　　编:苏荣华　苏志平
责任编辑:文　一
封面设计:黄露颖

出版发行:人民日报出版社
社　　址:北京金台西路2号
邮政编码:100733
经　　销:新华书店
印　　刷:北京顺天意印刷有限公司

开　　本:880×1230　1/32
字　　数:400千字
印　　张:8.75
印　　数:3000
版　　次:2007年8月第2版　第1次印刷

书　　号:ISBN 978-7-80208-299-1
定　　价:12.80元(全五册·128.00元)

① 邮购本书请与本社发行科联系. 电话:(010)65024516
② 本书如出现印装质量问题请寄回印刷厂调换

前　言

物理学是一门重要的基础学科，是整个自然科学的基础和现代技术发展最主要的源泉。因此，在高等理工科院校培养高素质人才的过程中，大学物理是一门重要的基础理论课程，在培养学生的创新意识和科学素养中有重要的作用和地位。

要学好大学物理，就要透彻的掌握所学的课本知识。本书就是根据马文蔚主编的《物理学》（第五版）一书的习题而作的习题解答，本书除了有传统习题集的解题过程外，还有以下特点：

1. 知识点窍：运用公式、定理及定义来点明知识点；

2. 逻辑推理：阐述习题的解题过程；

3. 解题过程：概念清晰、步骤完整、数据准确、附图齐全。

把**知识点窍——逻辑推理——解题过程**串起来，做到融会贯通，最后给出教材课后习题的答案，在解题思路和解题技巧上进行精练分析和引导，巩固所学，达到举一反三的效果。

“知识点窍”和**“逻辑推理”**是本书的精华所在，是由多位著名教授根据学生答题的弱点进行分析而研究出来的一种新型的拓展思路的训练方法。**“知识点窍”**提纲挈领地抓住了题目核心知识，让学生清楚地了解出题者的意图，而**“逻辑推理”**则注重引导学生思维，旨在培养学生科学的思维方法，及掌握答题的思维技巧。本书在此基础上，还提供了详细的**“解题过程”**，使学生熟悉整个答题过程。

由于编者水平有限及编写时间仓促，不妥之处在所难免，希望广大读者不吝批评、指正。

编　者

目　　录

第1章 质点运动学

基本要求

本章讨论质点运动学，主要内容为：位置矢量、位移速度和加速度、质点的运动方程，切向加速度和法向加速交，相对运动等。

习题解答

1-1 质点作曲线运动，在时刻 t 质点的位矢为 r，速度为 $\boldsymbol{v}$，速率为 v，t 至 $(t+\Delta t)$ 时间内的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，路程为 Δs，位矢大小的变化量为 Δr（或称 $\Delta|\boldsymbol{r}|$），平均速度为 $\bar{\boldsymbol{v}}$，平均速率为 $\bar{v}$.

(1)根据上述情况，则必有（　　）

(A) $|\Delta\boldsymbol{r}|=\Delta s=\Delta r$

(B) $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s\neq\Delta s\neq\Delta r$，当 $\Delta t\to0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s\neq\mathrm{d}r$

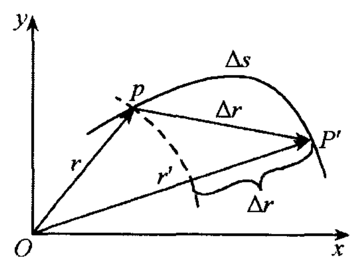
(C) $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r\neq\Delta s$，当 $\Delta t\to0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}r\neq\mathrm{d}s$

(D) $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s\neq\Delta r$，当 $\Delta t\to0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}r=\mathrm{d}s$

(2)根据上述情况，则必有（　　）

(A) $|\boldsymbol{v}|=|v|$，$|\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$　(B) $|\boldsymbol{v}|\neq|v|$，$|\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$

(C) $|\boldsymbol{v}|=|v|$，$|\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$　(D) $|\boldsymbol{v}|\neq|v|$，$|\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$



题1-1图

逻辑推理 质点在 t 至 $(t+\Delta t)$ 时间内沿曲线从 P 点运动到 P' 点，其中路程 $\Delta s=\widehat{PP'}$，位移大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|=\overline{PP'}$，而 $\Delta r=|\boldsymbol{r}'|-|\boldsymbol{r}|$ 表示质点位矢大小的变化量

解题过程 (1)当 $\Delta t\to0$ 时，P' 点无限趋近 P 点，则有 $|\mathrm{d}rI=|\mathrm{d}s|$，但却不等于 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$. 故选(B).

(2)由于 $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$，故 $\left|\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}\right|\neq\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$，即 $|\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$. 但由于 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$，故 $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，即 $|\boldsymbol{v}|=v$. 选(C).

1-2 一运动质点在某瞬时位于位矢 $\boldsymbol{r}(x,y)$ 的端点处，对其速度的大小有四种意见，即

(1) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$；　(3) $\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{t}|}{\mathrm{d}t}$；　(3) $\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$；　(4) $\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$.

下述判断正确的是（　　）

(A)只有(1)(2)正确　　(B)只有(2)正确

(C)只有(2)(3)正确　　(D)只有(3)(4)正确

解题过程　在自然坐标系中速度大小可用公式 $v=\dfrac{ds}{dt}$ 计算,在直角坐标系中则可由公式 $v=\sqrt{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2+\left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2}$ 求解.故选(D).

1-3　质点作曲线运动,$\boldsymbol{r}$ 表示位置矢量,$\boldsymbol{v}$ 表示速度,$\boldsymbol{a}$ 表示加速度,s 表示路程,a_t 表示切向加速度.对下列表达式,即

(1)$dv/dt=a$;　(2)$dr/dt=v$;　(3)$ds/dt=v$;　(4)$|d\boldsymbol{v}/dt|=a_t$.

下述判断正确的是(　　)

(A)只有(1)、(4)是对的　　(B)只有(2)、(4)是对的

(C)只有(2)是对的　　(D)只有(3)是对的

解题过程　$\left|\dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt}\right|$ 表示加速度的大小而不是切向加速度 a_t.因此只有(3)式表达是正确的.选(D).

1-4　一个质点在做圆周运动时,则有(　　)

(A)切向加速度一定改变,法向加速度也改变

(B)切向加速度可能不变,法向加速度一定改变

(C)切向加速度可能不变,法向加速度不变

(D)切向加速度一定改变,法向加速度不变

解题过程　加速度的切向分量 a_t 起改变速度大小的作用,而法向分量 a_n 起改变速度方向的作用.质点作圆周运动时,由于速度方向不断改变,相应法向加速度的方向也在不断改变,因而法向加速度是一定改变的.质点作匀变速率圆周运动时,a_t 为一不为零的恒量,当 a_t 改变时,质点则作一般的变速率圆周运动.选(B).

1-5　如图所示,湖中有一小船,有人用绳绕过岸上一定高度处的定滑轮拉湖中的船向岸边运动.设该人以匀速率 v_0,收绳,绳不伸长且湖水静止,小船的速率为 v,则小船作(　　)

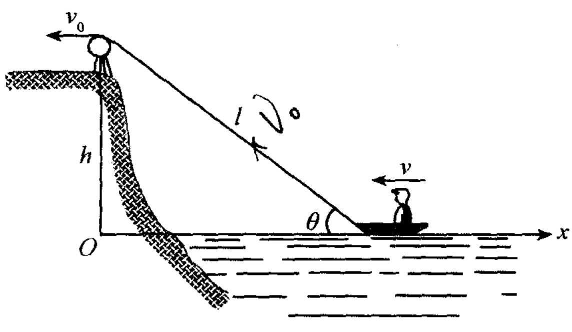
(A)匀加速运动,$v=\dfrac{v_0}{\cos\theta}$

(B)匀减速运动,$v=v_0\cos\theta$

(C)变加速运动,$v=\dfrac{v_0}{\cos\theta}$

(D)变减速运动,$v=v_0\cos\theta$

(E)匀速直线运动,$v=v_0$



题 1-5 图

知识点窍　速度公式:$v=\dfrac{dx}{dt}$　　几何关系:$x^2=(l_0-vt)^2-h^2$

逻辑推理　通过几何关系写出经过的时间 t 船与岸的水平距离 x 与绳长 $l=l_0-vt$ 及滑轮与水平高度 h 之间的关系,然后对时间求导,可以得到收绳速度与小船的速度的关系。

解题过程　列出船与岸边水平距离 x 的表达式

$$x^2=(l_0-vt)^2-h^2$$

上式对时间求导

$$2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-2v(l_0-vt)$$

$2x\,\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-2V_0(l_0-$

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-\frac{v(l_0-vt)}{[(l_0-vt)^2-h^2]^{\frac{1}{2}}}=-v\left[1-\left(\frac{h}{l_0-vt}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}=-\frac{v_0}{\cos\theta}$$

负号表示船运动速度的方向与 x 轴方向相反。由速度表达式，可判断小船作变加速运动。故选(C)。

$$V=-\frac{V_0(l_0-V_0t)}{[(l_0-V_0t)^2-h^2]^{\frac{1}{2}}}$$

1-6 已知质点沿 x 轴作直线运动，其运动方程为

$x=2+6t^2-t^3$，式中 x 的单位为 m，t 的单位为 s.

求：(1)质点在运动开始后 4.0s 内位移的大小；(2)质点在该时间内所通过的路程；(3)$t=4$ s 时质点的速度和加速度。

知识点窍　位移公式：$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}$

逻辑推理　位移可由位移矢量求解。

求路程则要先求出运动方向发生改变的时刻，再分段，求位移，最后求位移绝对值的和。

运动方向发生改变的时刻可由运动方程的一阶导数为零来确定。

解题过程　(1)由 $x=2+6t^2-2t^3$ 得

$$x_4\Big|_{t=4\,\mathrm{s}}=2+6\times4^2-2\times4^3=-30,\quad x_0\Big|_{t=0}=2$$

质点在前 4 阶内的位移大小　$\Delta x=x_4-x_0=-30-2=-32\mathrm{m}$。

(2)求路程要注意在题设时间内运动方向发生了改变，由 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=0$，得

$$12t-6t^2=0$$

解得　　$t_1=2\mathrm{s}$，$t_2=0$(不合题意，舍去)

0～2 秒内的位移：　　$\Delta x_1=x_2-x_0=8\mathrm{m}$；

2～4 秒内的位移：　　$\Delta x_2=x_4-x_2=-40\mathrm{m}$；

所以所求路程为：　　$S=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|=48\mathrm{m}$。

(3)$t=4.0$ s 时

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\Big|_{t=4.0\,\mathrm{s}}=-48\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\Big|_{t=4.0\,\mathrm{s}}=-36\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

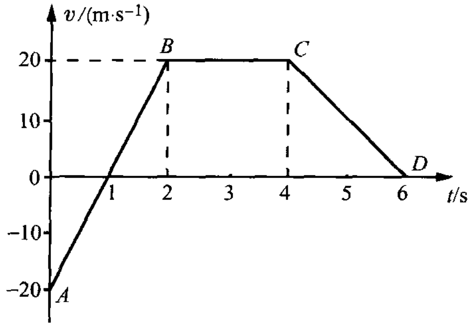
1-7　一质点沿 x 轴方向作直线运动，其速度与时间的关系如图所示。设 $t=0$ 时，$x=0$。试根据已知的 $v-t$ 图，画出 $a-t$ 图以及 $x-t$ 图。

知识点窍　在 $v-t$ 图中，曲线斜率对应加速度。加速度公式：$\boldsymbol{a}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$

匀变速直线运动中：$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$

逻辑推理　由题目中 $v-t$ 图可以分别求出 AB 段、BC 段、CD 段的斜率，即各段对应的加速度，由此可作 $a-t$ 图。得出各段加速度之后，由匀变速直线运动公式 $x=x_0+$

$v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 可求出各段对应的 $x=x(t)$，由函数 $x(t)$ 可作出 $x-t$ 图。



题 1—7 图

解题过程　$A\to B$ 段：$a_{AB}=K_{AB}=\frac{v_B-v_A}{t_B-t_A}=20\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$　①

$$x_{AB}=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2=-20t+10t^2 \quad ②$$

$B\to C$ 段：

$$a_{BC}=K_{BC}=0 \quad ③$$

$$x_{BC}=x_B+v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

$$=(-20)\times2+10\times4+20(t-2)=20(t-2) \quad ④$$

其中 x_B 为 $t=2$ 秒时 x 坐标。

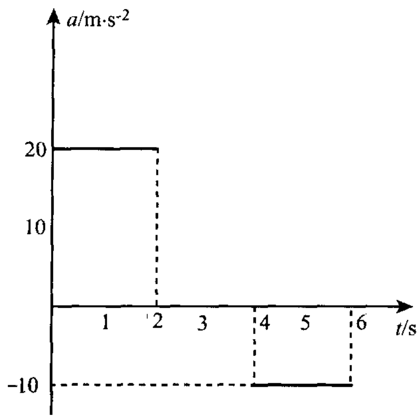
$C\to D$ 段：

$$a_{CD}=R_{CD}=\frac{v_D-v_C}{t_D-t_C}=-10\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \quad ⑤$$

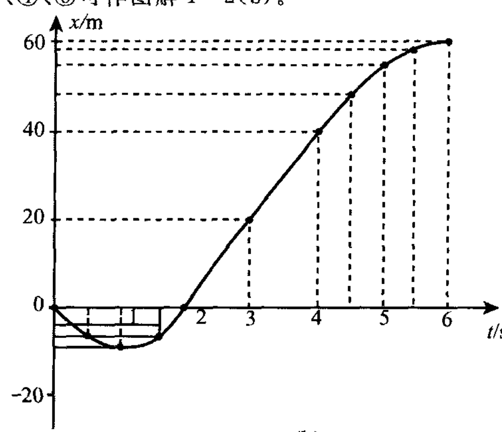
$$x_{CD}=x_C+v_0t+\frac{1}{2}at^2=40+20(t-4)+\frac{1}{2}\times(-10)\times(t-4)^2$$

$$=-5t^2+60t-120 \quad ⑥$$

由①、③、⑤可作图解 1—2(a)，由②、④、⑥可作图解 1—2(b)。



(a)



(b)

1－8　已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(2-t^2)\boldsymbol{j}$，式中 r 的单位为 m，t 的单位为 s. 求：

(1)质点的运动轨迹；

(2)$t=0$ 及 $t=2$ s 时，质点的位矢；

(3)由 $t=0$ 到 $t=2$ s 内质点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和径向增量 Δr；

(4)2 s 内质点所走过的路程 s.

知道点窍　轨道方程，运动方程，位移表达式

解题过程　(1)由 $x(t)$ 和 $y(t)$ 中消去，后得质点轨迹方程为

$$y=2-\frac{1}{4}x^2$$

轨迹如图(a)所示.

(2)将 $t=0$ s 和 $t=2$ s 分别代入运动方程，

$$\boldsymbol{r}_0=2\boldsymbol{j},\qquad \boldsymbol{r}_2=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$$

图(a)中的 P、Q 两点，即为 $t=0$ s 和 $t=2$ s 时质点所在位置.

(3)由位移表达式，得

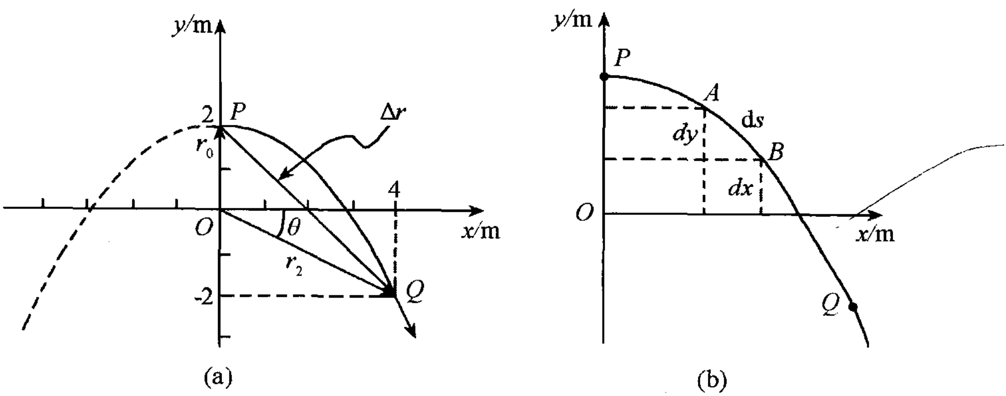
$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(x_2-x_0)\boldsymbol{i}+(y_2-y_0)\boldsymbol{j}=4\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$$

位移大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}=5.66$ m

径向增量 $\Delta r=\Delta|\boldsymbol{r}|=|\boldsymbol{r}_2|-|\boldsymbol{r}_0|=\sqrt{x_2^2+y_2^2}-\sqrt{x_0^2+y_0^2}=2.47$ m

(4)如图(b)所示. 所求 Δs 即为图中 $\widehat{PQ}$ 段长度，先在其间任意处取 AB 微元 $\mathrm{d}s$，则 $\mathrm{d}s=\sqrt{(\mathrm{d}x)^2+(\mathrm{d}y)^2}$，由轨道方程可得 $\mathrm{d}y=-\frac{1}{2}x\mathrm{d}x$，代入 $\mathrm{d}s$，则 2 s 内路程为

$$s=\int_P^Q \mathrm{d}s=\int_0^4 \frac{1}{2}\sqrt{4+x^2}\,\mathrm{d}x=5.91\ \mathrm{m}$$



题 1－8 图

1－9　质点的运动方程为

$x=-10t+30t^2$

$y=15t-20t^2$

式中 x,y 的单位为 m，t 的单位为 s.

试求:(1)初速度的大小和方向;(2)加速度的大小和方向.

逻辑推理 由运动方程的分量式可分别求出速度、加速度的分量,由运动合成算出速度和加速度的大小和方向.

解题过程 (1)速度的分量式为

$$v_x=\frac{dx}{dt}=-10+60t,$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}=15-40t$$

当 $t=0$ 时,$v_{0x}=-10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$,$v_{0y}=15\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$,则初速度大小为

$$v_0=\sqrt{v_{0x}^2+v_{0y}^2}=18.0\cdot\text{s}^{-1}$$

设 v_0 与 x 轴的夹角为 α,则

$$\tan\alpha=\frac{v_{0y}}{v_{0x}}=-\frac{3}{2}$$

$$\alpha=123°41'$$

(2)加速度的分量式为

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=60\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\quad a_y=\frac{dv_y}{dt}=-40\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

则加速度的大小为

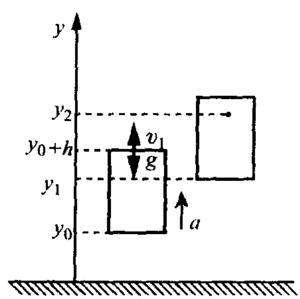
$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=72.1\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

设 a 与 x 轴的夹角为 β,则

$$\tan\beta=\frac{a_y}{a_x}=-\frac{2}{3}$$

$$\beta=-33°41'(\text{或 }326°19')$$

1—10 一升降机以加速度 $1.22\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ 上升,当上升速度为 $2.44\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 时,有一螺丝自升降机的天花板上松脱,天花板与升降机的底面相距 2.74m。计算:(1)螺丝从天花板落到底面所需要的时间;(2)螺丝相对升降机外固定柱子的下降距离。



题 1—10

知识点窍 匀加速直线运动 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{v}_0t+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$

逻辑推理 在相对运动中,选择合适的坐标,由匀加速直线运动公式求解

解题过程 以升降机为参照系,竖直向下为 y 轴正向,对于螺丝的初始条件为:$t=0$ 时,$v_0=0$,而螺丝相对于升降机的加速度为 $a=a_{升}+g$,由匀加速直线运动得

$$h=0+\frac{1}{2}(a_{升}+g)t^2$$

即

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g+a}}=0.75\text{s}$$

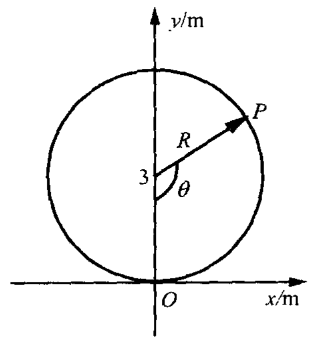
(2)在 $t=0.75\text{s}$ 时,升降机上升的高度为

$$y=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

所以螺丝相对于柱子的下降距离为

$$\Delta h = h - y = 0.716\text{m}$$

1-11　一质点 P 沿半径 $R=3.00\text{m}$ 的圆周作匀速率运动，运动一周所需时间为 20.0s，设 $t=0$ 时，质点位于 O 点。按图所示 Oxy 坐标系，求(1)质点 P 在任意时刻的位矢；(2)5s 时的速度和加速度。



题 1-11 图

知识点窍　匀速圆周运动的基本公式：$\theta=\omega t$

位矢公式：$\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}$

速度公式：$v(t)=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$

加速度公式：$\boldsymbol{a}(t)=\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$

逻辑推理　由匀速圆周运动的基本公式，求出 t 时刻 P 点转速的角度 θ，再由几何关系，求出 P 点坐标(x，y)，进而写出位矢方程。

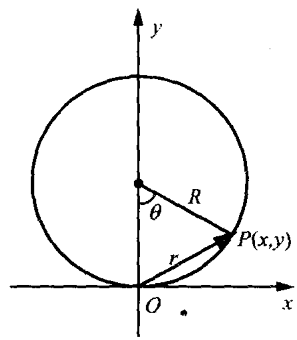
对位矢方程求一、二阶导数，可求出速度矢量和加速度矢量。

解题过程　(1)由初始条件 $t=0$ 时 $\theta=0$，设经过 t 时刻后到达 P 点，则

$$\theta = \omega t = \frac{2\pi}{T} = 0.1\pi t$$

所以　　$x=R\sin\theta=3\sin 0.1\pi t$

$$y=R(1-\cos\theta)=3(1-\cos 0.1\pi t)$$



图解 1-11

所以质量 P 的位矢为：

$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{r}(t) = 3\cdot\sin[(0.1\pi)t]\boldsymbol{i} + 3[1-\cos(0.1\pi)t]\boldsymbol{j}$

(2)5 秒时的速度和加速度分别为：

$$\boldsymbol{v}=\left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|_{t=5} = [3\times 0.1\pi\cos(0.1\pi t)\boldsymbol{i} + 3\times 0.1\pi\sin(0.1\pi t)\boldsymbol{j}]_{t=5}$$

$$= 0.3\pi\text{m}\cdot\text{s}^{-1}\boldsymbol{j},$$

$$\boldsymbol{a}=\left.\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\right|_{t=5} =-3(0.1\pi)^2\sin 0.1\pi t\boldsymbol{i} + 3\times(0.1\pi)^2\cos(0.1\pi t)\boldsymbol{j}$$

$$=-0.03\pi^2\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\boldsymbol{i}。$$

1-12　地面上垂直竖立一高 20.0m 的旗杆，已知正午时分太阳在旗杆的正上方，求在下午 2:00 时，杆顶在地面上的影子的速度的大小. 在何时刻杆影将伸展至 20.0m?

知识点窍　位矢方程

逻辑推理　建立影长与时间的函数关系，即影子端点的位矢方程。

解题过程　设太阳光线对地转动的角速度为 ω，从正午时分开始计时，则杆的影长为 $s=h\text{tg}\omega t$，下午 2:00 时，杆顶在地面上影子的速度大小为

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{h\omega}{\cos^2\omega t}=1.94\times10^{-3}\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

当杆长等于影长时，即 $s=h$，则

$$t=\frac{1}{\omega}\arctan\frac{s}{h}=\frac{\pi}{4\omega}=3\times60\times60\text{s}$$

下午 3:00 时，杆影将伸展到 20m.

1-13 质点沿直线运动，加速度 $a=4-t^2$，式中 a 的单位为 $m\cdot s^{-2}$，t 的单位为 s. 如果当 $t=3s$ 时，$x=9m$，$v=2m\cdot s^{-1}$，求质点的运动方程.

知识点窍 运动学问题，用积分方法解

逻辑推理 由 $a=\frac{dx}{dt}$ 和 $v=\frac{dx}{dt}$ 可得 $dv=adt$ 和 $dx=vdt$. 如 $a=a(t)$ 或 $v=v(t)$，则可两边直接积分.

解题过程 由推理知，应有

$$\int_{v_0}^{a} dv=\int_{t0}^{t} adt$$

得
$$v=4t-\frac{1}{3}t^3+v_0 \tag{1}$$

由
$$\int_{x_0}^{x} dx=\int_{0}^{t} vdt$$

得
$$x=2t^2-\frac{1}{12}t^4+v_0t+x_0 \tag{2}$$

将 $t=3$ 时，$x=9m$，$v=2m\cdot s^{-1}$ 代入(1)(2)得 $v_0=-1m\cdot s^{-1}$，$x_0=0.75m$. 于是可得质点运动方程为

$$x=2t^2-\frac{1}{12}t^4-t+0.75$$

1-14 一石子从空中由静止下落，由于空气阻力，石子并非作自由落体运动，现测得其加速度 $a=A-Bv$，式中 A、B 为正恒量，求石子下落的速度和运动方程.

知识点窍 运动学问题，用积分方法解

逻辑推理 将 $dv=a(v)dt$ 分离变量为 $\frac{dv}{a(v)}$

解题过程 设石子下落方向为 y 轴正向，起点为坐标原点.

(1)得
$$a=\frac{dv}{dt}=A-Bv \tag{1}$$

分离变量为

$$\frac{dv}{A-Bv}=dt \tag{2}$$

将式(2)两边积分

$$\int_0^v \frac{dv}{A-Bv}=\int_0^t dt$$

得石子速度
$$v=\frac{A}{B}(1-e^{-Bt})$$

当，$t\to\infty$ 时，$v\to\frac{A}{B}$ 为一常量.

(2)再由 $v=\frac{dy}{dt}=\frac{A}{B}(1-e^{-Bt})$ 并考虑初始条件有

$$\int_0^y dy=\int_0^t \frac{A}{B}(1-e^{-Bt})dt$$

得石子运动方程

$$y=\frac{A}{B}t+\frac{A}{B^2}(e^{-Bt}-1)$$

1—15　一质点具有恒定加速度 $a=6i+4i$，式中 a 的单位为 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. 在 $t=0$ 时，其速度为零，位置矢量 $r_0=10\mathrm{m}i$. 求：(1)在任意时刻的速度和位置矢量；(2)质点在 Oxy 平面上的轨迹方程，并画出轨迹的示意图.

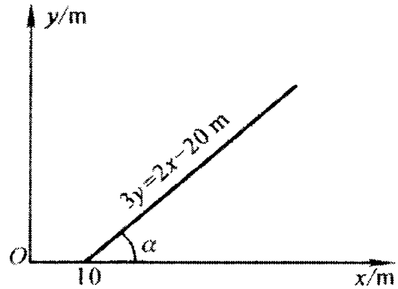
知识点窍　同前两题，不同处质点作平面曲线运动

逻辑推理　由叠加原理，求得运动方程的两个分量式 $x(t)$ 和 $y(t)$。

解题过程　由加速度定义式，根据初始条件 $t_0=0$ 时 $v_0=0$，积分可得

$$\int_0^v \mathrm{d}v=\int_0^t a\mathrm{d}t=\int_0^t (6i+4i)\mathrm{d}t$$

$$v=6ti+4ti$$



题 1—15 图

又由 $v=\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 及初始条件 $t=0$ 时，$r_0=(10\mathrm{m})i$，积分可得

$$\int_{r0}^r \mathrm{d}r=\int_0^t v\mathrm{d}t=\int_0^t (6ti+dti)\mathrm{d}t$$

$r=(10+3t^2)i+2t^2j$

由上述结果可得质点运动方程的分量式，即

$$x=10+3t^2$$

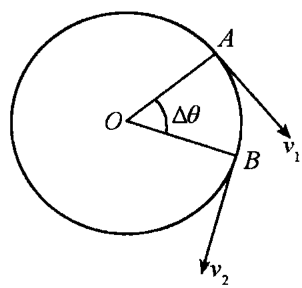
$$y=2t^2$$

消去参数 t，可得运动的轨迹方程

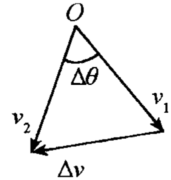
$$3y=2x-20\mathrm{m}$$

这是一个直线方程，直线斜率 $k=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\tan\alpha=\dfrac{2}{3}$，$\alpha=33°41'$. 轨迹如图所示.

1—16　一质点在半径为 R 的圆周上以恒定的速率运动，质点由位置 A 运动到位置 B，OA 和 OB 所对的圆心角为 $\Delta\theta$. (1)试证位置 A 和 B 之间的平均加速度为 $\bar{a}=\sqrt{2(1-\cos\Delta\theta)}\,v^2/(R\Delta\theta)$；(2)当 $\Delta\theta$ 分别等于 $90°$、$30°$、$10°$ 和 $1°$时，平均加速度各为多少？并对结果加以讨论.



(a)



(b)

题 1—16 图

知识点窍　$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$，$\bar{a}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}\Rightarrow a_n=\dfrac{v^2}{R}$，$\bar{a}=\dfrac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{\Delta t}$

逻辑推理　由图 b 的几何关系求解

解题过程　(1)由图(b)可看到 $\Delta v=v_2-v_1$，故

$$|\Delta v|=\sqrt{v_1^2+v_2^2-2v_1v_2\cos\Delta\theta}=v\sqrt{2(1-\cos\Delta\theta)}$$

而
$$\Delta t=\frac{\Delta s}{v}=\frac{R\Delta\theta}{v}$$

所以
$$\bar{a}=\frac{|\Delta v|}{\Delta t}=\sqrt{2(1-\cos\Delta\theta)}\frac{v^2}{R\Delta\theta}$$

(2)将 $\Delta\theta=90°,30°,10°,1°$分别代入上式，

得
$$\bar{a}_1 \approx 0.9003\frac{v^2}{R}, \bar{a}_2 \approx 0.9886\frac{v^2}{R}$$
$$\bar{a}_3 \approx 0.9987\frac{v^2}{R}, \bar{a}_4 \approx 1.000\frac{v^2}{R}$$

以上表明，当 $\Delta\theta \to 0$ 时，匀速率圆周率运动的平均加速度趋近于一极限值，该值即为法向加速度 $\frac{v^2}{R}$.

1-17 质点在 Oxy 平面内运动，其运动方程为 $r=(2.00\text{m}\cdot\text{s}^{-1})t\text{i}+[19.0\text{m}-(2.00\text{m}\cdot\text{s}^{-2})t^2]\text{j}$。求：(1)质点的轨迹方程；(2)在 $t_1=1.00\text{s}$ 到 $t_2=2.00\text{s}$ 时间内的平均速度；(3) $t_1=1.00\text{s}$ 时的速度及切向和法向加速度。(4) $t=1.0\ \text{s}$ 时点所在处轨道的曲率半径 ρ.

知识点窍　平均速度公式 $\bar{v}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$

切向加速度方式：$\boldsymbol{a}_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathbf{e}_t$

法向加速度公式：$\boldsymbol{a}_n=\frac{v^2}{r}\mathbf{e}_n$　或　$\boldsymbol{a}_n=\sqrt{a^2-a_t^2}\,\mathbf{e}_n$

逻辑推理　由运动方程直接写出分量式 $x=x(t)$ 和 $y=y(t)$，消去 t，即得轨迹方程，由 t_2 和 t_1 时，位矢之差与时间差的比值即可求出平均速度。切向加速度反映质点在切线方向速度大小的变化率，而法向加速度反映质点速度方向的改变，两者之矢量和为总加速度。

解题过程　(1)由 $\boldsymbol{r}=(2.00\text{m}\cdot\text{s}^{-2})t\boldsymbol{i}+[19.0\text{m}-(2.00\text{m}\cdot\text{s}^{-2})t^2]\boldsymbol{j}$ 得分量式为
$$x=2\text{m}\cdot\text{s}^{-1}t,\ y=19\text{m}-2\text{m}\cdot\text{s}^{-2}t^2$$
消去 t 得轨迹方程　$y=19\text{m}-(0.5\text{m}^{-1})x^2$

(2)由
$$\boldsymbol{r}\Big|_{t=1.00\text{s}}=(2.00\text{m})\boldsymbol{i}+(17.00\text{m})\boldsymbol{j},$$
$$\boldsymbol{r}\Big|_{t=2.00\text{s}}=(4.00\text{m})\boldsymbol{i}+(11.00\text{m})\boldsymbol{j}$$
$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1}{t_2-t_1}=(2.00\text{m}\cdot\text{s}^{-1})\boldsymbol{i}-(6.00\text{m}\cdot\text{s}^{-1})\boldsymbol{j}$$

(3) t 时刻的速度和加速度表达式
$$\boldsymbol{v}(t)=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=(2.00\text{m}\cdot\text{s}^{-1})\boldsymbol{i}-(4.00\text{m}\cdot\text{s}^{-2})t\boldsymbol{j}$$
$$\boldsymbol{a}(t)=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}=(4.00\text{m}\cdot\text{s}^{-2})\boldsymbol{j}$$

$t=1.00\text{s}$ 时的速度　$\boldsymbol{v}(t)\Big|_{t=1\text{s}}=(2.00\text{m}\cdot\text{s}^{-1})\boldsymbol{i}-(4.00\text{m}\cdot\text{s}^{-1})\boldsymbol{j}$

$t=1.00\text{s}$ 时的切向加速度
$$\boldsymbol{a}_t\Big|_{t=1\text{s}}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathbf{e}_t=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\sqrt{v_x^2+v_y^2})\mathbf{e}_t=(3.58\text{m}\cdot\text{s}^{-2})\mathbf{e}_t$$

$t=1.00\text{s}$ 时的法向加速度　$\boldsymbol{a}_n\Big|_{t=1\text{s}}=\sqrt{a^2-a_t^2}\,\mathbf{e}_n=(1.79\text{m}\cdot\text{s}^{-2})\mathbf{e}_n$

(4)$t=1.0$ s 质点的速度大小为 $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=4.47\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

则
$$\rho=\frac{v^2}{a_n}=11.17\ \text{m}$$

1—18 飞机以 100m·s^{-1} 的速度沿水平直线飞行，在离地面高为 100m 时，驾驶员要把物品空投到前方某一地面目标处。问：(1)此时目标在飞机下方前多远？(2)投放物品时，驾驶员看目标的视线和水平线成何角度？(3)物品投出 2.00s 后，它的法向加速度和切向加速度各为多少？

知识点窍 平抛运动的水平位移公式：$x=vt$

平抛运动的竖直位移公式：$y=\frac{1}{2}gt^2$

逻辑推理 物体做平抛运动可分解为水平方向匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动的合运动，而且两方向的运动具有等时性。物体在运动过程中合加速度就是重力加速度，将其沿切线方向和法线方向分解，就可求出切向加速度和法向加速度

解题过程 (1)如图 1—10 所示，以抛出点为原点建立坐标系

$$\begin{cases} x=v_0 t \\ y=-\dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

当 $y=-100$m 时，可求得目标在飞机正下方前的距离为

$$x=v_0\sqrt{-\frac{2y}{g}}=452\text{m}$$

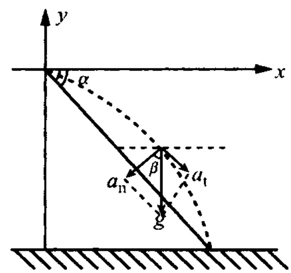


图 1—10

(2)$\alpha=\arctan\dfrac{-y}{x}=12.5°$

(3)设 t 时刻，v 与 x 轴夹角为 β，则 $\beta=\arctan\dfrac{v_y}{v_x}=\arctan\dfrac{gt}{v_0}$

$t=2$s 时，$\beta=\arctan 0.196$

所以
$$a_t=g\sin\beta=1.88\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$
$$a_n=g\cos\beta=9.62\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

1—19 如图所示，一小型追击炮架设在一斜坡的底端 O 处，已知斜坡倾角为 α，炮身与斜坡的夹角为 β，炮弹的出口速度为 v_0，忽略空气阻力. 求：(1)炮弹落地点 P 与点 O 的距离 OP；(2)欲使炮弹能垂直击中坡面. 证明 α 和 β 必须满足 $\tan\beta=\dfrac{1}{2\tan\alpha}$ 并与 v_0 无关.

知识点窍 运动方程的矢量式即 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{v}_0 t+\frac{1}{2}\boldsymbol{g}t^2$，正弦定理.

逻辑推理 建立如图(a)所示坐标系，则炮弹在 x 和 y 两个方向的分运动均为匀减速直线运动，其初速度分别为 $v_0\cos\beta$ 和 $v_0\sin\beta$，其加速度分别为 $g\sin\alpha$ 和 $g\cos\alpha$. 在此坐标系中炮弹落地时，应有 $y=0$，则 $x=OP$. 如欲使炮弹垂直击中坡面，则应满足 $v_x=0$，直接列出有关运动方程的速度方程，即可求解.

解题过程 (1)由推理知，炮弹在图(a)所示坐标系中两个分运动方程为