

北京名师导学丛书



sina 新浪考试 特别合作
edu.sina.com.cn

MINGSHI
DAOXUE

名师导学

零失误训练

总主编 刘 强

配北京市义务教育课程改革实验教材

八年级数学 上

学科主编 周沛耕

北京大学附中数学特级教师

北京课改版



北京出版集团公司
BEIJING PUBLISHING HOUSE(GROUP)



北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE

MINGSHI
DAOXUE

名师导学

零失误训练

总主编：刘 强

学科主编：周沛耕

本册主编：程继光

本册副主编：蒋余龙 刘景兰

本册编者：于安全 李文彩

配北京市义务教育课程改革实验教材

北京课改版

八年级数学 上



北京出版集团公司
BEIJING PUBLISHING HOUSE (GROUP)



北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

北京名师导学零失误训练. 八年级数学: 北京课改版/刘强总主编. -5版. -北京: 北京教育出版社, 2006
ISBN 978-7-5303-1813-3

I. 北... II. 刘... III. 数学课-初中-习题 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 053424 号

北京名师导学·零失误训练

北京课改版·八年级数学(上)

刘强 总主编

*

北京出版集团公司 出版
北京教育出版社
(北京北三环中路 6 号)

邮政编码: 100011

网址: www.bph.com.cn

北京出版集团公司总发行

全国各地书店经销

河北衡水冀峰印刷股份有限公司印刷

*

890 × 1240 16 开本 9.625 印张 220000 字

2007 年 5 月第 6 版 2010 年 7 月第 4 次印刷

ISBN 978-7-5303-1813-3/G · 1787

定价: 19.80 元

版权所有 翻印必究

如发现质量问题, 请与我们联系

地址: 北京市海淀区彩和坊路 8 号天创科技大厦 8 层 邮编: 100080 网址: www.qqbook.cn
质量投诉电话: (010) 62698883 58572750 58572393 邮购电话: (010) 51286111 - 6986

CONTENTS



目 录

第 11 章 分式	(1)
11.1 分式	(1)
11.2 分式的基本性质	(4)
11.3 分式的乘法	(7)
11.4 分式的加减法	(10)
11.5 可化为一元一次方程的分式方程及其应用(1)	(14)
可化为一元一次方程的分式方程及其应用(2)	(17)
第 11 章知识总结	(20)
第 11 章综合检测题	(21)
第 12 章 实数和二次根式	(24)
12.1 平方根	(24)
12.2~12.3 立方根 用科学计算器开方	(27)
12.4 无理数与实数	(30)
12.5 二次根式及其性质	(34)
12.6 二次根式的乘法	(37)
12.7 二次根式的加减法	(40)
第 12 章知识总结	(43)
第 12 章综合检测题	(44)
第 1 学期期中测试题	(46)
第 13 章 三角形	(48)
13.1~13.2 三角形 三角形的性质	(48)
13.3 三角形中的主要线段	(52)
13.4 全等三角形	(56)
13.5 全等三角形的判定(1)	(60)
全等三角形的判定(2)	(64)
13.6 等腰三角形(1)	(68)
等腰三角形(2)	(72)
13.7 直角三角形	(77)
13.8 基本作图	(82)

名师导学 零失误训练

八年级数学(上)北京课改版



出版
一套好书

展示
一批学校

宣传
一批教师

产生
一批成果

选择
一套好书

巧借
一臂之力

梦圆
一所名校

实现
一生夙愿



名师导学
零失误训练

八年级数学(上)北京课改版



出版
一套好书

展示
一批学校

宣传
一批教师

产生
一批成果

选择
一套好书

巧借
一臂之力

梦圆
一所名校

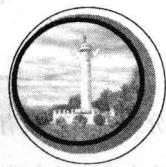
实现
一生夙愿

CONTENTS

13.9 逆命题、逆定理	(86)
13.10 轴对称和轴对称图形	(90)
13.11 勾股定理	(94)
13.12 勾股定理的逆定理	(98)
第13章知识总结	(102)
第13章综合检测题	(103)
第14章 事件与可能性	(106)
14.1 确定事件与不确定事件	(106)
14.2 事件发生的可能性	(110)
14.3 求简单事件发生的可能性	(114)
第14章知识总结	(118)
第14章综合检测题	(119)
第1学期期末测试题	(122)
参考答案及解析	(1~24)

第11章

11.1 分式



自主学习



主干知识 ← 提前预习 勤于归纳 →

阅读课本,回答以下问题:

- 一般地,用 A, B 表示两个整式, $A \div B (B \neq 0)$ 可以表示为_____的形式. 如果 B 中含有字母,那么我们把式子_____ ($B \neq 0$) 叫做分式. 其中 A 叫做分式的_____, B 叫做分式的_____.
- _____和_____统称为有理式.
- 由于 0 不能做除数,所以只有当分母的值_____时,代数式 $\frac{A}{B}$ (B 中含有字母) 才可以称为分式.
- 下列各代数式中,哪些是分式,哪些是整式?

(1) $\frac{x+5}{3}$;

(2) $\frac{x-2}{x}$;

(3) $\frac{x+10}{x-5}$;

(4) $\frac{x^2-1}{x+1}$.

5. x 取何值时,下列分式有意义?

(1) $\frac{x-3}{2x-1}$;

(2) $\frac{x^2-1}{x-1}$;

(3) $\frac{x^2-y^2}{x+y}$;

(4) $\frac{3x}{x+2}$.

点击思维 ← 温故知新 查漏补缺 →

1. 一个分式中,分子是否可以 0? 分母是否可以 0?

2. 已知 $A = \frac{2x+1}{x-1}$, 则

- 当 $x=0$ 时, A 的值等于_____;
- 当 $x=-1$ 时, A 的值等于_____;
- 当 $x=-\frac{1}{2}$ 时, A 的值等于_____.

3. 如果一个分式的值为 0, 那么这个分式的分子、分母各有什么特点?



名师导学



典例分析

例 1 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{m^2-4}{m+2}$ 的值为零?

思路分析: 要使分式 $\frac{m^2-4}{m+2}$ 的值为零, 必须使分式的分子 $m^2-4=0$, 即 $m=2$ 或 $m=-2$; 同时必须保证分式的分母 $m+2 \neq 0$, 即 $m \neq -2$, 所以, m 的值为 2.

突破易错点 ★ 挑战零失误



规律总结

善于总结 ★ 触类旁通

- 方法点拨:** 分式的值为 0 的两个条件是: 分子为 0 且分母不为 0.
- 误区点拨:** 遇到分式的值为 0 时, 只考虑分子为 0 而不考虑分母是否为 0, 从而得出错误的结论.

答案: 2

例2 当 x 取何值时, 分式 $\frac{x}{|x|-1}$ 没有意义? 有意义?

思路分析: 分式没有意义的含义是指分式的分母为 0; 分式有意义的含义是指分式的分母不等于 0.

解: 由分母 $|x|-1=0$ 得 $x=\pm 1$, 所以当 $x=\pm 1$ 时, 分式 $\frac{x}{|x|-1}$ 无意义; 当 $x \neq \pm 1$ 时, 分式 $\frac{x}{|x|-1}$ 有意义.

例3 新华书店库存一批图书, 其中某种图书的原价为每册 x 元, 现降价 m 元销售. 当库存的这种图书全部售出时, 这种图书的销售总额为 y 元. 请问, 降价销售开始的时候, 书店中这种图书的库存量是多少册?

思路分析: 这个问题中存在的等量关系是: 原库存量 $\times$ 实际销售价 = 销售总额, 而实际销售价 = 原价 - 降价, 所以, 原库存量 = 销售总额 $\div$ (原价 - 降价).

解: 降价销售开始的时候, 书店中这种图书的库存量为 $\frac{y}{x-m}$ 册.

变式训练: n 为何值时, 分式 $\frac{n-2}{n^2-4}$ 的值不为 0?

答案: $n \neq \pm 2$

2 方法点拨: 分式是否有意义取决于分式的分母是否为 0, 而与分子的取值无关.

3 方法点拨: 本例的本质是列代数式, 列代数式的关键是正确地分析数量关系. 这里的各量之间的关系为原库存量 $\times$ 实际销售价 = 销售总额, 这是解决问题的钥匙.

探究提升



零失误训练

基础能力训练 ★ 回归教材 注重基础

◆ 分式的基本概念

1. 有理式 $\frac{12}{x+y}, 7a^3b, \frac{11}{9}, \frac{5a}{2x-y}, \frac{3a^2-b^2}{4}, 2-\frac{3}{b}, \frac{1}{m}, \frac{3xy}{7}$ 中, 整式有 _____, 分式有 _____.

2. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{x-3}{2x+1}$ 无意义.

3. 在函数 $y=\frac{1}{2x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 _____.

4. (2010·朝阳二模) 若分式 $\frac{x^2-4}{x-2}$ 的值为 0, 则 x 的值为 _____.

5. (2010·西城一模) 若分式 $\frac{2x+4}{x+1}$ 的值为零, 则 x 的值为 _____.

6. (2010·朝阳一模) 函数 $y=\frac{2x}{x+1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > -1$ B. $x > 1$
C. $x \neq -1$ D. $x \neq 0$

7. (2009·株洲) 若使分式 $\frac{x}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 2$ B. $x \neq -2$
C. $x > -2$ D. $x < 2$

8. 下列分式一定有意义的是 ()

A. $\frac{x^2+4}{x^2}$

B. $\frac{x-2}{x^2-4}$

C. $\frac{x-2}{x+2}$

D. $\frac{x+2}{x^2+4}$

9. (2009·临汾) 若分式 $\frac{x^2-1}{x-1}$ 的值为 0, 则 ()

- A. $x=1$ B. $x=-1$
C. $x=\pm 1$ D. $x \neq 1$

◆ 列代数式(分式)

10. 把甲、乙两种饮料按质量比 $\frac{x}{y}$ 混合在一起, 可以调制成一种混合饮料, 调制 1 kg 这种混合饮料需甲种饮料多少千克?

11. 两个数学兴趣小组各有 m 人、 n 人, 在一次数学考试中, 甲组平均得分 x 分, 乙组平均得分 y 分, 问: 两个小组所有同学的平均得分是多少分?

12. 某件商品打 n 折后的售价为 a 元, 求这件商品的原价.

综合创新训练 ★登高望远 课外拓展

◆综合运用

13. 要使分式 $\frac{1}{|x|-5}$ 有意义, x 应满足什么样的条件?

14. 若 $\frac{|x|-5}{x-5}$ 的值为 0, x 应满足什么样的条件?

15. 已知 $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6}$, 求 $\frac{2x+3y+4z}{5x-2y}$ 的值.

16. 已知 $3a=2b(a \neq 0)$, 求 $\frac{4b^2}{9a^2}$ 的值.

◆阅读理解

17. 题目: 当 x 取何值时, 分式 $\frac{x^2-1}{(x-1)(x+2)}$ 的值为 0?

小强的回答如下:

解: 当分子 $x^2-1=0$ 时, $x=\pm 1$, 所以当 $x=\pm 1$ 时, 分式 $\frac{x^2-1}{(x-1)(x+2)}$ 的值为 0.

请问: 小强的解法有无错误? 如有错误, 请帮他改正过来.

探究学习

联系生活 ★能力提升

阿拉伯的分马术

古代阿拉伯民间流传着一个非常有趣的故事, 说的是从前有个牧民, 辛辛苦苦一辈子所得的全部财产是 17 匹马. 临终前, 他把三个儿子叫到身边留下遗嘱: “孩子们啊! 我把 17 匹马留给你们, 老大得 $\frac{1}{2}$, 老二得 $\frac{1}{3}$, 老三得 $\frac{1}{9}$, 把马分完, 但不许把马宰了再分.”

事后, 三兄弟在一起商量了很久, 也没有想出办法按老人的意图把马分开. 邻居老大爷帮他们想了一个好办法. 你知道是什么办法吗?

第 11 章

11.2 分式的基本性质

自主学习



主干知识 ← 提前预习 勤于归纳 →

阅读课本,回答以下问题:

1. 分式的分子、分母同乘以一个_____的整式,分式的值不变,即 $\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}$ (_____).
2. 分式的分子、分母同除以一个_____的整式,分式的值不变,即 $\frac{A}{B} = \frac{A \div N}{B \div N}$ (_____).
3. 把分式中分子与分母的公因式约去,叫做_____. 如果一个分式的分子与分母没有公因式,这个分式就叫做_____.
4. 将下列分式化成最简分式:

(1) $\frac{x}{x^2-x}$; (2) $\frac{3ab}{12a^2b}$;

(3) $\frac{m+1}{m^2-1}$.

点击思维 ← 温故知新 查漏补缺 →

1. 分式约分的一般步骤是什么? 你能否总结一下?
2. 分式约分后的结果一定还是分式吗? 能否举例说明?



名师导学



典例分析

例 1 化简下列各式:

(1) $\frac{a^2bc}{ab}$; (2) $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$.

思路分析: 化简的目的就是根据分式的基本性质,将分式的分子、分母同时除以它们的最大公因式,把原分式化成最简分式或整式.

解: (1) $\frac{a^2bc}{ab} = \frac{ab \cdot ac}{ab} = ac$; (2) $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2} = \frac{x+1}{x-1}$.

例 2 不改变分式的值,把下列各式的分子与分母中各项系数都化为整数:

(1) $\frac{0.02x-0.05y}{0.1x+0.2y}$; (2) $\frac{0.5a-\frac{3}{5}b}{\frac{4}{5}a+0.25b}$.

思路分析: 将分式的分子、分母都乘以一个恰当的数,使各项系数化为整数,且为最简分式. 分式(1)的分子、分母都乘 100; 分式(2)中, $0.5 = \frac{1}{2}$, $0.25 = \frac{1}{4}$, 2, 5, 4 的最小公倍数为 20, 用 20 分别去乘分子和分母,即可将分子和分母的各项

突破易错点 ★ 挑战零失误



规律总结

善于总结 ★ 触类旁通

1 **方法点拨:** 通过约分,将分式化简,其关键是确定分子和分母的公因式. 若分式的分子或分母是多项式,则先将其分解因式,再确定分子与分母的公因式.

2 **方法点拨:** 解决此类问题的方法是:将分式中出现的小数与分数统一成一种形式,算出各项系数的最小公倍数,用分子、分母同乘这个最小公倍数,即可将各项系数化为整数.

变式训练: 将分式 $\frac{1.5-x-\frac{1}{2}x^2}{0.2x^2-\frac{1}{4}x+1}$ 的分子、分母中的最高次项的系数化为整数.

系数化为整数.

$$\text{解: (1)} \frac{0.02x-0.05y}{0.1x+0.2y} = \frac{(0.02x-0.05y) \times 100}{(0.1x+0.2y) \times 100} = \frac{2x-5y}{10x+20y};$$

$$(2) \frac{0.5a-\frac{3}{5}b}{\frac{4}{5}a+0.25b} = \frac{(0.5a-\frac{3}{5}b) \times 20}{(\frac{4}{5}a+0.25b) \times 20} = \frac{10a-12b}{16a+5b}.$$

例3 如图 11.2-1 所示,要在一块正方形铁皮上剪下一个扇形和一个圆形,用它们围成一个圆锥体.那么扇形的半径 R 与圆的半径 r 的比值是多少?

思路分析: 要想用扇形和圆围成一个圆锥,必须使扇形的弧长等于圆的周长.

$$\text{解: 由题意得: } \frac{1}{4} \times 2\pi \times R = 2\pi r.$$

$$\text{即 } \frac{R}{2} = 2r, \text{ 所以 } R:r = 4:1.$$



图 11.2-1

$$\text{解: } \frac{1.5-x-\frac{1}{2}x^2}{0.2x^2-\frac{1}{4}x+1} = \frac{15-10x-5x^2}{2x^2-\frac{5}{2}x+10}$$

3 方法点拨: 注意扇形的圆心角就是正方形的一个内角,为 90° ,所以扇形的弧长占以扇形半径长为圆的周长的 $\frac{1}{4}$. 圆锥展开图中的扇形弧长与底面圆的周长相等是解决这个问题的关键(等量关系).



零失误训练

基础能力训练 ★ 回归教材 注重基础

◆ 分式的约分

1. 化简 $\frac{-21a^3b^5c}{56a^2b^{10}d}$.

2. 化简 $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$.

3. 约分 $\frac{12x^{2n+1}y^{n-2}}{-24x^{2n-1}y^{n+1}}$.

4. (2010·北京模拟)下列运算中,错误的是()

A. $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc} (c \neq 0)$

B. $\frac{-a-b}{a+b} = -1$

C. $\frac{0.5a+b}{0.2a-0.3b} = \frac{5a+10b}{2a-3b}$

D. $\frac{x-y}{x+y} = \frac{y-x}{y+x}$

5. (2009·大连)若 $x < 2$, 则 $\frac{x-2}{|x-2|}$ 的值是()

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

◆ 分式中的各项系数化整

6. 不改变分式 $\frac{\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{3}a - 2}{-\frac{2}{3}a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}}$ 的值,使分子、分母中的系数都化为整数.

7. 不改变分式的值,将分式 $\frac{0.3a + \frac{1}{3}b}{\frac{1}{4}a - 0.5b}$ 的分子、分母中 a, b 的系数化为整数.

探究提升

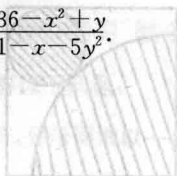
探究提升

综合创新训练 ★登高望远 课外拓展

◆综合运用

8. 不改变分式的值,将下列分式中分子、分母中最高次项的系数化为正数,并将分子、分母按某个字母的降幂排列.

(1) $\frac{1-2a-a^2}{-a-4}$; (2) $\frac{36-x^2+y}{1-x-5y^2}$



9. 先化简,再求值: $\frac{x^2-4x+4}{2x-4} \cdot (x+2)$, 其中 $x=5$.

10. (2009·顺义一模)已知: $\frac{1}{m} - \frac{1}{n} = 5$, 求代数式 $\frac{3m+12mn-3n}{m+6mn-n}$ 的值.

◆分式化简的实际应用

11. 用 a m 布能做 b 件上衣,用 $2a$ m 布能做 $3b$ 条裤子.问:一件上衣的用料是一条裤子用料的多少倍?

◆阅读理解

12. 阅读下列题目的计算过程:

题目:当 x 为何值时, $\frac{|x-2|}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$ 成立?

解:因为 $\frac{|x-2|}{x^2-4} = \frac{|x-2|}{(x+2)(x-2)}$, 又 $\frac{|x-2|}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$, 所以 $|x-2| = x-2$, 由绝对值的性质可知 $x-2 \geq 0$, 即 $x \geq 2$.

所以,当 $x \geq 2$ 时, $\frac{|x-2|}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$ 成立.

以上的解法中有无错误? 如有错误,请指出来,并且给予改正.

探究学习

联系生活 ★ 能力提升

阿拉伯数字

在生活中,我们经常会用到 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 这些数字.那么你知道这些数字是谁发明的吗?

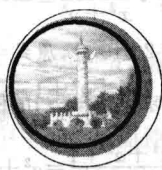
这些数字符号原来是古代印度人发明的,后来传到阿拉伯,又从阿拉伯传到欧洲,欧洲人误以为是阿

拉伯人发明的,就把它们叫做“阿拉伯数字”,因为流传了许多年,人们叫得顺口,所以至今人们仍然将错就错,把这些古代印度人发明的数字符号叫做阿拉伯数字.

现在,阿拉伯数字已成了全世界通用的数字符号.

第11章

11.3 分式的乘除法



自主学习



主干知识 ← 提前预习 勤于归纳 →

阅读课本,回答下列问题:

1. 分式乘以分式,用_____做积的分子,用_____做积的分母.用式子表示为: $\frac{b}{a} \cdot \frac{d}{c} = \frac{\quad}{\quad}$.
2. 分式除以分式,把除式的_____颠倒位置后,与被除式相乘.用式子表示为: $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{\quad}{\quad}$.
3. 分式的乘方是把分式的分子、分母分别乘方.用式子表示为: $(\frac{a}{b})^n = \frac{\quad}{\quad}$ (n 为正整数).
4. 计算下列各题:

$$(1) \frac{b}{a^2} \cdot \frac{a}{b} =$$

$$(2) \frac{y^2}{x^2} \div \frac{y}{x^3} =$$

$$(3) (\frac{n}{m^2})^2 =$$

点击思维 ← 温故知新 查漏补缺 →

$$1. \text{化简: } \frac{3a^2b}{5xy^2} \cdot \frac{5x^2y}{2a^2b^2}.$$

$$2. \text{化简: } \frac{2a^3b^2}{5cd^4} \cdot \frac{4a^2b^2}{cd^3}.$$

$$3. \text{化简: } (\frac{xy}{x-y})^2 \cdot (\frac{y-x}{x})^2.$$



名师导学

突破易错点 ★ 挑战零失误



典例分析

例1 化简: $(x^2 - 10x + 24) \div \frac{(x-4)^2}{x-6}$

思路分析: 本题主要考查分式的乘除运算,把各项分解因式后约分即可.

$$\text{解: } (x^2 - 10x + 24) \div \frac{(x-4)^2}{x-6}$$

$$= (x-4)(x-6) \cdot \frac{x-6}{(x-4)^2}$$

$$= \frac{(x-6)^2}{x-4}.$$

例2 求分式 $\frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{y-x}{x^2 + y^2}$ 的值,其中 $x = 2\ 008, y = 2\ 010$.

思路分析: 直接代入 x, y 的值求解显然过于繁琐,先对原式进行化简,再代入求值要方便得多.



规律总结

善于总结 ★ 触类旁通

1 方法点拨: 当运算含有乘、除、乘方时,运算顺序是先乘方再乘、除,当分子或分母中含有多项式时,要先因式分解;同时应注意把运算归结为乘法运算,再约分.

2 方法点拨: 求某一个代数式的值,往往需要先对代数式进行化简,然后再将有关字母的值代入,从而求得代数式的值.

解: $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{y-x}{x^2+y^2} = -\frac{(x^2+y^2)(x+y)(x-y)^2}{(x-y)^2(x^2+y^2)} = -(x+y).$

当 $x=2\ 008, y=2\ 010$ 时, 原式 $= -(2\ 008+2\ 010) = -4\ 018.$

例 3 已知 $a+\frac{1}{a}=5$, 求 $\frac{a^4+a^2+1}{a^2}$ 的值.

思路分析: 由于 $\frac{a^4+a^2+1}{a^2} = a^2 + 1 + \frac{1}{a^2}$, 所以只要将 $a+\frac{1}{a}=5$ 的两边平方即可得到 $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的值, 从而求出代数式的值.

解: 将 $a+\frac{1}{a}=5$ 两边平方得 $a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} = 25,$

所以 $a^2 + \frac{1}{a^2} = 23,$

所以 $\frac{a^4+a^2+1}{a^2} = a^2 + 1 + \frac{1}{a^2} = 23 + 1 = 24.$

3 方法点拨: 解这类题目要注意已知条件与所求值的代数式之间的关系, 可以先化简求值的代数式, 也可以先整理已知条件.

探究提升



零失误训练

基础能力训练 ★ 回归教材 注重基础

◆ 分式的乘除运算

1. (2008·河北) 计算: $\frac{a+2}{a-2} \cdot \frac{a-2}{a^2+2a} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. (2008·云南) $a^2 \div b \cdot \frac{1}{b} \div c \cdot \frac{1}{c} \div d \cdot \frac{1}{d}$ 等于()

A. a^2

B. $\frac{a^2}{b^2c^2d^2}$

C. $\frac{a^2}{bcd}$

D. 其他结果

3. 化简: $\frac{a-1}{a^2-4a+4} \div \frac{a^2-1}{a^2-4}.$

◆ 分式的乘方运算

5. $\left(\frac{2a}{3b}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. $\left(\frac{2a^2b}{-c^3}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}.$

◆ 分式的乘除、乘方混合运算

7. $\left(-\frac{x^2}{y}\right)^2 \cdot \left(-\frac{y^2}{x}\right)^3 \div \left(-\frac{y}{x}\right)^4 = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. $\left(\frac{b^2}{ac}\right)^3 \div (-b^5c) = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. (2008·北京) 已知 $x-3y=0$, 求 $\frac{2x+y}{x^2-2xy+y^2} \cdot (x-y)$ 的值.

9. $\left(\frac{a^2b}{-c}\right)^3 \cdot \left(\frac{c^2}{-ab}\right)^2 \div \left(\frac{bc}{a}\right)^4 = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. $\left(\frac{m^2n}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{mn}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b}\right)^2$

12. (2010·朝阳二模)阅读下列材料,然后解答后面的问题:

利用完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$,通过配方可对 $a^2 + b^2$ 进行适当的变形,如 $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ 或 $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$,从而使某些问题得到解决.

例:已知 $a + b = 5$, $ab = 3$,求 $a^2 + b^2$ 的值.

解: $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5^2 - 2 \times 3 = 19$.

问题:(1)已知 $a + \frac{1}{a} = 6$,则 $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ _____;

(2)已知 $a - b = 2$, $ab = 3$,求 $a^4 + b^4$ 的值.

综合创新训练 ★ 登高望远 课外拓展

◆ 综合运用

11. 已知 $a = 1$, $b = 1\ 001$,求 $\frac{a^2 - ab}{a + b} \cdot \left(\frac{a + b}{a - b}\right)^2 \div \frac{a}{a - b}$ 的值.

13. (2010·北京模拟)已知 $x^2 - 4x + 4 + |y + x| = 0$,

求 $\frac{2x + x^2}{x^2 y - x^2} \div \frac{x^2 + 4x + 4}{y^2 - 2y + 1} \cdot (x + 2)$ 的值.

探究学习

联系生活 ★ 能力提升

九九歌

九九歌就是我们现在使用的乘法口诀.

远在公元前的春秋战国时代,九九歌就已经被人们广泛使用.在当时的许多著作中,都有关于九九歌的记载.最初的九九歌是从“九九八十一”起到“二二得四”止,共36句.因为是从“九九八十一”开始,所以

取名九九歌.大约在公元五至十世纪间,九九歌才扩充到“一一得一”.大约在公元十三、十四世纪,九九歌的顺序才变成和现在所用的一样,从“一一得一”起到“九九八十一”止.

现在我国使用的乘法口诀有两种,一种是45句的,通常称为“小九九”;还有一种是81句的,通常称为“大九九”.

第 11 章

11.4 分式的加减法

自主学习



主干知识 ←提前预习 勤于归纳→

阅读课本,回答下列问题:

1. 同分母的分式相加减时,_____不变,_____相加减. 即: $\frac{a}{m} \pm \frac{b}{m} = \frac{\quad}{\quad}$.
2. 异分母的分式相加减时,先进行_____化为同分母后,再按同分母分式进行加减运算. 即: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$.
3. 把异分母的分式化为同分母的分式的关键步骤是确定_____.
4. 确定几个异分母分式的最简公分母时,最简公分母的系数由_____组成;字母和式子由_____组成.
5. 分式运算的结果要化为_____分式或整式.
6. 计算下列各题:

$$\begin{aligned} (1) \frac{2}{a} + \frac{3}{a}; & \quad (2) \frac{a}{xy} + \frac{b}{xy}; \\ (3) \frac{2}{a} + \frac{3}{b}; & \quad (4) \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}. \end{aligned}$$

点击思维 ←温故知新 查漏补缺→

1. 分式的加减与分数的加减有哪些相同点与不同点?
2. 所有分式的分母的积是它们的公分母吗? 是它们的最简公分母吗?
3. 在一个有分式的加、减、乘、除、乘方等运算的混合运算题目中,运算顺序是怎样的? 如有括号,应先进行哪些运算? 这与有理数的混合运算相同吗?



名师导学

突破易错点 ★ 挑战零失误



典例分析

例 1 当 $x = \frac{3}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$ 时,求 $\frac{3}{x-3y} + \frac{2}{x+2y}$ 的值.

思路分析: 直接将 x, y 的值代入分式进行计算显然过于繁琐,因此需要先化简所求代数式,然后再代入求值.

$$\text{解: } \frac{3}{x-3y} + \frac{2}{x+2y} = \frac{3(x+2y)}{(x-3y)(x+2y)} + \frac{2(x-3y)}{(x-3y)(x+2y)}$$



规律总结

善于总结 ★ 触类旁通

1. 方法点拨: 解决化简求值的问题的一般方法是先对代数式进行彻底的化简后,再利用已知条件求出代数式的值. 有时也可以先利用已知条件直接求代数式的值. 例如: 已知 $abc = 1$, 求 $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$ 的值.

$$= \frac{3x+6y+2x-6y}{(x-3y)(x+2y)} = \frac{5x}{(x-3y)(x+2y)},$$

$$\text{当 } x = \frac{3}{2}, y = -\frac{1}{2} \text{ 时, } (x-3y)(x+2y) = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}\right) \left[\frac{3}{2} + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right] = \frac{3}{2},$$

$$\text{所以, 原式的值} = \frac{5 \times \frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = 5.$$

例2 根据规划设计,某市工程队准备在开发区修建一条长1 120 m的盲道,由于采取新的施工方式,实际每天修建盲道的长度比原计划增加10 m,从而缩短了工期.假设原计划每天修建盲道 x m,那么:

(1)原计划修建这条盲道需要多少天?实际修建这条盲道用了多少天?

(2)实际修建这条盲道的工期比原计划缩短了多少天?

思路分析:原计划每天修建盲道 x m,盲道的长度为1 120 m,所以原计划修建

这条盲道需要 $\frac{1\,120}{x}$ 天;实际每天修建盲道的长度是 $(x+10)$ m,所以实际修建

这条盲道用了 $\frac{1\,120}{x+10}$ 天.实际修建这条盲道的工期比原计划缩短的天数也就容易求出了.

解:(1)原计划修建这条盲道需要 $\frac{1\,120}{x}$ 天,实际修建这条盲道用了 $\frac{1\,120}{x+10}$ 天;

(2)实际修建这条盲道的工期比原计划缩短的天数为

$$\frac{1\,120}{x} - \frac{1\,120}{x+10} = \frac{11\,200}{x(x+10)} (\text{天}).$$

的值.

解:由 $abc=1$,得 $c=\frac{1}{ab}$,

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{\frac{b}{ab}+b+1} + \frac{\frac{1}{ab}}{\frac{a}{ab}+\frac{1}{ab}+1} \\ &= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{ab+a+1} + \frac{1}{ab+a+1} = 1. \end{aligned}$$

方法点拨:对于这种应用性题目,一定要注意准确地分析各种各样纷繁复杂的数量关系,在分析问题的过程中获取解决问题的思路与方法.问题(2)实际上就是求两个代数式的差.

零失误训练

基础能力训练 ★ 回归教材 注重基础

分式的加减运算

1. $\frac{3a}{a-b} - \frac{5a}{a-b} =$ _____.

2. $\frac{5x-7}{x^2+4x} - \frac{2x-8}{x^2+4x} - \frac{2x-3}{x^2+4x} =$ _____.

3. $\frac{x+2}{x-3} - \frac{4}{3-x} =$ _____.

4. $\frac{4x+y}{2x-y} + \frac{3y}{y-2x} =$ _____.

5. 下列各式中正确的是()

A. $\frac{3}{x} + \frac{5}{x} = \frac{15}{x^2}$ B. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b-a}{ab}$

C. $\frac{4x}{x-y} + \frac{4y}{y-x} = 4$ D. $\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x+1}$

6. 计算 $\frac{1}{x-3} + \frac{3}{x+5}$ 等于()

A. $\frac{2}{x+1}$ B. $\frac{4x+2}{(x-3)(x+5)}$

C. $\frac{4}{(x-3)(x+5)}$ D. $\frac{4x-4}{(x-3)(x+5)}$

7. 化简 $1 + \frac{1}{a-1} - \frac{2a+1}{a^2+a-2}$ 的结果是()

A. $\frac{a+1}{a-2}$ B. $\frac{a+1}{a+2}$

C. $\frac{a-1}{a+2}$

D. $\frac{a-1}{a-2}$

8. $\frac{a^2}{(a-b)^2} - \frac{b^2}{(b-a)^2} =$ _____.

9. $a-b + \frac{2b^2}{a+b} =$ _____.

10. $\frac{1}{2-x} + \frac{4}{x^2-4} + \frac{x-1}{x+2} =$ _____.

探究提升

探究提升

◆分式的混合运算

11. (2008·黄冈) 计算 $(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}) \div \frac{a+b}{a}$ 的结果为()

- A. $\frac{a-b}{b}$ B. $\frac{a+b}{b}$
C. $\frac{a-b}{a}$ D. $\frac{a+b}{a}$

12. (2008·龙岩) 化简求值: $(\frac{a^2+b^2}{ab} + 2) \div \frac{a^2-b^2}{a-b}$,
其中 $a=2, b=-\frac{1}{2}$.

13. (2010·朝阳二模) 已知 $a^2+2a=4$, 求 $\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a^2-1} \div \frac{a+1}{a^2-2a+1}$ 的值.

14. $(\frac{y}{x^2+xy} + \frac{2}{x+y} + \frac{x}{xy+y^2}) \div \frac{x}{y^2+xy}$.

15. $(\frac{b^3}{a^3} - \frac{a^3}{b^3}) \div (\frac{b^3}{a^3} + \frac{a^3}{b^3} - 2) \div (1 + \frac{a^3}{b^3})$.

综合创新训练 ★登高望远 课外拓展

◆综合运用

16. (2010·崇文一模) 已知 $x^2+x-1=0$, 求 $x(1 - \frac{2}{1-x}) \div (x+1) - \frac{x(x^2-1)}{x^2-2x+1}$ 的值.

17. (2010·燕山一模) 当 $x=2010$ 时, 求代数式 $(\frac{1}{x+2} - 1) \div \frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$ 的值.

◆实际运用

18. 现有单价为 x 元的糖果 a 千克, 单价为 y 元的糖果 b 千克, 单价为 z 元的糖果 c 千克, 若将这三种糖果混在一起, 则混合后的糖果单价为多少元?

19. (2008·巴中) 在解题目: “当 $x=1949$, 求代数式 $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4} \div \frac{x^2-2x}{x+2} - \frac{1}{x} + 1$ 的值” 时, 聪聪认为 x 只要任取一个使原式有意义的值代入都会得到相同的结果. 你认为他说的有道理吗? 请说明理由.

20. 某人用电脑录入汉字文稿的速度是手抄的 3 倍, 如果他手抄的速度是每秒 x 字, 那么他录入 3 000 字文稿的时间比手抄少用多少秒?