

珠算丛书
第六集

心珠倍数法

詹树惠 编著

中华珠算编辑部

珠算丛书第六集

心 算 倍 数 法

詹树惠 编著

中华珠算编辑部

一九八四年九月

目 录

第一章:

一位乘多位乘法的心算规律.....	(2)
一、乘数为 2	(3)
二、乘数为 4	(5)
三、乘数为 6	(7)
四、乘数为 8	(9)
五、乘数为 5	(11)
六、乘数为 9	(13)
七、乘数为 3	(15)
八、乘数为 7	(17)
九、一位乘多位心算乘法规律一览表.....	(20)

第二章:

心珠结合在多位数乘法中的应用.....	(22)
---------------------	--------

第三章:

心珠结合在多位数除法中的应用.....	(26)
---------------------	--------

概 述

“心算”是一种很好的运算形式。近年来，特别是热衷于珠算事业的人们，从多方面进行研究和探讨，试图把它运用于珠算，以提高珠算的计算技术水平。

珠算的一般乘法，都是按九九口诀逐位乘加；一般除法，都是按九九口诀逐位乘减。由迭皮乘法和扒皮除法发展而来凑倍乘除，不用九九口诀乘加或乘减，而是以加代乘，以减代除，易学易懂，受到初学珠算的人们的欢迎。但凑倍乘法只用二、五倍时的心算，而快速算法从二到九各倍数全部都是心算。当然，多位数乘除速算具有一定的难度。然而，多位数的乘除速算是以一位数的乘法为基础的，多位乘多位是各位乘积的错位相加；多位除多位是各位乘积逐位相减。珠算是进行加减法运算最理想的方法。这样，心算与珠算相结合能更好发挥各自的长处。多位数的乘除法在运算过程中是用一位乘多位的心算，错位相加减，提高计算速度的。

珠算在我国具有悠久的历史，是各行各业的主要计算工具。心算与珠算相结合，具有广泛的群众基础。实践证明，一些优秀珠算选手取得优异成绩大都采用了这种方法。

第一章 一位乘多位乘法的心算规律

一位乘法心算算法的特点是从高位算起，注意“本个”加“后进”。所谓“本个”就是被乘数的本位数乘以某一位数时所得乘积的个位数字；“后进”就是该被乘数字乘以乘数时的进位数字。例如：

$$\begin{array}{r} 965 \\ \times 3 \\ \hline 2785 \dots\dots\dots (\text{本个数}) \\ 211 \dots\dots\dots (\text{后进数}) \\ \hline 2895 \end{array}$$

从上题我们可以看到，乘积的千位数字2是被乘数百位数字9^①的后进数；乘积的百位数字8是被乘数百位数字9的“本个”7，加十位数6的“后进”1之和……以此类推。

概括起来，运算的基础要领是：

乘前先补零，乘时对好位；

舍十只取个^②，本个加后进。

本章将按乘数为2、4、6、8、5、9、3、7的顺序分别介绍其数字乘多位数的心算规律，即积的个位规律和进位规

注：①严格地讲，应为百位数字连同以后各位数字乘被乘数字的进位数，因为有时出现连续进位的情况。

②“舍十只取个”是因为每个数字都提前进了位，所以再遇到十位数字要舍掉。

律。因为乘数为1，其积仍是被乘数本身，这里就不再叙述了。

一、乘数为2

(一) 2 倍的个位律 (自信取个)

用2分别去乘1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9时，所得乘积分别是2、4、6、8、10、12、14、16、18。如果舍去其十位数的数字，其“本个”数字的对应关系如下：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	……被乘数
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
2	4	6	8	0	2	4	6	8	……本个数

从以上可以看出，每个数乘以2的积的“本个”数就是该数字自身相加之和(以下简称自倍)的个位数字，所以根据这个规律，把乘数为2的个位规律概括为“自信取个”。同时发现，1和6乘以2的“本个”数字都是2；2和7乘以2的“本个”数字都是4；3和8乘以2的“本个”数字都是6；4和9乘以2的“本个”数字都是8；0和5乘以2的“本个”数字都是0。

我们把同乘以一个相同的偶数，其个位律相同的两个数称为偶同数。特约定：0和5、1和6、2和7、3和8、4和9五对。可以看出，偶同数相差5，±5等于取偶同

此，1、2、3、4和6、7、8、9分别与2相乘积的“本个”依次是2、4、6、8，即乘2的本个规律是由小到大连续四个偶数。

(二) 2 倍的进位律

从个位律可以看到2与1、2、3、4、5、6、7、8、9分别相乘，只有2与5、6、7、8、9相乘时，才需要进位，也就是说，只有被乘数等于5或大于5时，才需要进位。根据这一规律，把乘数为2的进位规律概括为：

“满5进1”。例如：2与5相乘时，就需要进位1；2与6相乘时，因为6大于5，即为“满5”，也要进位1，其余类同。也就是说，5、6、7、8、9乘以2都有进位数1，1、2、3、4乘以2则无进位数。

一般说来：一个 n 位数乘以一位数，其得数是 $N+1$ 位数，所以，在运算前，先在被乘数首位前补一个“0”，然后根据各位数字的个位律确定其“本个”，加上其后位数的进位数(满10只取和的个位数)，就是乘积的个位数。因此，乘积的首位数就是被乘数首位数(或连同以后各位)的进位数(无进位时便为0，可以不写)，乘积的末位数就是被乘数末位数的“本个”数。

〔例1〕 $5,843 \times 2 = ?$

被乘数： 0 5 8 4 3

本 个： 0 6 8 6

后 进： 1 1

乘 积： 1 1 6 8 6

位 序： ①②③④⑤

注：①被乘数首位为5，满5进1，后进为1，所以乘积的首位数为1；

②5的“本个”为0，后一位数8，满5进1，“后进”为1，故 $0 + 1 = 1$ ，所以乘积的第二位数为1；

③8的“本个”为6，后一位数4，不满5，无进位数，所以乘积第三位就是“本个”6；

④4的“本个”为8，后一位数3，不满5，无进位数，所以乘积的第四位数就是“本个”8；

⑤被乘数最后一位数3的“本个”为6，所以乘积的末位数字是“本个”6。

运算结果： $5,843 \times 2 = 11,686$

〔例2〕 $47,530,275 \times 2 = ?$

被乘数：	0 4 7 5 3 0 2 7 5
本个：	0 8 4 0 6 0 4 4 0
后进：	1 1 0 0 0 1 1
乘积：	0 9 5 0 6 0 5 5 0

二、乘数为4

（一）、4倍的个位律（偶补奇凑）

用4分别去乘1、2、3、4、5、6、7、8、9时，被乘数与它的本个数对应关系如下：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	……被乘数
4	8	2	6	0	4	8	2	6	……本个数

分析这些对应关系，可以看到，凡是偶数与4相乘，其“本个”数正好是它的补数，如： $2 \times 4 = 8$ ，2的补数是8； $4 \times 4 = 16$ ，4的补数是6； $6 \times 4 = 24$ ，6的补数是4； $8 \times 4 = 32$ ，8的补数是2。凡是奇数与4相乘，其

“本个”数正好是它的凑数〔注〕，如： $1 \times 4 = 4$ ，1的凑数是4； $3 \times 4 = 12$ ，3的凑数是2； $5 \times 4 = 20$ ，5的凑数是0； $7 \times 4 = 28$ ，7的凑数是8； $9 \times 4 = 36$ ，9的凑数是6。因此，把4的个位律概括为“偶补奇凑”。另外，根据“偶同数”的规律，1、2、3、4、和、6、7、8、9与4相乘的“本个”数对应为4、8、2、6，熟记其对应关系数，来确定它们的“本个”数。

(二) 4 倍的进位律

乘数是4的进位规律：满25进1，满5进2，满75进3。

这里的25、5、75不是指其数值而言，而是指被乘数的有效数字。如果某一位数字是2，就必须再往后看一位，如果2的后位等于或大于5时，就是满25，如26就是满25的数。如果某一位数大于2而小于5时，则直接判断为满25进1，（如3应看作30，是满25的数）。同样，假如某一位数是7，也要往后多看一位，用两位上的数与75比较，满则进3，不满则按满5进2，假如某一位数大于7，则直接判为满75进3（如8看作80），同样，某一位数小于2，则不进位。

〔例1〕 $24,657 \times 4 = ?$

被乘数：	0 2 4 6 5 7
本个：	8 6 4 0 8
后进：	0 1 2 2 2

乘积：	0 9 8 6 2 8
位序：	①②③④⑤⑥

注：①被乘数的首位是2，还要看其第二位数是4，不满25，则不进位，所以积的首位为0；

注：两数之和等于5或15，称互为凑数。特规定1和4、2和3、5和0、6和9、7和8共五对，其中1与4就是互为凑数，余同。

② 2 为偶数，本个是其补数 8，2 的后一位是 4，满 5 进 1， $8 + 1 = 9$

所以积的第二位数是 9；

③ 4 为偶数，本个是其补数 6，4 的后一位是 6，满 5 进 2， $6 + 2 = 8$

所以积的第三位数是 8；

④ 6 为偶数，本个是其补数 4，6 的后一位是 5，满 5 进 2， $4 + 2 = 6$

所以积的第四位数是 6；

⑤ 5 为奇数，本个是其凑数 0，5 的后一位是 7，满 5 进 2， $0 + 2 = 2$

所以积的第五位数是 2；

⑥ 被乘数最后一位是奇数 7，本个是其凑数 8，所以积的末位数是 8。

运算结果： $24,657 \times 4 = 98,628$

〔例 2〕 $75,308 \times 4 = ?$

被乘数：0 7 5 3 0 8

本个：8 0 2 0 2

后进：3 2 1 0 3

乘积：3 0 1 2 3 2

三、乘数为 6

(一) 6 倍的个位律 (偶是自身，奇取偶同)

用 6 分别去乘 1、2、3、4、5、6、7、8、9 时，被乘数与它的“本个”数对应关系如下：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	……被乘数
6	2	8	4	0	6	2	8	4	……本个数

从以上对应关系可以看出，凡是偶数与 6 相乘 (2、4、6、8) 其“本个”数就是其偶数本身，凡是奇数与 6 相乘其“本个”数就是该奇数本身 ± 5，(即奇数够 5 减 5，不够 5 加 5，如奇数 1 不够 5，1 的本个数是 $1 + 5 = 6$ ，

奇数7够5，7的本个数是 $7 - 5 = 2$ 。我们也可以取奇数的偶同数来确定其本个数，如7的偶同数是2，7的本个数也是2；3的偶同数是8，3的本个数也是8，因此，我们把6的个位律概括为：偶自身，奇 ± 5 （或奇取偶同）。

（二）6 倍的进位律

乘数为6的进位律：

超16进1，超3进2；

满5进3，超6进4，

超83进5。

〔例1〕 $479,237 \times 6 = ?$

被乘数： 0 4 7 9 2 3 7

本 个： 4 2 4 2 8 2

后 进： 2 4 5 1 2 4

乘 积： 2 8 7 5 4 2 2

位 序： ①②③④⑤⑥⑦

注：①被乘数首位是4，超3进2，所以积的首位数是2；

②4为偶数，本个是自身4，4的后一位是7，超6进4， $4 + 4 = 8$ ，所以积的第二位数是8；

③7为奇数，奇 ± 5 ，7大于5，本个是 $7 - 5 = 2$ ，7的后一位是9，超83进5， $2 + 5 = 7$ ，所以积的第三位数是7；

④9为奇数，奇 ± 5 ，9大于5，本个是 $9 - 5 = 4$ ，9的后一位是2，超16进1， $4 + 1 = 5$ ，所以积的第四位数是5；

⑤2为偶数，本个是自身2，2的后两位是37，超3进2， $2 + 2 = 4$ ，所以积的第五位数是4；

⑥3为奇数，奇 ± 5 ，3小于5，本个是 $3 + 5 = 8$ ，3的后一位是7，超6进4， $8 + 4 = 12$ 舍10取个2，所以积的第六位数是2；

⑦被乘数的最后一位7为奇数，奇 ± 5 ，7大于5， $7 - 5 = 2$ ，所以积的末位数是2。

运算结果： $479,237 \times 6 = 2,875,422$

〔例二〕 $332,668 \times 6 = ?$

被乘数: 0 3 3 2 6 6 8

本个: 8 8 2 6 6 8

后进: 1 1 1 4 4 4

乘积: 1 9 9 6 0 0 8

四、乘数为 8

(一)、8 倍的个位律 (自补倍)

用 8 分别去乘 1、2、3、4、5、6、7、8、9 时，被乘数与其本个数的对应关系如下：

1	2	3	4	5	6	7	8	9		被乘数
8	6	4	2	0	8	6	4	2		本个数

从以上可以看出，乘数为 8 的本个数就是被乘数本身补数的自倍的个位数 (如： $6 \times 8 = 48$ ，6 的补数是 4，4 的自倍是 8； $7 \times 8 = 56$ ，7 的补数是 3，3 的自倍是 6)，所以把乘数为 8 的本个规律概括为“自补倍”。

也可以按 8 自倍取补来确定个位数 (如 $2 \times 8 = 16$ ，2 的自倍是 4，4 的补数是 6，所以 2 的本个是 6)，可以分为小数 (1、2、3、4) 和大数 (6、7、8、9)，小数先倍后补 (如 2 自倍是 4，4 的补数是 6)，大数先补后倍 (如 9 的补数是 1，自倍是 2)。

也可以根据偶同数的规律来确定其本个数，只要我们记住 1、2、3、4 的本个数分别是 8、6、4、2，就可记住 6、7、8、9 的本个数也分别是 8、6、4、2 (因为 1 和 6 的本个数都是 8，2 和 7 的本个数都是 6，余同)。8 的个位律与 2 的本个律顺序正好相反。

(二) 8 倍的进位律

乘数为 8 的进位规律是：

满 125 进 1

满 25 进 2

满 375 进 3

满 5 进 4

满 625 进 5

满 75 进 6

满 875 进 7

乘数为 8 的进位律口诀虽然较多，但是只要抓住进位界限及进位数之间的内在联系，就不难记了。从中可以发现，这些进位律口诀中，进位界限首位数字小于 5 时，其进位数就是进位界限首位本身（如：满 375 进 3，375 的首位数为 3 就进 3）；进位界限首位数字等于或大于 5 时，其进位数就是进位界限首位减 1（如：满 75 进 6，75 的首位是 7 就进 6）。同时，我们还发现，只要乘数为偶数，进位界限有对称性，如进位界限：

125

25

375

|
625

|
75

|
875

从以上可以看出，有 125 一定存在 625，有 25 一定存在 75，有 375 一定存在 875，这样我们只要记清 3 句进位界限，另 3 句进位界限自然就可推出，以上这些规律都是帮助我们记忆进位规律的。

〔例 1〕 $462,347 \times 8 = ?$

被乘数： 0 4 6 2 3 4 7

本 个： 2 8 6 4 2 6

后 进： 3 4 1 2 3 5

乘 积： 3 6 9 8 7 7 6

位 序： ①②③④⑤⑥⑦

注：①被乘数首位4满375进3，所以积的首位数是3；

②4的本个是2，4的后三位623满5进4（不满625）， $2 + 4 = 6$ ，所以积的第二位数是6；

③6的本个是8，6的后两位23满125进1（不满25）， $8 + 1 = 9$ ，所以积的第三位数是9；

④2的本个是6，2的后两位数34，满25进2， $6 + 2 = 8$ ，所以积的第四位数是8；

⑤3的本个是4，3的后一位是4，满375进3， $4 + 3 = 7$ ，所以积的第五位数是7；

(二)、5 倍的进位律

乘数为5的进位律：满2进1，满4进2，满6进3，满8进4。0和1分别与5相乘不进位，2和3分别与5相乘都进位1，（ $2 \div 2 = 1$ ， $3 \div 2 = 1.5$ ，即2和3一半的整数部分都是1）；4和5分别与5相乘进位2，（ $4 \div 2 = 2$ ， $5 \div 2 = 2.5$ ，即4和5一半的整数部分都是2）；6和7分别与5相乘都进位3，（ $6 \div 2 = 3$ ， $7 \div 2 = 3.5$ 即6和7一半的整数部分都是3）；8和9分别与5相乘，都进位4，（ $8 \div 2 = 4$ ， $9 \div 2 = 4.5$ ，即8和9一半的整数部分都是4）；根据这一规律，把5的进位律概括为“折半取整”。

〔例1〕 $673,284 \times 5 = ?$

被乘数：	0 6 7 3 2 8 4
本 个：	0 5 5 0 0 0
后 进：	3 3 1 1 4 2
乘 积：	3 3 6 6 4 2 0
位 序：	①②③④⑤⑥⑦

注：①被乘数首位是6，折半取整是3，进位3，所以积的首位数是3；

②6为偶数，本个是0，6的后一位7折半取整是3，进位3； $0 + 3 = 3$ ，所以积的第二位数是3；

③7为奇数，本个是5，7的后一位3折半取整是1，进位1， $5 + 1 = 6$ ，所以积的第三位数是6；

④3为奇数，本个是5，3的后一位2折半取整是1，进位1， $5 + 1 = 6$ ，所以积的第四位数是6；

⑤2为偶数，本个是0，2的后一位是8，折半取整是4，进位4， $0 + 4 = 4$ ，所以积的第五位数是4；

⑥8为偶数，本个是0，8的后一位4折半取整是2，进位2， $0 + 2 = 2$ ，所以积的第六位数是2；

⑦被乘数最末一位4为偶数，本个是0，所以积的最末一位数是0。

运算结果： $673,284 \times 5 = 3,366,420$

〔例2〕 $10,347 \times 5 = ?$

被乘数:	0 1 0 3 4 7
本 个:	5 0 5 0 5
后 进:	0 0 1 2 3
乘 积:	0 5 1 7 3 5

六、乘数为9

(一)、9 倍的个位律 (本补)

用9分别去乘1、2、3、4、5、6、7、8、9时被乘数与它的“本个”数对应关系如下:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	……被乘数
9	8	7	6	5	4	3	2	1	……本个数

从以上对应关系,很明显地看出,每个数与9相乘,其“本个”数正好是其本身的补数,所以把9的个位律概括为“9本补”。

(二)、9 倍的进位律

乘数为9的进位律是:

超1进1, 超2进2,
超3进3, 超4进4,
超5进5, 超6进6,
超7进7, 超8进8。

也就是说,乘数为9的进位规律是超循环几进几,在实际计算时,又可以用比较被乘数后位相邻两数的大小来确定进几(如果后两位相同,还要继续往后看,直到出现异数为止)。如果后位相邻两数的前位小于后位,那么前位是几就

进几，如：449乘9进4，6,668乘9进6；如果前位等于或大于后位，则进位数是前位减1，如：555×9进4，7,773×9进6。由于在乘数为9中：“本个”=“本补”，所以在乘数为9中，把“本个”+“后进”的计算方法，利用等量代换，可变为“本补”+“后进”来进行计算。

〔例1〕 $874,632 \times 9 = ?$

被乘数:	0 8 7 4 6 3 2
本 个:	2 3 6 4 7 8
后 进:	7 6 4 5 2 1

乘 数:	7 8 7 1 6 8 8
位 序:	①②③④⑤⑥⑦

- 注：①被乘数前两位87，不超8，超7进7，所以积的首位数是7；
 ②8的本个是2（8的补数是2），8的后两位74，不超7，超6进6。
 $2 + 6 = 8$ ，所以积的第二位数是8；
 ③7的本个是3，（7的补数是3）7的后两位46，超4进4， $3 + 4 = 7$ ，所以积的第三位数是7；
 ④4的本个是6（4的补数是6），4的后两位63，不超6，超5进5。
 $6 + 5 = 11$ ，舍10取个，所以积的第四位数是1；
 ⑤6的本个是4（6的补数是4）6的后两位32，不超3，超2进2， $4 + 2 = 6$ ，所以积的第五位数是6；
 ⑥3的本个是7（3的补数是7），3的后两位2，不超2，超1进1， $7 + 1 = 8$ ，所以积的第六位数是8；
 ⑦被乘数末位2的本个是8（2的补数是8），所以积的末位数是8。

运算结果： $874,632 \times 9 = 7,871,988$

〔例二〕 $444,729 \times 9 = ?$

被乘数:	0 4 4 4 7 2 6
本 个:	6 6 6 3 8 4
后 进:	4 4 4 6 2 5

乘 积:	4 0 0 2 5 3 4
------	---------------