



“十二五”高等教育实验实践教学系列规划教材

DAXUE
WULI SHIYAN

大学 物理实验

邱菊崔丽彬
孔炎王丽香 编著

北京工业大学出版社

“十二五”高等教育实验实践教学系列规划教材

大学物理实验

邱 菊 崔丽彬
孔 炎 王丽香 编著

北京工业大学出版社

内 容 简 介

本书是根据《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求》，并结合作者多年的大学物理实验教学经验及当前物理实验教学改革成果编写的教材。全书共6章：第1章绪论着重介绍物理实验课的目的、任务、环节和要求；第2章是测量误差和数据处理；第3章是实验基本知识；第4章是基础性实验；第5章是综合性实验与近代物理实验；第6章是设计性实验。

本书可作为理工科大学非物理类各专业的大学物理实验课教材，也可供高职学校选用。

图书在版编目 (CIP) 数据

大学物理实验/邱菊等编著. —北京：北京工业大学出版社，2010.3

（“十二五”高等教育实验实践教学系列规划教材）

ISBN 978 - 7 - 5639 - 2252 - 9

I. ①大… II. ①邱… III. ①物理学-实验-高等学校-教材 IV. ①04 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 026942 号

“十二五”高等教育实验实践教学系列规划教材 大学物理实验

编 著：邱 菊 崔丽彬 孔 炎 王丽香

出版发行：北京工业大学出版社

邮政编码：100124

电子信箱：bgdcbsfxb@163.net

经销单位：全国各地新华书店

印 张：9.75

版 次：2010年3月第1版

标准书号：ISBN 978 - 7 - 5639 - 2252 - 9

责任编辑：刘鹏飞

地 址：北京市朝阳区平乐园100号

电 话：010 - 67391106 010 - 67392308（传真）

承印单位：徐水宏远印刷有限公司

开 本：787 mm×1 092 mm 1/16

字 数：243千字

印 次：2010年3月第1次印刷

定 价：16.00元

版权所有 翻印必究

图书如有印装错误，请寄回本社调换

前 言

本书是根据《非物理类理工学科大学物理实验课程教学基本要求》，并结合当前物理实验教学改革成果及我们多年的大学物理实验教学经验编写的。

全书共分成6章。第1章绪论，着重介绍物理实验课的目的、任务、环节和要求；第2章测量误差和数据处理，主要阐述测量与误差的概念、误差的分类及处理方法、测量结果的表示及不确定度、实验数据的有效数字位数及其运算法则、物理实验数据处理方法；第3章实验基本知识，主要介绍物理实验的基本测量方法、力学实验基本知识、电磁学实验基本知识、光学实验基本知识；第4章基础性实验，共含15个实验，侧重于让学生掌握实验的基本知识和技能；第5章综合性实验与近代物理实验，共含12个实验，注重学生的综合实践能力的培养；第6章设计性实验，共含9个实验，着力培养学生的自主创新能力。

本书的编写过程中，参考了兄弟院校的有关教材以及教学仪器生产厂家提供的相关资料，在此一并表示感谢。

本书的编写分工如下：邱菊编写了第1~3章，及实验4.2~4.4、4.7、4.8、4.11、4.12、4.14、5.2、5.4~5.6、5.8~5.12、6.1~6.6、6.8；崔丽彬编写了实验4.10、5.1、5.3、5.7、6.7、6.9；孔炎编写了实验4.1、4.5、4.6、4.9、4.15；王丽香老师编写了实验4.13。

本书编写过程中，得到邓金祥老师的大力帮助，在此表示感谢！

由于编者水平有限，不当之处在所难免，恳请读者批评指正。

目 录

前言	I	半径	70
第1章 绪论	1	实验 4.14 分光计的调节与使用	73
1.1 物理实验课的目的和任务	1	实验 4.15 光栅衍射	79
1.2 物理实验课的主要环节	2	第5章 综合性实验与近代物理实验	84
1.3 物理实验规定	2	实验 5.1 声速的测定	84
1.4 物理实验报告要求	3	实验 5.2 超声光栅实验	90
第2章 测量误差和数据处理	4	实验 5.3 动力学法测量弹性模量	95
2.1 测量与误差的概念	4	实验 5.4 铁磁材料动态磁滞回线的 测量	101
2.2 误差的分类及处理方法	4	实验 5.5 迈克耳逊干涉	107
2.3 不确定度及测量结果的表示	5	实验 5.6 用迈克耳逊干涉仪测量空气折 射率	111
2.4 实验数据的有效位数及其 运算法则	7	实验 5.7 光栅光谱仪的应用	113
2.5 物理实验数据处理方法	9	实验 5.8 全息照相实验	116
第3章 实验基本知识	13	实验 5.9 光电效应实验	121
3.1 物理实验的基本测量方法	13	实验 5.10 夫兰克-赫兹实验	127
3.2 力学实验基本知识	14	实验 5.11 密立根油滴实验	131
3.3 电磁学实验基本知识	18	实验 5.12 非线性电路中的混沌现象	135
3.4 光学实验基本知识	20	第6章 设计性实验	140
第4章 基础性实验	23	实验 6.1 石蜡密度的测量	140
实验 4.1 用单摆测重力加速度	23	实验 6.2 用扭摆验证平行轴定理的方案 及其对比研究	140
实验 4.2 液体黏滞系数的测量	25	实验 6.3 简谐振动特性研究	141
实验 4.3 拉伸法测量钢丝弹性模量	28	实验 6.4 测量微安表内阻方案的 对比研究	141
实验 4.4 线胀系数的测量	33	实验 6.5 电表的改装	142
实验 4.5 用扭摆测量物体的转动惯量	36	实验 6.6 自组电位差计测电池电动势	143
实验 4.6 空气比热容比的测定	39	实验 6.7 用电位差计校验毫安表	144
实验 4.7 电学元件伏安特性测量	42	实验 6.8 金属丝电阻率的测量	146
实验 4.8 单臂电桥测电阻	45	实验 6.9 全息光栅的制作	146
实验 4.9 霍尔效应	48	参考文献	148
实验 4.10 示波器的原理和使用	51		
实验 4.11 薄透镜焦距的测定	63		
实验 4.12 双棱镜干涉实验	66		
实验 4.13 用牛顿环测量透镜的曲率			

第 1 章 绪 论

物理学是一门实验科学。在物理学的发展过程中,无论是物理现象与物理规律的发现,还是物理理论的验证,都离不开物理实验。物理实验的构思、方法和技术对其他学科的发展也有着非常重要的作用。在现今高新技术领域里取得的众多成果与突破,也都与物理实验密切相关。可以说物理实验是科学实验的基础,也是科学实验的先驱。对于高等学校理工科学生来讲,物理实验课程是他们进行一系列科学实验基本训练的必修基础实验课程,也是学生进入大学后的第一门科学实验课程,是本科生接受系统实验方法和实验技能训练的开端。

1.1 物理实验课的目的和任务

1. 物理实验课的目的

物理实验课的目的是让学生受到严格、系统的实验技能训练,掌握进行科学实验的基本知识、方法和技巧,了解科学实验的主要过程,培养学生初步的实验能力,同时培养学生严谨的科学作风和实事求是的科学态度,提高学生的科学素养。

2. 物理实验课的任务

物理实验课的任务是让学生通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量,学习物理实验知识,加深对物理学原理的理解。

(1) 培养与提高学生的科学实验能力。

①能够通过阅读实验教材或资料,作好实验前的准备。

②在实验过程中学会合理操作和观察,规范记录实验条件、实验仪器、实验数据、实验现象。

③掌握测量误差的分析和不确定度的估算。

④能够正确记录实验数据,掌握列表、绘图和逐差法处理实验数据。

⑤学会撰写实验报告。

(2) 培养学生独立分析问题、解决问题的能力 and 创新意识,以及利用所掌握的实验方法和技术完成简单的设计性实验的能力。

(3) 让学生初步掌握一些近代物理实验方法,了解它们对现代科学技术发展所起的作用和在现代科学技术中的应用。

(4) 培养与提高学生的科学实验素养,要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风、严肃认真的工作态度和爱护公共财产的优良品德,要求学生遵守纪律,团结协作。

1.2 物理实验课的主要环节

1. 实验预习环节

课前要仔细阅读实验教材或有关的资料,比如仪器的说明书、用于演示实验现象及仪器使用的多媒体动画,等等,基本看懂所做实验的原理和方法,学会从中整理出主要实验条件、实验关键及实验注意事项,并根据实验任务画好记录数据的表格。从事设计性实验时,还要在课前自拟实验方案,自己设计线路图或光路图,自拟数据表格等。实验预习充分,就可以在实验过程中有的放矢,实现自己的方案,并能得到充分的锻炼。

2. 实验操作环节

学生进入实验室后应遵守实验室规则,不能盲目野蛮操作。要科学合理地布置仪器,安全操作,注意细心观察实验现象,认真钻研和探索实验中的问题。实验过程中遇到问题时,要冷静地分析和处理,不能急躁,更不能轻言放弃。仪器发生故障时,要在教师指导下学习排除故障的方法,从而使自己得到充分的锻炼和提高。

实验过程中要实事求是,不能编造实验数据。要用钢笔和圆珠笔记录原始数据,要保持实验数据的现场性和原始性。如确实记错,也不要涂改,应轻轻划上一道,在旁边写上正确值,使正误数据都能清晰可辨,以供在分析测量结果和误差时参考。不要用铅笔记录原始数据,也不要先记在另外的纸上或书上再誊写在数据表格里。要注意纠正自己的不良习惯,从一开始就不断培养良好的科学作风。

实验结束时,不要急于拆解电路或者改变光路,要在教师审阅数据合格之后再整理还原仪器、桌椅,清点无误后再离开实验室。

3. 撰写实验报告

实验结束后要及时进行实验数据处理和实验结果的分析与总结。数据处理过程包括数据的整理、计算、作图、误差分析等。计算要有计算式(或计算举例),代入的数据都要有根据,便于别人看懂,也便于自己检查。作图要按作图规则,图线要规矩、美观。数据处理后应给出实验结果。最后要求撰写出一份简洁、明了、工整、有见解的实验报告。

1.3 物理实验规定

(1) 严禁携带食品及与实验无关的物品进入实验室,禁止在实验室乱扔杂物。实验结束后,由课代表安排,整理、清洁实验室。

(2) 做实验时按学号次序就座。

(3) 学生每次实验前后要对实验仪器使用情况进行登记。

(4) 书写实验报告要用统一的实验报告封面、实验报告纸、数据记录纸,作图用坐标纸。

(5) 原始数据记录必须要有任课教师签字,并附在实验报告最后。

(6) 学生每次上实验课要带笔、尺子、计算器、草稿纸等。

(7) 不得抄袭他人实验数据,不得随意涂改实验数据。

1.4 物理实验报告要求

1. 预习实验报告的内容

预习实验报告的内容包括实验名称、实验目的、实验原理（简要叙述有关物理内容，包括电路图或实验装置示意图，测量依据的主要公式，式中各量的物理意义和单位，公式成立所需的实验条件等）、实验仪器、实验任务、实验步骤（写明关键步骤）、注意事项、实验表格。

2. 实验报告的内容

(1) 预习报告的全部内容。

(2) 实验报告和数据处理。根据实验要求完成公式推导、数据、误差计算及曲线图，写明实验结果，公式计算要求先代入数据再计算结果。

(3) 总结讨论（含误差分析、思考题解答）。讨论可以是实验中的现象分析，也可以是对实验关键问题的研究体会以及实验的收获或建议。

3. 收、发实验报告

做完实验的下一周由课代表收齐实验报告，交任课教师。一周后由课代表取回实验报告发学生。

第 2 章 测量误差和数据处理

2.1 测量与误差的概念

2.1.1 测量的概念及分类

1. 测量

观察者使用一定的仪器，在一定的环境下，依据一定的原理，找出物理量的量值的过程，即为测量。

2. 测量的分类

(1) 直接测量。用计量仪器直接获得测量结果的过程叫直接测量。比如，用秒表测时间，用米尺测量长度，用电压表测量电压等都是直接测量。

(2) 间接测量。由于受到条件的限制，一些物理量不能直接测量，这时就需要依据待测量与某几个直接测量值的函数关系，求出待测量值，该过程叫间接测量。比如，测量圆柱体的体积，需要直接测量圆柱体的直径 d 和高度 h ，之后根据函数关系 $V = \frac{1}{4}\pi d^2 h$ ，计算出体积 V ，该体积的测量即为间接测量。

2.1.2 误差的概念

1. 真值

被测量的客观存在的真实数值叫真值。真值是一个理想概念，一般不可知。由于测量方法、测量仪器、测量环境、测量者等诸多因素的影响，测量值往往偏离真值，即存在测量误差。

2. 测量误差

测量结果和被测量真值之差称为误差。

误差的表示可以用绝对误差，也可以用相对误差，具体定义如下

$$\text{绝对误差} = \text{测量结果} - \text{被测量的真值} \quad (2-1)$$

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{被测量的真值}} \times 100\% \quad (2-2)$$

由于真值一般不可知，所以误差一般不能计算，只有少数情况下用准确度高的实际值作为约定真值时，才能计算误差。

2.2 误差的分类及处理方法

误差主要分成系统误差和随机误差，二者性质不同，因此处理方法也不同。

1. 系统误差

在对同一被测量进行重复测量时,保持恒定或以可以预知的方式变化的测量误差分量称为系统误差。

系统误差来源包括仪器的不完善或仪器使用不当,比如,螺旋测微计零点不准、天平不等臂;测量方法或理论不完善,比如,伏安法测电阻时未考虑电表内阻的影响;环境条件的改变,比如,温度、湿度、压强、光强与仪器的工作条件不一致;测量者个人的固有习惯,比如,按秒表时习惯超前或滞后,等等。

对于可定系统误差,可以针对误差产生的原因加以修正;而对于未定系统误差,一般难以作出修正,只能估计其限值或分布特征。

在物理实验中,要重视对系统误差的分析,尽量减小它对测量结果的影响。对已定系统误差要进行修正,对未定系统误差可以通过方案选择、参数设计、计量器具的校准、环境条件控制、计算方法改进等环节来减小未定系统误差的限值。

2. 随机误差

在相同测量条件下,对同一被测量进行重复测量时,以不可预知的方式变化的误差分量称为随机误差。比如,螺旋测微计测头的压紧力在一定范围内的变化,读数时在一定范围内随机变动的视差影响等都属于随机误差。

对于每一次测量来讲,随机误差的绝对值和符号都是不确定的。但是当测量次数足够多时,随机误差的分布满足一定的统计规律,呈现有界性、抵偿性、单峰性的特点,即绝对值大的误差出现的概率小,绝对值小的误差出现的概率大,正误差绝对值之和与负误差绝对值之和接近相等。对于随机误差,可以采用多次测量取算术平均值的方法来减小影响,将该平均值作为被测量的估值。

对某物理量进行 n 次测量,测量值分别为 $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, 它们的算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2-3)$$

随机误差的分布可以通过标准偏差 s 表征, s 可由贝塞尔公式算出

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2-4)$$

s 值大表示测量值分散,随机误差分布范围宽,测量精密度低; s 值小表示测量值集中,随机误差分布范围窄,测量精密度高。

2.3 不确定度及测量结果的表示

2.3.1 不确定度的概念及分类

1. 不确定度

不确定度是表征被测量的真值所处的量值分布范围的评定。它表示由于测量误差的存在

而对被测量值不能确定的程度。不确定度反映了可能存在的误差分布范围，即随机误差分量和未定系统误差分量的联合分布范围。

误差可正可负，而不确定度总是正的。

2. 不确定度的分类

(1) A类不确定度分量 Δ_A 是多次重复测量时用统计方法计算的分量。当以平均值作为测量结果时， Δ_A 和标准偏差的关系为

$$\Delta_A = \frac{t}{\sqrt{n}} s \quad (2-5)$$

式中， $\frac{t}{\sqrt{n}}$ 为分布因子。

当测量次数 $n \geq 3$ ，置信概率为 95% 时，分布因子可表示为

$$\frac{t}{\sqrt{n}} \approx \frac{1}{\sqrt{n}} \left(1.959 + \frac{2.406}{n - 1.064} \right) \quad (2-6)$$

分布因子的数值可以从表 2-1 查得。

表 2-1 置信概率为 95% 时分布因子数值表

测量次数 n	3	4	5	6	7	8	9	10
分布因子 $\frac{t}{\sqrt{n}}$	1.849	1.389	1.149	0.999	0.894	0.815	0.754	0.705

大学物理实验中，若测量次数 n 满足 $5 < n \leq 10$ 时，则该因子可近似为 1，所以有

$$\Delta_A \approx s \quad (2-7)$$

(2) B类不确定度分量 Δ_B 是用非统计方法评定的分量。在直接测量中，可认为该分量主要由仪器的误差特性决定，近似取仪器的误差限，即

$$\Delta_B \approx \Delta_{\text{INS}} \quad (2-8)$$

实验室常用测量仪器误差限如下所示：

米尺（最小分度值为 1 mm）	$\pm 0.2 \text{ mm}$;
游标卡尺（最小分度值为 0.02 mm）	$\pm 0.02 \text{ mm}$;
螺旋测微仪（最小分度值为 0.01 mm）	$\pm 0.004 \text{ mm}$;
水银玻璃温度计	$\pm 0.5 \text{ }^\circ\text{C}$;
磁电式电压表、电流表	$\Delta_Y = Y_m \cdot a\%$, Y_m 为所用的量程, a 为电表的准确度等级。

(3) 扩展不确定度，简称为不确定度，记作 Δ 。扩展不确定度可以由 A 类和 B 类不确定度分量合成得到，即

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \quad (2-9)$$

大学物理实验中可以简化为

$$\Delta = \sqrt{s^2 + \Delta_{\text{INS}}^2} \quad (2-10)$$

(4) 相对不确定度 Δ_r 为不确定度与测量值的比，即

$$\Delta_r = \frac{\Delta}{\text{测量值}} \quad (2-11)$$

2.3.2 测量结果的表示

对物理量 X 进行测量, 测量结果中除给出已修正了可定系统误差的测量值 x 外, 还要给出测量结果的不确定度 Δ , 表示成

$$X = x \pm \Delta \quad (2-12)$$

它表示被测量的真值在 $(x-\Delta, x+\Delta)$ 范围内的置信概率大于等于 95% (按本书约定的不确定度估算方法, 置信概率应大于等于 95%)。

如果是多次测量, $x = \bar{x} - x_0$, x_0 为可定系统误差。

2.3.3 不确定度的估算

1. 直接测量量的不确定度估算

(1) 单次测量时不确定度的估算。单次测量时 A 类不确定度不能用式 (2-7) 进行估算 (这并不意味着 Δ_A 不存在), 所以有

$$\Delta \approx \Delta_{\text{INS}} \quad (2-13)$$

(2) 多次测量时不确定度可采用式 (2-10) 进行估算。

2. 间接测量量的不确定度估算

设间接测量量 y 与直接测量量 x_i 的函数关系为

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \quad (2-14)$$

则 y 的不确定度的传递公式为

$$\Delta_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 (\Delta_{x_i})^2} \quad (2-15)$$

若式 (2-14) 中的函数关系是由各个直接测量量的乘除关系构成, 可得到 y 的相对不确定度传递公式为

$$\frac{\Delta_y}{y} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial (\ln f)}{\partial x_i} \Delta x_i \right]^2} \quad (2-16)$$

式中, Δ_{x_i} 为直接测量量 x_i 的不确定度。

2.4 实验数据的有效位数及其运算法则

2.4.1 有效位数的概念

国家标准 GB 8170—1987 中对有效位数的定义是: 对没有小数位且以若干个零结尾的数值, 从非零数字最左一位向右数得到的位数减去无效零 (即仅为定位用的零) 的个数, 就是有效位数; 对其他十进位数, 从非零数字最左一位向右数而得到的位数, 就是有效位数。

2.4.2 有效位数的确定规则

单位换算不改变数值的有效位数, 因此数值的表示可采用科学记数法, 如 $23\text{ cm} = 2.3 \times 10^2\text{ mm}$ 。对于数量级较小或较大的数值, 也可以采用科学记数法, 如 0.0037 可表示为 3.7×10^{-3} 。

1. 直接测量量的有效位数

直接测量量的有效位数要能够反映计量器具的准确度, 要把计量器具能读出或估读的位数全部读出来。比如, 游标类测量器具, 应读到游标分度值的整数倍; 数显仪表、十进式及步进式标度盘的仪表, 应直接读取仪表的示值; 对于指针式仪表, 一般估读到最小分度值的 $1/10 \sim 1/4$, 或估读到仪器基本误差限的 $1/5 \sim 1/3$ 。

2. 间接测量量的有效位数

(1) 如果使用计数器或计算机进行数据处理, 对于参与运算的数和中间运算结果都不修约, 即对其有效位数不做限定, 最后结果的有效位数由不确定度来决定。这样一方面能提高实验效率, 另一方面也避免了中间运算过程的修约产生的误差。

(2) 如果采用手工运算, 或是没有不确定度计算要求时, 有效位数按如下规则确定。

① 加减法运算时, 以参与加、减运算的各量中的有效位数的末位数量级最高的为准, 并把结果的末位与之取齐。

② 乘除法的运算时, 以参加运算各量中有效位数最少的为准, 原则上结果的有效位数应与有效位数最少的相同。

③ 手工运算的中间结果, 可以按上述原则再多取 1 位。

例 2-1 计算 $X = 10.231 + 1.12$

【解】

$$\begin{array}{r} 10.231 \\ + 1.12 \\ \hline 11.351 \end{array}$$

所以 $X = 11.35$ 。

例 2-2 计算 $X = 1.111 \times 1.1$

【解】

$$\begin{array}{r} 1.111 \\ \times 1.1 \\ \hline 1.111 \\ 11.11 \\ \hline 1.2221 \end{array}$$

所以 $X = 1.2$ 。

3. 测量结果表示的有效位数规定

不确定度的有效数字位数取 1~2 位, 当首位非零数小于或等于 3 时取两位有效数字, 其余情况取一位有效数字, 修约原则是“只入不舍, 隔零不入”。相对不确定度的有效数字位数取 2 位。

测量结果表示成式 (2-12) 所示的形式时, 要求 x 的末位要和不确定度 Δ 的末位对齐。

对测量结果中多余的数字进行修约时,遵循“4舍6入5凑偶”的原则。具体例子如表2-2所示。

表2-2 测量结果与不确定度修约示例表

修约前		修约后
$x=8.315$	$\Delta_x=0.043$	$X=8.32\pm0.05$
$x=8.325$	$\Delta_x=0.043$	$X=8.32\pm0.05$
$x=8.314$	$\Delta_x=0.046$	$X=8.31\pm0.05$
$x=8.316$	$\Delta_x=0.046$	$X=8.32\pm0.05$
$x=8.3152$	$\Delta_x=0.0156$	$X=8.315\pm0.016$

例2-3 测量某圆柱体的体积 V , 其高度 $h=(2.06\pm0.02)$ mm, 直径 d 的测量结果如下: 4.113 mm, 4.198 mm, 4.152 mm, 4.147 mm, 4.166 mm, 4.155 mm, 测量仪器的仪器误差为: $\Delta_{\text{INS}}=0.004$ mm。求 V 的最后结果。

【解】
$$\bar{d} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 d_i = 4.1552 \text{ mm}$$

$$V = \frac{1}{4} \pi d^2 h = \left(\frac{1}{4} \times 3.1416 \times 4.1552^2 \times 2.06 \right) \text{ mm}^3 = 27.934 \text{ mm}^3$$

$$\Delta_{d_A} = s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1}} = 0.0276 \text{ mm}$$

$$\Delta_{d_B} = \Delta_{\text{INS}} = 0.004 \text{ mm}$$

$$\Delta_d = \sqrt{\Delta_{d_B}^2 + \Delta_{d_A}^2} = \sqrt{0.0276^2 + 0.004^2} \text{ mm} = 0.0279 \text{ mm}$$

$$\frac{\Delta_V}{V} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln V}{\partial d} \right)^2 \Delta_d^2 + \left(\frac{\partial \ln V}{\partial h} \right)^2 \Delta_h^2} = \sqrt{\left(2 \frac{\Delta_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{\Delta_h}{h} \right)^2} = 0.017$$

$$\Delta_V = V \frac{\Delta_V}{V} = (27.934 \times 0.017) \text{ mm}^3 = 0.48 \text{ mm}^3$$

$$V = (28.0 \pm 0.5) \text{ mm}^3$$

2.5 物理实验数据处理方法

1. 图示法

通过图示法,可以直观表示实验数据,显示物理量之间的关系,易于发现、判断粗大误差的存在。

两变量关系图的作图步骤及要求如下。

(1) 用坐标纸作图,一般取自变量为横轴,因变量为纵轴,画出坐标轴,在轴上标明物理量的名称及单位(与数据表格中的符号相同)。

(2) 确定坐标轴的分度值,使之能反映物理量的有效数字。原则上,数据中的可靠数字在图中也是可靠的,数据中有误差的一位,即不确定度所在位,在图中应是估计的,即坐标中的最小格对应测量值可靠数字的最后一位。

(3) 根据实验点的分布范围确定坐标纸的大小, 坐标原点不一定在 $(0, 0)$ 处。

(4) 用“×”、“+”等较细的标记画实验点, 不宜用大实心圆表示实验点。

(5) 根据实验点的分布画平滑曲线, 曲线不必经过所有实验点。画直线时, 应使实验点大致均匀分布于直线两侧 (有些点可以落在直线上), 使直线两侧的点与直线距离之和接近最小。

(6) 标明图名。

2. 逐差法

由误差理论可知, 算术平均值是若干重复测量的物理量的近似值。为了减少随机误差, 在实验中一般都采用多次测量。但是在等间隔线性变化测量中, 若仍采用一般的求算术平均值的方法, 则只有第一次测量值和最后一次测量值起作用, 所有中间测量值全部抵消。因此这种方法无法反映多次测量的特点。

以测量弹簧倔强系数为例, 如有一个长为 x_0 的弹簧, 逐次在其下端加挂质量为 m 的砝码, 共加 7 次, 测出其对应长度分别为 $x_1, x_2, \dots, x_7$, 从这组数据中求出每加一个砝码时弹簧的伸长量 Δx 。

若用通常的求平均值的方法, 则有

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{7} [(x_1 - x_0) + (x_2 - x_1) + \dots + (x_7 - x_6)] = \frac{1}{7} (x_7 - x_0)$$

这种数据处理仅用了首尾两个数据, 中间值全部抵消, 因而损失很多信息。

若将以上数据按顺序分为 x_0, x_1, x_2, x_3 和 x_4, x_5, x_6, x_7 两组, 并使其对应项相减, 就有

$$\begin{aligned} \overline{\Delta x} &= \frac{1}{4} \left[\frac{(x_4 - x_0)}{4} + \frac{(x_5 - x_1)}{4} + \frac{(x_6 - x_2)}{4} + \frac{(x_7 - x_3)}{4} \right] \\ &= \frac{1}{16} [(x_4 + x_5 + x_6 + x_7) - (x_0 + x_1 + x_2 + x_3)] \end{aligned}$$

这样就使用了全部的数据信息, 更能反映多次测量对减少误差的作用。

逐差法选用测量数据的原则是: 所有数据都用上, 但每个数据不能重复使用。一般情况下, 用逐差法处理数据要具备两个条件。

(1) 函数具有线性关系 $y = a_0 + a_1 x$ (用一次逐差法), 或是 x 的多项式 $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ (用二次逐差法)。

(2) 自变量是等间距变化的, 测量数据必须为偶数个。

3. 最小二乘法

当已知两个物理量 X 和 Y 满足线性关系 $Y = B_0 + B_1 X$ 时, 可以通过一组等精度的测量数据 (x_i, y_i) , 由作图法求出直线的斜率、截距等参数的最佳估值 b_0, b_1 , 但其准确程度低。为了克服这一缺点, 常采用最小二乘法进行实验数据的处理。

通常把误差相对较小的物理量作为自变量 x 。设直线的函数形式是 $y = b_0 + b_1 x$, 实验测得的数据是: $x_1, x_2, \dots, x_n; y_1, y_2, \dots, y_n$ 。直线的最小二乘法拟合的判据是使 y_i 的残差平方和最小, 即 $RSS = \sum_{i=1}^n [y_i - (b_0 + b_1 x_i)]^2$ 最小, 也就是说各测量点到直线的距离的平方和最小。由 $\frac{\partial RSS}{\partial b_0} = 0$ 和 $\frac{\partial RSS}{\partial b_1} = 0$ 可导出截距和斜率的表达式为

$$b_0 = \frac{\sum x_i y_i \sum x_i - \sum y_i \sum x_i^2}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2} \quad (2-17)$$

$$b_1 = \frac{\sum x_i \sum y_i - n \sum x_i y_i}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2} \quad (2-18)$$

相关系数 r 能反映 y_i 和 x_i 间线性关系的优劣程度, 其表达式为

$$\begin{aligned} r &= \frac{\sum (x_i - \frac{1}{n} \sum x_i)(y_i - \frac{1}{n} \sum y_i)}{\sqrt{\sum (x_i - \frac{1}{n} \sum x_i)^2 \sum (y_i - \frac{1}{n} \sum y_i)^2}} \\ &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} \end{aligned} \quad (2-19)$$

式中, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i$ 。 r 取值在 $0 \sim 1$ 之间; r 越接近 1, 表明 y_i 和 x_i 越接近线性关系; 当 $r \approx 0$ 时, 表明 y_i 和 x_i 相互独立, 无相关性。

相应的标准差为

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - (b_0 + b_1 x_i))^2}{n - 2}} \quad (2-20)$$

$$s_{b_1} = \frac{s_y}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \quad (2-21)$$

$$s_{b_0} = s_y \sqrt{\frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} + \frac{1}{n}} \quad (2-22)$$

其中, 拟合质量可以由 s_y 来反映。式(2-17)~式(2-22)的结果均可由 Excel 中的相关函数计算, 如表 2-3 所示。

表 2-3 Excel 中最小二乘法的相关函数

参 量	Excel 函数
斜率 b_1	SLOPE ($y_1: y_n, x_1: x_n$)
截距 b_0	INTERCEPT ($y_1: y_n, x_1: x_n$)
相关系数 r	CORREL ($y_1: y_n, x_1: x_n$)
应变量的标准差 s_y	INDEX (LINEST ($y_1: y_n, x_1: x_n, 1, 1$), 3, 2)
斜率标准差 s_{b_1}	INDEX (LINEST ($y_1: y_n, x_1: x_n, 1, 1$), 2, 1)
截距标准差 s_{b_0}	INDEX (LINEST ($y_1: y_n, x_1: x_n, 1, 1$), 2, 2)
残差平方和 RSS	INDEX (LINEST ($y_1: y_n, x_1: x_n, 1, 1$), 5, 2)

练 习 题

1. 按照有效数字运算规则及不确定度有效数字的有关规定改正错误。

(1) $2\,230\text{ mm} = 223\text{ cm}$

(2) $l = (128.00 \pm 0.408)\text{ cm}$

(3) $(6.45 \pm 0.4) \text{ g}$

(4) $1.2 \times 0.51 = 0.612$

(5) $\frac{200 \times 1\,500}{12.0 - 11} = 300\,000$

(6) $l = (0.351\,6 \pm 0.01) \text{ mm}$

(7) $112.3 + 1.28 = 113.58$

(8) $l = (20.0 \pm 0.51) \text{ cm}$

2. 指出下列各量是几位有效数字。

(1) $R = 60.00 \, \Omega$

(2) $m = 3.01 \text{ kg}$

(3) $V = 2.050 \times 10^4 \text{ m}^3$

(4) $\lambda = 0.002\,830 \text{ mm}$

3. 根据 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 测量单摆重力加速度, 测量长度为 $l = (5.200 \pm 0.005) \times 10^2 \text{ mm}$, 单摆周期测量结果如下表所示 ($\Delta_{\text{INS}} = 0.02 \text{ s}$)。写出重力加速度测量结果表达式: $g = \bar{g} \pm \Delta_g$ (要推导过程)。

测量次数	1	2	3	4	5	6
T/s	1.44	1.46	1.42	1.40	1.48	1.44