国外信息技术优秀图书选译

近似算法

Approximation Algorithms

Vijay V. Vazirani 著

郭效江 方奇志 农庆琴 译

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

本书系统总结了到本世纪初为止近似算法领域的成果，重点关注近似算法的设计与分析，介绍了这个领域中最重要的问题以及所使用的基本方法和思想。全书分为三部分：第一部分使用不同的算法设计技巧给出了下述优化问题的组合近似算法：集合覆盖、施泰纳树和旅行商、多向割和 k– 割、k– 中心、反馈顶点集、最短超字符串、背包、装箱问题、最小时间跨度排序、欧几里得旅行商等。第二部分介绍基于线性规划的近似算法。第三部分包括四个主题：在一个格中找一个最短向量、计数问题的可近似性、基于 PCP 定理的近似困难性以及未解决的问题等，这些问题都是近似算法领域中的前沿研究内容。

本书可作为计算机科学、应用数学、运筹学、信息科学与网络工程、物流与交通运输、管理科学与工程、生命科学、电子科学与技术等学科专业的研究生及高年级本科生的教学用书，对相关领域的科学研究人员也具有参考价值。

"本书涵盖了获取难解组合最优化问题和计数问题的近似解的主要理论方法。它包括简洁优雅的组合理论，有用又有趣的算法以及组合问题所固有复杂性的深入结果。讲解清晰透彻，练习选取精当，本书必将被所有数学和算法研究者所接受并喜爱。"

—— 加州大学伯克利分校　Richard Karp

"很高兴推荐 Vijay Vazirani 撰写的这本书，本书关注近似算法这一重要且适时的主题，写作上乘，内容全面。我确信广大读者无论是将其用作近似性的入门教材，还是作为近似算法诸多问题的参考资料，都会发现本书极为有用。"

—— 微软研究院　László Lovász

http://academic.hep.com.cn

ISBN 978-7-04-029863-5

9 787040 298635 >

学科类别：数学、计算机

定价 49.00元

国外信息技术优秀图书选译

Approximation Algorithms

近似算法

Jinsi Suanfa

Vijay V. Vazirani 著

郭效江 方奇志 农庆琴 译

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图字：01－2009－5289 号
Translation from the English language edition:
***Approximation Algorithms* by Vijay V. Vazirani**
Copyright © Springer－Verlag Berlin Heidelberg 2001
Springer is part of Springer Science＋Business Media
All Rights Reserved

图书在版编目（CIP）数据

近似算法/（美）瓦齐拉尼（Vazirani，V. V.）著；郭效江，方奇志，农庆琴译.—北京：高等教育出版社，2010.9
书名原文：Approximation Algorithms
ISBN 978－7－04－029863－5

Ⅰ.①近… Ⅱ.①瓦… ②郭… ③方… ④农… Ⅲ.①近似计算－高等学校－教材 Ⅳ.①O242.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 144679 号

策划编辑	刘　英	**责任编辑**	廖掌源	**封面设计**	刘晓翔
责任绘图	尹　莉	**版式设计**	余　杨	**责任校对**	俞声佳
责任印制	陈伟光				

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	**咨询电话**	400-810-0598
邮政编码	100120	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
			http://www.hep.com.cn
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司	**网上订购**	http://www.landraco.com
印　　刷	涿州市星河印刷有限公司		http://www.landraco.com.cn
		畅想教育	http://www.widedu.com

开　　本	787×1092　1/16	**版　　次**	2010 年 9 月第 1 版
印　　张	23.75	**印　　次**	2010 年 9 月第 1 次印刷
字　　数	500 000	**定　　价**	49.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有　侵权必究

物料号　29863-00

序　　言

虽然这看似矛盾，但近似的想法主宰着所有精确科学。

伯特兰·罗素 (1872—1970)

大部分自然的最优化问题 (包括那些在重要应用领域中产生的最优化问题) 是 **NP**-难解的。因此，在普遍相信的 $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$ 猜想下，获取它们的精确解所耗费的时间是令人望而却步的。通过多项式时间算法，弄清楚这些问题的可近似性因此成为计算机科学和数学中一个引人注目的科学探究主题。本书介绍现今所呈现出的近似算法理论。期待着近似算法理论随着时间而变化是合理的。

全书分为三部分。第一部分利用不同的算法设计技术对许多重要问题给出组合算法。算法设计技术的不断变化可能会使第一部分显得重点不突出。不过，这是合理的——**NP**-难解问题的种类很多，不能指望少数技巧就能求解不同的 **NP**-难解问题。当然，在这部分，我们故意不严格分类算法技术以免使内容琐碎。而是改为尽可能精确地抓住每个问题的个性，并指出这些问题和求解它们的算法之间的联系。

第二部分介绍基于线性规划的算法。这些算法可分类为两个基本技术：舍入和原始对偶模式。但是再一次，能够得到的精确近似保证依赖于所用的特定线性规划松弛，并且如同证明数学定理不存在固定的方法一样，发现好的松弛也不存在固定的方法 (熟悉复杂性理论的读者将认识到这就是 $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$ 问题背后的哲学问题)。

第三部分包括四个重要主题。第一个主题是找格的最短向量，因为几个原因，它值得单独处理 (参见第 27 章)。

第二个主题是计数 (而非优化) 问题 (计数给定实例的解) 的可近似性。几乎所有已知的 **NP**-完全问题的计数形式都是 #**P**-完全的。有趣的是，除少数例外，这对 **P** 中的问题同样成立。为得到后一类问题的有效近似计数算法，已建立起一套令人赞叹的理论。这些算法中的大部分都是基于马尔可夫链蒙特卡罗 (MCMC) 方法，这个主题值得用一本书来介绍，因此本书不予介绍。在第 28 章中不使用 MCMC 方法介绍两个基本计数问题的组合算法。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第三个主题围绕着最近的突破性成果, 这些成果给出许多关键问题的近似困难性, 并对将近似算法作为一种深刻理论提供新的合理性。假定主要的技术定理 (PCP 定理) 成立, 在第 29 章中概述这些结果。不幸的是, PCP 定理目前还没有简单的证明。

第四个主题由这个年轻领域中许多未解决的问题组成。所列出的问题以正时兴的问题和议题为中心, 但肯定会有所遗漏。精确算法已经被深入地研究了四十多年, 但仍在获取基本的认识。考虑到在自然计算问题中, 多项式时间可解性是例外而不是规则, 期待着近似算法理论随着时间迅速发展是合理的。

集合覆盖问题在近似算法理论和这本书中都占据了特殊位置。它对介绍第一部分和第二部分的关键概念和一些基本算法设计技术提供了一个特别简单的背景。为了对这个重要问题给出完整的讨论, 在第三部分对它给出了近似困难性结果, 尽管证明相当复杂。这个近似困难性结果基本上匹配已知的最好算法的保证——这是介绍这个相当困难的证明的另一个原因。

与米开朗琪罗部分艺术研究工作的下述类比能很好地说明我们关于算法设计和讲解的原则。米开朗琪罗的主要工作是在采石场寻找能引起注意的石块, 然后长时间凝视它们以确定它们自然地想要成为的形态。雕刻工作以最低限度的方式完成这个形态。同样, 我们愿意开始于清晰、简单规定的问题 (或许是实际想要求解的问题的简化形式)。大部分算法设计工作实际上是要认识问题与算法相关的组合结构。算法最低限度地利用这个结构。本书中算法的讲解也将遵循这个类比, 讲解着重说明问题所提供的结构并使算法最低限度地利用这个结构。

我们努力使每章保持简短和简单, 经常只介绍关键结果。而把推广和相关的结果放入练习。练习还包括由于逻辑限制而不能详细包括的其他重要结果。对一些练习提供了提示; 但是, 一道练习的困难程度和是否对它提供提示是没有关联的。

本书适用于高年级本科生和研究生的近似算法课程。全部讲授完本书的内容至少需要两个学期, 因此, 如果只准备讲授一个学期, 那么教师在选择主题时会有很大的空间。一门算法和 **NP**-完全性理论的大学本科课程作为大部分章节的前提条件就够了。对于完全性, 我们提供几个主题的背景信息: 附录 A 中的复杂性理论, 附录 B 中的概率论, 第 12 章中的线性规划, 第 26 章中的半定规划和第 27 章中的格。(附录 A 中把大部分空间留给了自可归约性概念, 因为其他资料中很少提到这个概念。) 本书也能用作低年级本科生和研究生算法课程的补充教材。第一部分和第二部分的最初几章适用于这个目的。在这两部分中, 章大致上是按照困难性增加的次序排列的。

预期到广泛的读者, 我们决定不在任何 Springer 丛书中出版这本书——即使是它享有声望的"黄皮"丛书[①]。(不过, 我们并不反对在封面上添加一小片黄颜色!) 当前正计划着下述翻译: 由 Claire Kenyon 译成法语, 由 Takao Asano 译

① 指的是数学教材丛书。——译者注

成日语, 由 Ion Măndoiu 译成罗马尼亚语。欢迎来自读者的校正和评论。为了这个目的, 我们设立了一个专门的 email 地址: approx@cc.gatech.edu。

最后, 谈谈实用效果。对于寻找高性能 (具有在最优解的 2% 或者 5% 以内的误差) 算法的实践者来说, 在最优解的因子 2 或者更坏的因子 $O(\log n)$ 以内的算法能有多好? 更进一步, 由此看来, 近似保证的改进 (比如从因子 2 到 3/2) 能有用到何种程度?

我们讨论一下这两个问题并指出这些论断中的一些谬误。近似保证仅仅反映算法关于大部分病态实例的性能。或许把近似保证看成促使我们更深入地研究问题的组合结构并发现利用这个结构的更强有力工具的一种度量更合适。已注意到当得到有更好保证的算法的时候, 构造紧例子的困难性明显增大。实际上, 对于一些近来的算法, 得到紧例子已经独立地成为一篇论文 (例如, 参见节 26.7)。实验已证实这些算法和其他复杂算法对于典型实例能达到想要的 2% 到 5% 量级的误差界限, 虽然它们的最坏情形误差界限要高得多。另外, 应将已被理论证明的算法看成核心算法思想, 这个思想需要很好地融入特定应用中所产生的实例。

希望本书能成为近似算法理论发展的催化剂并产生实用效果。

致谢

本书基于在印度理工学院 (德里, 1992 年春季和 1993 年春季)、佐治亚理工学院 (1997 年春季, 1999 年春季和 2000 年春季)、离散数学与理论计算机科学研究中心 (1998 年秋季) 所教授的课程。1992 年春季课程产生了关于这个主题的第一个课堂讲义。值得指出的是, 本书的多半部分是基于后来的研究结果。

众多朋友 (包括他们的家人) 的帮助促使这本书变为现实。首先, 我想感谢 Naveen Garg, Kamal Jain, Ion Măndoiu, Sridhar Rajagopalan, Huzur Saran 和 Mihalis Yannakakis——我和他们的广泛合作使得本书所介绍的许多思想得以成型。我很幸运得到 Ion Măndoiu 对许多事情的帮助和建议——他对版面布局和图形的一流认识使得这个版式得以呈现。特别感谢你, Ion!

我想对这个领域中的众多专家表示我的感谢, 感谢他们以各种形式对这项工作的慷慨帮助, 从决定内容和它的组织, 提供完成稿的反馈, 确保参考文献的正确性和完整性到设计练习和帮助列出未解决的问题。感谢 Sanjeev Arora, Alan Frieze, Naveen Garg, Michel Goemans, Mark Jerrum, Claire Kenyon, Samir Khuller, Daniele Micciancio, Yuval Rabani, Sridhar Rajagopalan, Dana Randall, Tim Roughgarden, Amin Saberi, Leonard Schulman, Amin Shokrollahi 和 Mihalis Yannakakis, 特别感谢 Kamal Jain, Éva Tardos 和 Luca Trevisan。

还有许多其他人提供了有价值的评论和讨论。特别地, 我想感谢 Sarmad

Abbasi, Cristina Bazgan, Rogerio Brito, Gruia Calinescu, Amit Chakrabarti, Mosses Charikar, Joseph Cheriyan, Vasek Chvátal, Uri Feige, Cristina Fernandes, Ashish Goel, Parikshit Gopalan, Mike Grigoriadis, Sudipto Guha, Dorit Hochbaum, Howard Karloff, Leonid Khachian, Stavros Kolliopoulos, Jan van Leeuwen, Nati Lenial, George Leuker, Vangelis Markakis, Aranyak Mehta, Rajeev Motwani, Prabhakar Raghavan, Satish Rao, Miklos Santha, Jiri Sgall, David Shmoys, Alistair Sinclair, Prasad Tetali, Pete Veinott, Ramarathnam Venkatesan, Nisheeth Vishnoi 和 David Williamson。我肯定还遗漏了几个名字——我向他们致以歉意并同样向他们表示感谢。参加我这个主题的课程并且记录讲义的众多学生起到了特殊的作用，难以一一列举他们的名字。我想向他们一同表达我的谢意。

我想感谢印度理工学院 (德里) (特别感谢 Shachin Maheshwari)、佐治亚理工学院和离散数学与理论计算机科学研究中心，感谢他们提供了舒适的、能给予支持的和学术上丰富的环境。感谢 NSF 以 CCR-9627308 和 CCR-9820896 提供的基金支持。

与 Hans Wössner 在编辑事务上的合作是愉快的。他认真对待所有需要处理的事务和他对作者独特观点的敏锐捕捉让人印象特别深刻。还要感谢 Frank Holzwarth 分享他在 LaTeX 上的技术。

没有家人们全力的支持是很难完成这个规模的计划的。幸运的是，我的一些家人也是研究伙伴——我的妻子 Milena Mihail 和我的兄长 Umesh Vazirani。在这个计划实施的过程中，小 Michel 的诞生带来了新的欢乐和活力，虽然他使计划的结束变得更有挑战性！最重要的是，我想要感谢我父母——我父亲是几本土木工程书籍的著名作者，我母亲对印度古典音乐有着深入的理解——感谢他们坚定的支持和鼓励。这本书献给他们。

佐治亚州，亚特兰大市，2001 年 5 月

Vijay Vazirani

目　录

第二部分 基于线性规划的算法

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第三部分　其他主题

附录

1 引 言

从允许近似到任何想要的程度到本质上根本不允许近似, **NP**-难解最优化问题呈现出丰富的可能性. 尽管有这些差异, 近似算法设计过程的背后是一些共同的原理. 本章将研究这些原理.

只有当最优化问题具有与算法相关的组合结构且这个结构能被用作“立足点”来有效地追踪最优解时, 最优化问题才是多项式时间可解的. 设计多项式时间精确算法是双管齐下的处理: 解开问题中的这个结构并寻找能够利用这个结构的算法技术.

虽然 **NP**-难解最优化问题不能为有效地寻找最优解提供立足点, 但是它们仍然能为有效地寻找接近最优的解提供立足点. 因此, 在很大程度上近似算法的设计过程与精确算法的设计过程并没有很大的不同. 它依然需要解开相关的结构并寻找利用这个结构的算法技术. 通常情况下, 组合结构会更加精细, 而算法技术常常来自于精确算法研究中发展起来的一些强有力的算法工具的推广和扩展.

另一方面, 更深入地研究设计近似算法的过程, 可以看到它有其自身的普遍原理. 我们利用下面的简单背景, 在节 1.1 中举例说明部分原理.

问题 1.1 (顶点覆盖) 给定无向图 $G=(V,E)$, 顶点集上的费用函数 $c: V \to \mathbf{Q}^+$, 找最小费用*顶点覆盖*, 即求集合 $V' \subseteq V$, 使得每条边至少有一个端点与 V' 关联. 每个顶点有单位费用的特殊情形称为*基数顶点覆盖问题*.

因为近似算法的设计需要有技巧地处理 **NP**-难解性并从这一处理中获取有效近似解, 所以回顾复杂性理论的一些关键概念对读者而言是有益的. 附录 A 和节 1.3 中的一些练习就是针对这个目的而提供的.

给出 **NP**-难解最优化问题及其近似算法 (例如, 参见练习 1.9 和 1.10) 的精确定义是重要的. 但由于这些定义非常理论化, 所以把它们放入附录 A. 下面我们给出要点以便快速开始.

NP-难解最优化问题 Π 是最小化或者最大化问题. Π 的每个有效实例 I 具有一个非空可行解集合, 给每个可行解赋一个非负有理数, 这个非负有理数称为它的目标

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com