

拥有此书,便踏上了轻松学好数学的征程,便开始了良好思维习惯的培养

跟 **王金战** 轻松学数学

kg 宽高教育
www.kgedu.com

高考数学 轻松突破

120分文科

王金战 许永忠 著

新课标

- 他让倒数第一的学生考上了北大
- 他让准备放弃高考的学生成为理科状元
- 他的一个班有37人被北大、清华录取
- 另有10人被牛津、剑桥、耶鲁等世界名校录取
- 高考前猜了6道题,他让学生高考数学得到147分
- 他考前辅导学生2小时,能让学生至少提高20分

一条主线贯穿全书

一个智力正常的高中生,高考数学都有能力突破 120 分。

两大特色首次推出

老王独家错题本,金战格言伴你行。

三大理念引领高中数学复习革命

- ① 3:5:2: 一份高考数学试卷,30%的基础题,50%的中档题, $(30\%+50\%) \times 150=120$ 分。
- ② 跳出题海: 题不在多,而在精。对错题、难题紧抓不放。
- ③ 突出重点: 高考有规律可循,拿下文科数学 183 个考点。

外语教学与研究出版社

拥有此书，便踏上了轻松学好数学的征程，
便开始了良好思维习惯的培养。

★在理解的基础上，加以记忆，这是一个很好的办法。碰到记不住的公式，自己推导一下，就算考试时一时想不起来，现推都来得及。而且推导过几次，那个公式就逐步成为你永恒的记忆。

★好多学生没有领悟数学的特点。为了完成老师的作业，光去追求做题的数量，就像狗熊掰玉米，效果不知道。这样学数学，一般学不好。一道题做错了，不管是老师批改的，还是自己对答案对出来的，你应该立即反思，这道题错在哪儿？这样的反思不会耽误多长时间，但从此以后，就可以避免类似的错误，就能逐步学好数学。

★对试卷中出现的错误，有必要进行仔细归类，不能把错误简单地归结于马虎。如果你对丢的每一分按如下原因归类：粗心马虎、审题不严、概念不清、基本技能不过关、时间不够、过程不完整、能力不及等，你就会发现你的真正弱项，也就找到了下一步努力的方向。考试前最有效的复习方法，是做过去做错过的题目。所以对每次考试中做错的题，应重点标注并归类保存。

★做题遇到问题的时候，有时候需要退，一直退到原始的状态，你就知道问题出在哪儿了。做数学题得找到根源，一旦找到根源，问题就迎刃而解了。

★数学不动手想学好是不可能的，光抱着书看，好像看明白了，其实由于平时不动手，动手能力就越来越差，解题质量、解题速度这些基本技能就会严重地下降。

总策划：陈海权
责任编辑：张志纯 连 静
封面设计：姜 凯



一个学术性教育性
出版机构

网址：<http://www.fltrp.com>

ISBN 978-7-5600-9986-6



9 787560 099866 >

定价：45.00元

拥有此书,便踏上了轻松学好数学的征程,便开始了良好思维习惯的培养

跟 **王金战** 轻松学数学

kg 宽高教育
www.kgedu.com

高考数学 轻松突破

120分

文科

王金战 许永忠 著

新课标

外语教学与研究出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

高考数学轻松突破 120 分. 文科 / 王金战, 许永忠著. — 北京: 外语教学与研究出版社, 2010.8
ISBN 978-7-5600-9986-6

I. ①高… II. ①王… ②许… III. ①数学课—高中—升学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 166449 号

出 版 人: 于春迟

责任编辑: 张志纯 连 静

封面设计: 姜 凯

出版发行: 外语教学与研究出版社

社 址: 北京市西三环北路 19 号 (100089)

网 址: <http://www.fltrp.com>

印 刷: 北京联兴盛业印刷股份有限公司

开 本: 889×1194 1/16

印 张: 25.5

版 次: 2010 年 9 月第 1 版 2010 年 9 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5600-9986-6

定 价: 45.00 元

* * *

购书咨询: (010)88819929 电子邮箱: club@fltrp.com

如有印刷、装订质量问题, 请与出版社联系

联系电话: (010)61207896 电子邮箱: zhijian@fltrp.com

制售盗版必究 举报查实奖励

版权保护办公室举报电话: (010)88817519

物料号: 199860001

轻松学数学

你知道数学对青少年有多重要吗？

青少年时期是一个人智力开发的关键时期，数学的主要作用就是开发智力，所以加里宁说：数学是思维的体操。我从三十年的教学经历中发现，一个学生如果数学学得很轻松，即使成绩暂时落后，关键时刻往往会赶上来，但一个学生如果数学学得吃力，往往后劲不足。

上大学时我学的就是数学，毕业三十年来又一直教数学，越教越觉得数学好玩、好学，越教越觉得数学很美、很酷，以至于我常常被数学的波澜壮阔之势、高瞻远瞩之能、对称和谐之美、茅塞顿开之境所陶醉。但当我听到很多学生抱怨学数学很难、很累、很烦时，内心充满了帮他们走出误区的责任感。其实学数学完全可以是轻松快乐的。为了帮助广大的青少年找到轻松驾驭数学的方法。感受学习数学的乐趣，我联合了全国一批教学第一线的专家，和外研社一道，共同开发了这套从幼儿园一直到高三的轻松学数学系列辅导书。我自信地认为，这套书应该是国内首创也最适合青少年轻松阅读的。我们期望大家一旦拥有此书，便踏上了轻松学好数学的征程；我们期望，此书能帮助全中国的青少年形成良好的思维习惯。

如果我的理念得到了您的认可，您还可以到北京参加我所组织的“轻松学数学”特色辅导班。欢迎拨打我们的热线电话 010-82503431/82503185 或者上宽高学习网（www.kgedu.com）了解相关课程情况。

王金战

序言

很多孩子都抱怨：数学难学！学数学真苦真累，成天泡在题海中，成绩还是不理想。高考就让这数学拖后腿了。很多家长抱怨：我的孩子至少花了三分之一的时间在学数学，还是不见长进。看着孩子和家长在我博客上的留言，及电话诉苦，真让人心疼。

我高考前给孩子猜了六道题，就能让孩子高考数学得到147分；我高考前给学生面对面辅导一次，就能让学生多得20分；这足以说明，只要方法得当，数学可以轻松学好。这几年我一直有个想法，就是写一套能帮助所有学生减压，帮所有学生能轻松、快乐学习数学的书。跳出传统教材，依据新课程标准核心理念，在领悟其精髓的前提下，努力引导学生掌握学习数学的基本方法，培养举一反三的能力。目前已经推出了《数学是怎样学好的》、《考前30天必做60题》等，得到了读者的强烈认可，但一本是学习方法兴趣的，一本是考前冲刺的。不少学生和家长来信或电话，强烈要求我为他们写一本指导全程总复习的书。

一张高考数学试卷，易、中、难题的比例一般是3:5:2，现在有部分省市出现了4:4:2，也就是说80%的题目是基础题和中档题，20%的是难题。那么， $80\% \times 150 = 120$ 分，所以，高考里120分是中档及偏下的题目。只要你熟练掌握基本知识点，系统科学的复习，120分是每一个智力正常的学生都能做到的。反过来，如果一个学生高考得不到120分，不是智商问题，也不是做题量不够，而是把一些基本要求掌握的题做错了。我经常和学生们说，你看有些人亏不亏（傻不傻）？考试时他快速地把会做的题做错，然后腾出大量的时间，去啃那些不会做的题。所以，数学不好的学生最先需要解决的问题就是：该拿分的题确保拿分，决不放弃；该回避的题要舍得砍掉！

120分，一个并不太高的目标，却成了许多学生高不可攀的门坎。试想，如果你平时只能考七八十分，那么只数学一科，你与那些高手的差距就能达到70分，你还能有什么机会！而如果你能提到120分以上，至少就不会扯后腿了，但做到这一点并不难。

抱着这些理念，肩负着众多家长的期盼，我与好友许永忠共同编写了这本《高考数学轻松突破120分》。可以说，这里面凝聚着我们三十年来对高考数学的经验积淀。期望这本书，能够帮助更多的学子轻松面对数学、迅速提升成绩。

如果您喜欢这本书，如果您认同我的理念和风格，还可以来北京参加“高考数学轻松突破120分”特色辅导班。欢迎拨打我们的服务热线电话010-82503431/82503185。

书中有什么问题解决不了的，可以给我们发邮件jz_maths@163.com 或QQ: 1298443114咨询，会有专职老师替您解决，给您辅导。期待您的好消息。

王金战

目录

第一章 集合与函数 1

- 第1课时 集合 2
- 第2课时 函数的概念及表示 7
- 第3课时 函数的单调性与最值 12
- 第4课时 函数的奇偶性与周期性 18
- 第5课时 一次函数与二次函数 23
- 第6课时 指数与指数函数 28
- 第7课时 对数与对数函数 33
- 第8课时 幂函数 38
- 第9课时 函数的图象及其变换 42
- 第10课时 函数的应用 48
- 金战考场1 (第1~10课时) 343

第二章 导数及其应用 54

- 第11课时 导数的计算及其几何意义 55
- 第12课时 导数的应用 (单调性、极值、最值) 59
- 第13课时 导数在生活中的应用 65
- 金战考场2 (第11~13课时) 345

第三章 三角函数 70

- 第14课时 任意角的三角函数 71
- 第15课时 同角三角函数及诱导公式 76
- 第16课时 三角函数的图象与性质 80
- 第17课时 两角和与差的三角函数 89
- 第18课时 简单的三角恒等变换 97
- 第19课时 正弦定理和余弦定理 104

第20课时 正弦定理和余弦定理的应用 110

金战考场3 (第14~20课时) 347

第四章 数列 118

- 第21课时 数列的概念及简单表示法 119
- 第22课时 等差数列 123
- 第23课时 等比数列 128
- 第24课时 等差数列与等比数列的综合问题 133
- 第25课时 数列求和 138
- 第26课时 数列的综合应用 144
- 金战考场4 (第21~26课时) 349

第五章 不等式 149

- 第27课时 不等式的性质 150
- 第28课时 不等式的解法 154
- 第29课时 均值不等式 159
- 第30课时 二元一次不等式 (组) 与简单的线性规划问题 164
- 金战考场5 (第27~30课时) 351

第六章 平面向量 170

- 第31课时 平面向量的概念及线性运算 171
- 第32课时 平面向量基本定理及坐标表示 175
- 第33课时 平面向量的数量积 180
- 第34课时 平面向量的应用 185
- 金战考场6 (第31~34课时) 353

第七章 解析几何 190

第35课时 直线方程 191

第36课时 直线的位置关系和距离 196

第37课时 圆的方程 201

第38课时 直线与圆、圆与圆的位置关系 205

第39课时 椭圆 210

第40课时 双曲线 217

第41课时 抛物线 222

第42课时 直线与圆锥曲线的位置关系 229

金战考场7 (第35~42课时) 355

第八章 立体几何 237

第43课时 简单几何体 238

第44课时 三视图和直观图 243

第45课时 空间中点、线、面的位置关系 249

第46课时 空间中的平行关系 253

第47课时 空间中的垂直关系 258

第48课时 空间中的夹角与距离 265

金战考场8 (第43~48课时) 357

第九章 统计、概率及统计案例 273

第49课时 概率 274

第50课时 统计 279

第51课时 统计案例 285

金战考场9 (第49~51课时) 359

第十章 算法 290

第52课时 算法与程序框图 291

第53课时 基本算法语句与算法案例 298

第十一章 复数、常用逻辑用语、推理与证明 303

第54课时 复数 304

第55课时 命题和充要条件 308

第56课时 逻辑联结词、全称量词和存在量词 312

第57课时 推理与证明 316

金战考场10 (第52~57课时) 361

第十二章 选考内容 321

第58课时 几何证明选讲 322

第59课时 坐标系与参数方程 330

第60课时 不等式选讲 336

金战考场11 (第58~60课时) 363

金战考场12 (第1~60课时) 365

金战考场13 (第1~60课时) 367

金战考场14 (第1~60课时) 369

金战考场15 (第1~60课时) 371

金战考场参考答案 373

第一章 集合与函数

集合、函数是高考的重要内容,在高考中一直占有重要的地位,分值一般在 20 左右.

高考对集合的考查主要体现在三个方面:一是考查集合间的基本关系,二是考查集合的运算,三是两者的结合或与函数、方程、不等式等内容综合考查.“小题目综合化”是这部分内容的一大命题趋势.题型以选择题为主,题目难度一般不大,以基础题、中档题为主.根据统计发现,近三年高考对集合的考查集中在集合的基本运算上,统计数据详见我的那本《轻松搞定新高考》.另外,命题者往往通过集合部分考查学生的运算求解能力、应用意识和创新意识,也经常以集合为载体命制信息迁移型问题,应予以足够的重视.

函数一直是高考考查的重点内容,是高考热点.函数的考查主要体现在三大块:一是函数的概念及性质,二是基本初等函数,三是函数的应用,主要是考查方程的根与函数的零点、函数模型及其应用和二分法.函数部分考查题型灵活,大小题皆有,并且容易题、中档题和难题都有.往往通过本章内容来考查学生的应用意识和创新意识.对函数的考查集中在分段函数、函数性质、函数图像以及基本初等函数等;函数部分的重点是函数的图象和函数的性质,要掌握好奇偶性、单调性的概念及其常见题型的解法.基本初等函数部分要把指数和对数的运算性质掌握熟练,防止由于计算出错导致大的错误,另外还要掌握好指数函数、对数函数和幂函数的图象和性质,特别是其单调性考查最多,要掌握牢固.

第1课时 集合

大纲解析

本课时常考知识点有:

- ① 集合的表示:列举法、描述法及图示法;
- ② 集合之间的包含与相等;
- ③ 集合的基本运算:并集、交集、补集的含义及计算;
- ④ 韦恩(Venn)图:能用韦恩图表达集合的关系及运算.

集合的含义、元素与集合的关系、全集与空集的含义等一般为了解层次的内容,不会作为考查的重点.集合的包含与相等、交集、并集、补集几个概念是本部分要重点掌握的概念.集合的表示、子集的判定、集合的运算、用韦恩图表示集合的关系及运算都要求较高,是高考命题的几个主要考点.从近几年高考来看,考得最多的是运算.

需要指出的是,新课标大纲强调了用韦恩图表达集合的关系及运算,因此新课标试卷中相应内容大大增加,应引起足够的重视.

知识梳理

1. 集合的概念

集合的三个性质: _____、_____和_____.

2. 集合的表示

- (1) 列举法.适用于元素较少的集合,如 $\{1,2\},\{(1,2)\}$.
- (2) 描述法.适用于元素有规律的集合.一般形式是 $\{x|p(x),x\in A\}$,其中 $p(x)$ 表示 x 所满足的条件,当 A 为实数集 $\mathbf{R}$ 时可省略“ $x\in\mathbf{R}$ ”.

(3) 文氏图法.用圆、矩形等图形表示.

(4) 几个特定集合: $\mathbf{Z}$: _____, $\mathbf{N}$: _____, $\mathbf{N}^+$: _____, $\mathbf{Q}$: _____, $\mathbf{R}$: _____, $\mathbf{C}$: _____, $\emptyset$: _____.

(5) 用区间表示实数集合.

$[a,b]=$ _____, $(a,b)=$ _____,

$(a,b]=$ _____, $[a,b)=$ _____,

$(-\infty,a]=$ _____, $(-\infty,a)=$ _____,

$(a,+\infty)=$ _____, $[a,+\infty)=$ _____.

3. 元素、集合之间的关系

(1) 元素与集合: a 是集合 M 的元素记为 _____, a 不是集合 M 的元素记为 _____.

(2) 集合与集合: A 是 B 的子集,记作 _____ 或 _____. A 是 B 的真子集,记作 _____ 或 _____. 规定 $\emptyset$ 是任何集合的 _____,是任何非空集合的 _____. n 个元素的集合共有 _____ 个子集.

4. 集合的运算

(1) 交集: $A\cap B=$ _____.

(2) 并集: $A\cup B=$ _____.

(3) 补集: $\complement_U A=$ _____.

5. 集合运算中两组常用的结论

(1) ① $\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$; ② $\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

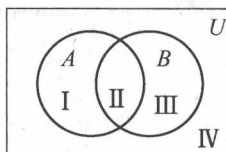
(2) ① $A\subseteq B\iff A\cap B=A$; ② $A\subseteq B\iff A\cup B=B$.

6. 用韦恩图表示集合运算

如图,左圆表示集合 A ,右圆表示集合 B ,矩形表示全集 U ,则

$I=$ _____, $II=$ _____,

$III=$ _____, $IV=$ _____.



考点透析

考点1. 集合的表示

集合的表示,高考时一般不单独命题,但考生往往因表达不当失分.特别是填空题,这种错误是致命的——解得正确答案后因表达不准确而得了0分.表示集合的关键,一是采用恰当的方法,二是使用正确的形式.

例1 用适当的方法表示下列集合:

- (1) 由所有不大于6的非负整数组成的集合;
- (2) 由所有被3除余1的自然数组成的集合;
- (3) 平面直角坐标系中第三象限内所有点的集合;
- (4) 设 a,b 是非零实数,求 $y=\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}$ 的所有值组成的集合.

解析 (1)、(4)两个集合的元素较少,适合用列举法,(2)、(3)两题元素都有无穷多个,且规律性较强,适合用描述法.

【答案】 (1) $\{0,1,2,3,4,5,6\}$;

(2) $\{x|x=3n+1,n\in\mathbf{N}\}$;

(3) $\{(x,y)|x<0,y<0\}$;

(4) 当 a,b 皆为正数时, $y=\frac{a}{b}+\frac{b}{b}+\frac{ab}{ab}=3$;

当 a,b 一正一负时(不妨设 a 正 b 负), $y=\frac{a}{a}-\frac{b}{b}-\frac{ab}{ab}=-1$;

当 a,b 皆为负数时, $y=-\frac{a}{a}-\frac{b}{b}+\frac{ab}{ab}=-1$;

故由 y 的所有值所组成的集合为 $\{-1,3\}$.

老王提醒:

集合的表示方法用得最多的是列举法和描述法,一定要注意采用正确的方法并注意格式要正确.有些题目要求结果必须用集合表示,如不等式的解集、函数的定义域等.

变式1:用适当方法表示下列集合:

- (1) 满足 $\frac{6}{2-x}\in\mathbf{Z}$ 的整数 x 的集合;

- (2) 函数 $y = -x^2 + 6$ 图象上满足 $x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}$ 的点的集合;
 (3) 平面直角坐标系中不在第一象限的点的集合.

考点 2. 集合间的关系

集合间的关系有相等、子集、真子集等,其中子集是考查的重点.要能准确判定一个具体集合是否是另一个具体集合的子集.要注意知识梳理中有关子集的几个重要结论,解题时十分有用.

例 2 已知集合 $A = \{-1, 1\}, B = \{x | x^2 - 2ax + b = 0\}$, 若 $A \cap B = B \neq \emptyset$, 求实数 a, b 的值.

解析 $A \cap B = B \Leftrightarrow B \subseteq A$, 又 $B \neq \emptyset$, 所以集合 B 可能有 1 个元素,也可能有 2 个元素,因此需要讨论.

解: (1) 当 $B = \{-1\}$ 时, 方程 $x^2 - 2ax + b = 0$ 两根都是 -1 , 故 $(-1) + (-1) = 2a, (-1) \cdot (-1) = b$, 解得 $a = -1, b = 1$.

(2) 当 $B = \{1\}$ 时, 仿(1)求得 $a = 1, b = 1$.

(3) 当 $B = \{-1, 1\}$ 时, $(-1) + 1 = 2a, (-1) \cdot 1 = b$, 解得 $a = 0, b = -1$.

老王提醒:

在解有关子集的题目时,一定注意不要忽略空集.如本题若没有 $B \neq \emptyset$ 的条件,则还要考虑 $B = \emptyset$ 的情况.

变式 2: 若集合 $M = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}, N = \{x | ax + 2 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ 且 $N \subseteq M$, 则满足条件的实数 a 的集合是_____.

考点 3. 集合的运算

集合是高考的必考内容,而集合的运算是这部分内容的重中之重,大多数高考试卷都是考查集合的运算.题目难度一般很小,少数高考题目稍难,经常与后面内容综合.有些题目要先用其他知识化简给出的集合,然后再做运算.还有些题目要结合 Venn 图才容易解决.

例 3 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0, x \in \mathbf{R}\}, B = \{x | x < 0, x \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

解析 该问题的实质是方程 $x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0$ 至少有一个负实数根.直接讨论要分两负、一负一正、一负一零三种情况,而在有实数解的前提下,其反面是没有负根,即两根都大于或等于 0. 求出这种情况下 m 的范围,再求补集就可以了.

解: 当方程 $x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0$ 有实根时,其判别式 $\Delta \geq 0$,

$$\text{即 } 16m^2 - 8m - 24 \geq 0.$$

$$\text{解得 } m \leq -1, \text{ 或 } m \geq \frac{3}{2}.$$

$$\text{设全集 } U = \{m | m \leq -1, \text{ 或 } m \geq \frac{3}{2}\}.$$

由题意知,本题即求方程 $x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0$ 至少有一个负实数根时,实数 m 的取值范围.我们先求方程 $x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0$ 的实数根均非负时,实数 m 的取值范围.

$$\text{由 } \begin{cases} \Delta \geq 0, \\ x_1 + x_2 \geq 0, \\ x_1 \cdot x_2 \geq 0 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} 16m^2 - 8m - 24 \geq 0, \\ 4m \geq 0, \\ 2m + 6 \geq 0. \end{cases}$$

$$\text{解得 } m \geq \frac{3}{2}$$

在全集 U 上取补集即得 $\{m | m \leq -1\}$.

老王提醒:

若全集取实数集 $\mathbf{R}$, 则还要考虑无实数解的情况. 这里全集取 $\Delta \geq 0$ 时 m 的集合, 较为灵活, 注意学习这种技巧.

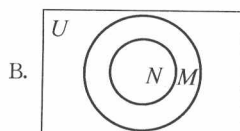
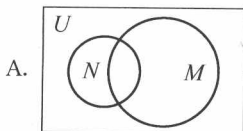
变式 3: 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x - 1 > 0\}, B = \{x | x > 0\}$. 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

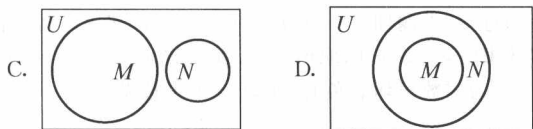
课时作业



A 基础题自测

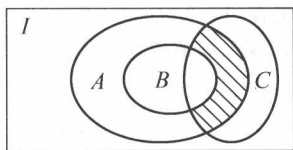
- (2010 · 宁夏卷) 已知集合 $A = \{x | |x| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}, B = \{x | \sqrt{x} \leq 4, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $(0, 2)$ B. $[0, 2]$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 6, 9\}, C = \{3, 7, 8\}$, 则 $(A \cap B) \cup C$ 等于 ()
 A. $\{0, 1, 2, 6\}$ B. $\{3, 7, 8\}$
 C. $\{1, 3, 7, 8\}$ D. $\{1, 3, 6, 7, 8\}$
- (2009 · 辽宁卷) 已知集合 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}, N = \{x | x < -5 \text{ 或 } x > 5\}$, 则 $M \cup N =$ ()
 A. $\{x | x < -5 \text{ 或 } x > -3\}$ B. $\{x | -5 < x < 5\}$
 C. $\{x | -3 < x < 5\}$ D. $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$
- (2009 · 浙江卷) 设 $U = \mathbf{R}, A = \{x | x > 0\}, B = \{x | x > 1\}$, 则 $A \cap \complement_U B =$ ()
 A. $\{x | 0 \leq x < 1\}$ B. $\{x | 0 < x \leq 1\}$
 C. $\{x | x < 0\}$ D. $\{x | x > 1\}$
- (2009 · 山东卷) 集合 $A = \{0, 2, a\}, B = \{1, a^2\}$, 若 $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$, 则 a 的值为 ()
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 4
- (2009 · 广东卷) 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 则正确表示集合 $M = \{-1, 0, 1\}$ 和 $N = \{x | x^2 + x = 0\}$ 关系的韦恩(Venn)图是 ()





B 中档题演练

1. 已知集合 $P = \{y | y = x^2\}$, $Q = \{(x, y) | y = x^2\}$, 则一定有 ()
A. $Q \subseteq P$ B. $P \subseteq Q$ C. $P = Q$ D. $P \cap Q = \emptyset$
2. 如果 $U = \{x | x \text{ 是小于 9 的正整数}\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 那么 $\complement_U A \cap \complement_U B =$ ()
A. $\{1, 2\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{5, 6\}$ D. $\{7, 8\}$
3. 如下图所示, I 是全集, A, B, C 是它的子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()



- A. $(A \cap B) \cap C$ B. $(A \cap \complement_I B) \cap C$
 - C. $(A \cap B) \cap \complement_I C$ D. $(\complement_I B \cap A) \cap C$
4. 满足条件 $\{0, 1\} \cup A = \{0, 1\}$ 的所有集合 A 的个数是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
 5. 定义集合运算: $A * B = \{z | z = xy, x \in A, y \in B\}$. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$, 则集合 $A * B$ 的所有元素之和为 ()
A. 10 B. 12 C. 14 D. 18
 6. (2009 · 江苏卷) 已知集合 $A = \{x | \log_2 x \leq 2\}$, $B = (-\infty, a)$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 $[c, +\infty)$, 其中 $c =$ _____.
 7. (2010 · 重庆卷) 设 $U = \{0, 1, 2, 3\}$, $A = \{x \in U | x^2 + mx = 0\}$, 若 $\complement_U A = \{1, 2\}$, 则实数 $m =$ _____.
 8. (2009 · 天津卷) 设全集 $U = A \cup B = \{x \in \mathbb{N}^* | \lg x < 1\}$, 若 $A \cap (\complement_U B) = \{m | m = 2n + 1, n = 0, 1, 2, 3, 4\}$, 则集合 $B =$ _____.
 9. 已知非空集合 $M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若 $a \in M$, 则 $6 - a \in M$. 那么满足条件的集合 M 的个数为 _____.
 10. 已知集合 $A = \{-1, 1, 3, 2m - 1\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$. 若 $B \subseteq A$, 则满足条件的实数 m 的集合为 _____.
 11. 某班有学生 55 人, 其中体育爱好者 43 人, 音乐爱好者 34 人, 还有 4 人既不好体育也不好音乐, 求该班既爱好体育又爱好音乐的人数.

12. 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$.

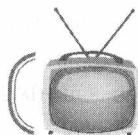
- (1) 若 A 中只有一个元素, 求 a 的值并求出这个元素;
- (2) 若 A 中至多有一个元素, 求 a 的取值范围.

C 难题我破解

1. 已知 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$, 其中 $a \in \mathbb{R}$, 如果 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围.

2. 设 S 是由一些实数组成的集合, 且满足: ① $1 \notin S$; ② 若 $a \in S$, 则 $\frac{1}{1-a} \in S$. 解答下列问题:
(1) 若 $2 \in S$, 则 S 中必有其他两个元素, 求出这两个元素;
- (2) 求证: ① $0 \notin S$; ② 若 $a \in S$, 则 $1 - \frac{1}{a} \in S$;
- (3) 集合 S 能否只有一个元素? 说明理由.





老王独家：我的错题本

	错题数	错题比例	错误原因	错误知识点小结
基础题自测				
中档题演练				
难题我破解				

通过小小错题本，检查本课时所学知识。做错题不可怕，可怕的是下次还错。掌握基本知识、基本方法才是最重要的。我们的目标是：基础题不丢分，中档题多得分，难题能得分。高考数学轻松突破120分。

参考答案

【知识梳理】

1. 确定性 无序性 互异性
2. (4) 整数集 自然数集 正整数集 有理数集 实数集 复数集 空集
 (5) $\{x|a \leq x \leq b\}$ $\{x|a < x < b\}$ $\{x|a < x \leq b\}$ $\{x|a \leq x < b\}$ $\{x|x \leq a\}$ $\{x|x < a\}$ $\{x|x > a\}$ $\{x|x \geq a\}$
3. (1) $a \in M$ $a \notin M$
 (2) $A \subseteq B$ $B \supseteq A$ $A \subset B$ $B \supset A$ 子集 真子集 2^n
4. (1) $\{x|x \in A, \text{且 } x \in B\}$ (2) $\{x|x \in A, \text{或 } x \in B\}$
 (3) $\{x|x \in U, \text{且 } x \notin A\}$
6. $A \cap (\complement_U B)$ $A \cap B$ $(\complement_U A) \cap B$ $\complement_U (A \cup B)$

【考点透析】

变式 1: (1) $\{-4, -1, 0, 1, 3, 4, 5, 8\}$; (2) $\{(0, 6), (1, 5), (2, 2)\}$;
 (3) $\{(x, y)|x \leq 0 \text{ 或 } y \leq 0\}$.

变式 2: $\{-1, 0, \frac{2}{3}\}$ 【解析】 $M = \{-3, 2\}$, 下面对实数 a 分类讨论. 当 $a = 0$ 时, $N = \emptyset$, 满足题意;
 当 $a \neq 0$ 时, 则 $N = \{-\frac{2}{a}\}$, 由 $N \subseteq M$ 知 $-\frac{2}{a} = -3$ 或 $-\frac{2}{a} = 2$, 解得 $a = \frac{2}{3}$ 或 $a = -1$.

综上, 满足条件的实数 a 的集合是 $\{-1, 0, \frac{2}{3}\}$.

变式 3: $a > -1$ 【解析】即是求不等式 $ax^2 + 2x - 1 > 0$ 有正

数解时 a 的取值范围.

(1) 当 $a = 0$ 时, $A = \{x|x > \frac{1}{2}\}$, 成立.

(2) 当 $a > 0$ 时, $y = ax^2 + 2x - 1$ 的图象是开口向上的抛物线, 故 $ax^2 + 2x - 1 > 0$ 一定有正实数解, 故此时也成立.

(3) 当 $a < 0$ 时, $y = ax^2 + 2x - 1$ 的图象是开口向下的抛物线, 故 $ax^2 + 2x - 1 > 0$ 有正实数解的条件是 $\Delta = 4 + 4a > 0$, 解得 $a > -1$, 即 $-1 < a < 0$.

综上所述, a 的取值范围是 $a > -1$.

【课时作业】

A 基础题自测

1. D 【解析】由已知得 $A = \{x|-2 \leq x \leq 2\}$, $B = \{0, 1, \dots, 16\}$, 所以 $A \cap B = \{0, 1, 2\}$.
2. C 【解析】 $\because A \cap B = \{1, 3\}$, $C = \{3, 7, 8\}$, $\therefore (A \cap B) \cup C = \{1, 3, 7, 8\}$.
3. A 【解析】画数轴很容易得出答案.
4. B 【解析】 $\complement_U B = \{x|x \leq 1\}$
5. D 【解析】由 $A \cup B = \{0, 1, 2, a, a^2\}$ 知 $a = 4$.
6. B 【解析】 $N = \{-1, 0\} \subseteq M$, 只有 B 适合.

B 中档题演练

1. D 【解析】集合 P 是数集, 而集合 Q 为点集, 所以 P 与 Q 无公共元素, 故选 D.
2. D 【解析】可利用 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \complement_U (A \cup B)$.
3. B 【解析】在集合 B 外等价于在 $\complement_U B$ 内, 因此阴影是 A ,

$\cap B$ 和 C 的公共部分.

4. D 【解析】 $\because \{0,1\} \cup A = \{0,1\}, \therefore A \subseteq \{0,1\}$, 故满足条件的集合 A 的个数为 2^2 .

5. C 【解析】由题意知 $A * B = \{2, 4, 8\}$ (注意互异性), 故选 C.

6. 4 【解析】 $A = (0, 4] \subseteq (-\infty, a)$, 结合数轴知应有 $a > 4$, 故 $c = 4$.

7. -3 【解析】 $A = \{0, 3\}$, 则 $m = -3$.

8. $\{2, 4, 6, 8\}$ 【解析】 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A \cap (\complement_U B) = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $\therefore B = \{2, 4, 6, 8\}$.

9. 7 【解析】由题意可将 1 和 5 看成一个元素, 2 和 4 看成一个元素, 3 单独一个元素, 这样共三个元素, 集合 M 的个数即为这三个元素所组成的集合的非空子集的个数, 即为 $2^3 - 1 = 7$.

10. $\{-1\}$ 【解析】 $\because B \subseteq A, \therefore m^2 = 1$ 或 $m^2 = 2m - 1$, 结合集合元素的互异性可得 $m = -1$, 故满足条件的实数 m 的集合为 $\{-1\}$.

11. 【解析】全班分 4 类人, 设既爱好体育又爱好音乐的有 x 人; 仅爱好体育的有 $(43 - x)$ 人; 仅爱好音乐的有 $(34 - x)$ 人; 既不爱好体育又不爱好音乐的有 4 人. $\therefore (43 - x) + (34 - x) + x + 4 = 55$, 解得 $x = 26$. 所以该班既爱好体育又爱好音乐的人数为 26.

12. 【解析】(1) 当 $a = 0$ 时, 原方程为一元一次方程 $2x + 1 = 0$, 满足题意. 所求元素即为这个方程的解 $-\frac{1}{2}$; 当 $a \neq 0$ 时, 由题意知方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 只有一个实根, $\therefore \Delta = 0$, 解得 $a = 1$; 所求元素即为方程 $x^2 + 2x + 1 = 0$ 的唯一实根 -1 . $\therefore a$ 的值为 0 或 1, $a = 0$ 时, A 中的元素为 $-\frac{1}{2}$; $a = 1$ 时, A 中的元素为 -1 .

(2) 若 $a \neq 0$, 则由题意知方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 只有一个实根或无实根, $\therefore \Delta \leq 0$, 解得 $a \geq 1$.

若 $a = 0$, 则原方程为一元一次方程, 显然满足条件. $\therefore a$ 的取值范围是 $a \geq 1$ 或 $a = 0$.

C 难题我破解

1. 【解析】化简得 $A = \{0, -4\}$, $\because A \cap B = B, \therefore B \subseteq A$.

(1) 当 $B = \emptyset$ 时, $\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) < 0$, 解得 $a < -1$;

(2) 当 $B = \{0\}$ 或 $\{-4\}$ 时, $\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 1) = 0$, 解得 $a = -1$,

此时 $B = \{0\}$, 满足 $B \subseteq A$;

(3) 当 $B = \{0, -4\}$ 时, $\begin{cases} -2(a+1) = -4 \\ a^2 - 1 = 0 \end{cases}$, 解得 $a = 1$.

综上所述, 实数 a 的取值范围是 $a = 1$ 或 $a \leq -1$.

2. 【解析】(1) 解: $\because 2 \in S, \therefore \frac{1}{1-2} = -1 \in S, \therefore \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2} \in S$, 因此, 若 $2 \in S$, 则 S 中必有其他两个元素 -1 和 $\frac{1}{2}$.

(2) 证明: ① 反证法: 若 $0 \in S$, 则 $\frac{1}{1-0} = 1 \in S$, 矛盾.

② $\because a \in S, \therefore \frac{1}{1-a} \in S, \therefore \frac{1}{1-\frac{1}{1-a}} = 1 - \frac{1}{a} \in S$.

(3) 解: 集合 S 中不能只有一个元素, 用反证法证明如下:

假设 S 中只有一个元素, 则有 $a = \frac{1}{1-a}$, 即 $a^2 - a + 1 = 0$, 该方程没有实数解, $\therefore$ 集合 S 中不能只有一个元素.

事实上, 由已知及 (2) 知, 若 $a \in S$, 则 $\frac{1}{1-a} \in S, 1 - \frac{1}{1-a} \in S$.

而 $a, \frac{1}{1-a}, 1 - \frac{1}{1-a}$ 是两两不等的 (反证法即可证明), 故集合 S 至少有三个元素.



第2课时 函数的概念及表示

大纲解析

常考知识点有:

- ① 求函数的定义域和值域;
- ② 选择恰当的方法(如图像法、列表法、解析法)表示函数;
- ③ 分段函数的有关问题.

新课标中对映射的概念要求很低,因此高考中极少涉及.定义域问题既可以直接考查,也可以间接考查,但值域问题一般都有难度,虽然课本上出现较少,但高考中却时常出现,因此对一些常用方法要熟练掌握.分段函数高考中涉及很多,且有时题目还有一定难度,要引起足够重视,对常见的处理方法也要熟练掌握.

本部分的另一个重点内容是函数的图象,在高考中考查较多,且花样经常翻新,常见题型有画图、给定函数判定图象的大致形状、根据图象判断函数性质、结合图象灵活解决某些问题等.有时还将一个函数与其导函数的图象或实际问题联系起来,灵活性较大.要熟练掌握一些重要函数的图象,如一次函数、二次函数、三次函数、指数函数、对数函数、幂函数、三角函数等.

知识梳理

1. 函数的概念

(1) 定义:设 A, B 是 _____, 如果按照某种确定的对应关系 f , 使对于集合 A 中的任意一个数 x 在集合 B 中都有 _____ 和它对应, 那么就称 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数, 记作 $y = f(x), x \in A$. 其中 x 叫做自变量, x 的取值范围 A 叫做函数的 _____; 与 x 的值相对应的 y 的值叫做函数值, 函数值的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ 叫做函数的 _____. 值域是集合 B 的子集.

(2) 函数的三要素: _____、_____及 _____ 称为函数的三要素. 在函数的三要素中起决定性作用的是 _____ 及 _____, 定义域及对应关系确定了, 这个函数就唯一确定了.

2. 映射

设 A, B 是两个集合, 如果按照某种确定的对应关系 f , 使对于集合 A 中的任意一个元素在集合 B 中都有唯一确定的元素和它对应, 那么这样的对应就称为从集合 A 到集合 B 的映射, 记作 $f: A \rightarrow B$.

函数是特殊的映射: 集合 A, B 都是数集. 映射是特殊的对应: 不允许一对多.

3. 函数的表示方法

函数的表示方法主要有三种: _____、_____、_____.

分段函数: 在定义域的不同部分上有不同的解析式, 这样的函数称为分段函数.

4. 定义域的求法

(1) 通常情况下, 定义域是由使表达式有意义的所有自变

量的值构成的集合. 常见情况有: $\frac{g(x)}{f(x)}$: _____, $\sqrt[n]{f(x)}$ ($n \in \mathbb{N}^*$): _____, $f(x)^0$: _____, $\log_{f(x)} g(x)$: _____, $\tan x$: _____.

(2) $f(x) (x \in A)$ 形式的函数其定义域为 A , 而不是使表达式有意义的所有自变量的值构成的集合.

(3) 当变量有实际意义时, 要考虑自变量的实际意义.

考点透析

考点4. 求函数的定义域

求函数定义域是常考题型, 一般要结合不等式以及基本初等函数的性质等. 具体函数的定义域是该题型的重点. 有些题目有一定的灵活性. 注意定义域一定要写成集合或区间的形式.

例1 (1) 求函数 $y = \frac{(x+1)^0}{\sqrt{|x|-x}}$ 的定义域.

(2) 若函数 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 求 $f(x)$ 的定义域.

(3) 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 求 $f(2x-1)$ 的定义域.

解析 (1) 由 $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ |x|-x > 0 \end{cases}$ 解得 $x < 0$ 且 $x \neq -1$. 故函数 $y = \frac{(x+1)^0}{\sqrt{|x|-x}}$ 的定义域为 $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$.

(2) $\because$ 函数 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[0, 1]$, $\therefore 0 \leq x \leq 1$, $\therefore -1 \leq 2x-1 \leq 1$.

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 1]$.

(3) 由 $0 \leq 2x-1 \leq 1$, 得 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$, $\therefore$ 函数 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[\frac{1}{2}, 1]$.

老王提醒:

对于已知表达式的函数求定义域问题, 要明确常见的约束条件. 表达式未知的函数(抽象函数)的定义域问题, 除了注意函数定义域的意义外, 还要注意对应关系所作用的对象取值范围是不变的, 即 $f(\star)$ 中 $\star$ 处无论是单个字母还是表达式, 对同一个函数而言, 其范围相同.

变式1: (1) 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 $[a, b]$, 其中 $a < 0 < b, |a| > b$. 求函数 $g(x) = f(x) + f(-x)$ 的定义域.

(2) 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$. 试求函数 $y = f(x+a) + f(x-a) (a > 0)$ 的定义域.

考点 5. 求函数的解析式

求函数的解析式是一种重要题型,高考中考查频率相当高.形式多种多样,有时是根据一个抽象表达式求函数表达式,有时根据实际问题求函数表达式,有时是知道函数某一部分的图象或表达式,求其他部分的表达式等等.

例2 (1)已知 $f(2x+1)=4x^2-2x$,求 $f(x)$;

(2)已知 $f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=2x+3$,求 $f(x)$.

解析 (1)题常见方法有三种:凑左边、凑右边和换元法,解题时可以合理选用.(2)题关键是利用好 x 与 $\frac{1}{x}$ 互为倒数这个关系,构造方程组解决问题.

(1)解法一(凑右边) $f(2x+1)=(2x+1)^2-3(2x+1)+2$,
 $\therefore f(x)=x^2-3x+2$.

解法二(凑左边) $f(x)=f\left(2\times\frac{x-1}{2}+1\right)=4\left(\frac{x-1}{2}\right)^2-2\left(\frac{x-1}{2}\right)=x^2-3x+2$.

解法三(换元法)设 $2x+1=t$,则 $x=\frac{t-1}{2}$, $\therefore f(t)=4\left(\frac{t-1}{2}\right)^2-2\left(\frac{t-1}{2}\right)=t^2-3t+2$,
 $\therefore f(x)=x^2-3x+2$.

(2)将等式中每个 x 都换成 $\frac{1}{x}$,得 $f\left(\frac{1}{x}\right)+2f(x)=\frac{2}{x}+3$,

与原式联立,得 $\begin{cases} f(x)+2f\left(\frac{1}{x}\right)=2x+3, & \text{①} \\ f\left(\frac{1}{x}\right)+2f(x)=\frac{2}{x}+3, & \text{②} \end{cases}$

(② $\times 2$ -①) $\div 3$ 得 $f(x)=\frac{4}{3x}-\frac{2x}{3}+1$.

老王提醒:

(1)的3种解法各有特点,是解该类问题的通法.对不同的题来讲3种方法并不总是都行得通,因此最好都掌握住并能灵活运用.这种题型在高考中经常作为大题的一部分出现,因此要引起足够重视.(2)的解法中用到了方程思想,并灵活运用了 x 与 $\frac{1}{x}$ 互为倒数这个关系,构造了一个含有 $f(x)$ 和 $f\left(\frac{1}{x}\right)$ 的方程组.这些都是重要的思想方法,创新题型往往由此产生.

变式2: (1)已知 $f(x+1)=2x^2+1$,求 $f(x-1)$.

(2)已知 $3f(x)-2f(-x)=2x^2-3$,不求 $f(x)$ 的解析式直接求 $f(0), f(2)$.

考点 6. 分段函数求值

分段函数求值是高考的热点之一,一般以选择或填空的形式给出,难度较小.有时会出现已知函数值反求自变量的题目,思考时要全面.有时还会与不等式结合.

例3 函数 $f(x)=\begin{cases} \sin(\pi x^2), & -1<x<0, \\ e^{x-2}, & x\geq 0 \end{cases}$,若 $f(2)+f(a)=2$,求 a 的值.

解析 可先求出 $f(2)$,再根据 $f(a)$ 的值反求 a .

$f(2)=e^{2-2}=1$, $\therefore f(a)=2-f(2)=1$.

当 $a\geq 0$ 时, $f(a)=e^{a-2}=1$, $\therefore a=2$.

当 $-1<a<0$ 时, $f(a)=\sin(\pi a^2)=1$.

$0<\pi a^2<\pi$, $\therefore \pi a^2=\frac{\pi}{2}$, $a=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

综上可知 $a=2$ 或 $a=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

老王提醒:

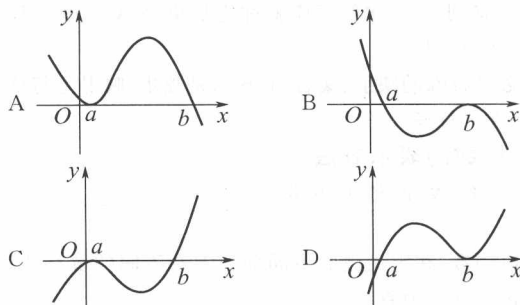
处理分段函数问题的原则是:分段函数分段处理,即通过分段讨论函数在各段上的性质而得到全局性质.由于这种题能很好地考查分类讨论的思想,因此高考命题者对分段函数特别青睐.

变式3: 设 $f(x)=\begin{cases} 2e^{x-1}, & x<2, \\ \log_3(x-1), & x\geq 2. \end{cases}$ 若 $f(f(a))=2$,求 a .

考点 7. 函数的图象

函数图象是高考又一点.题型既可能是选择题,也可能是填空题,大题中也经常出现.内容上既有普通初等函数,也有分段函数或复合函数.解决这类问题的关键是掌握好基本初等函数的图形和性质.

例4 (2009·安徽卷)设 $a<b$,函数 $y=(x-a)^2(x-b)$ 的图象可能是 ()



【答案】 C

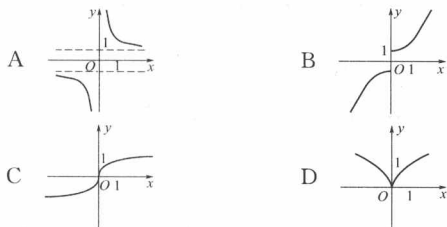
解析 当 $x<b$ 时, $y\leq 0$,只有 C 符合.



老王提醒:

该类问题的解法技巧是:认真分析函数性质,不求全面,巧妙利用某一个或几个特殊性质,对比各图形快速找到正确答案.

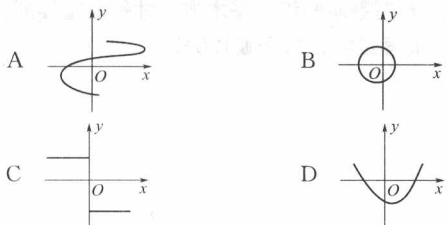
变式 4: (2009·山东卷)函数 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ 的图像大致为



课时作业

A 基础题自测

1. 下图中可以表示函数 $y=f(x)$ 的图象的一个是 ()



2. 下列对应是从集合 A 到 B 的映射的是 ()

(1) $A=\mathbf{N}, B=\mathbf{N}^*,$ 对应关系 $f: x \rightarrow y = |x-1|$;

(2) $A=\mathbf{R}, B=\mathbf{R},$ 对应关系 $f: x \rightarrow y = \frac{1}{x}$;

(3) $A=\mathbf{R}, B=\mathbf{R},$ 对应关系 $f: x \rightarrow y = x^2$;

(4) $A=\mathbf{N}, B=\mathbf{R},$ 对应关系 $f: x \rightarrow y = \pm\sqrt{x}$.

A. (3) B. (1)和(3)

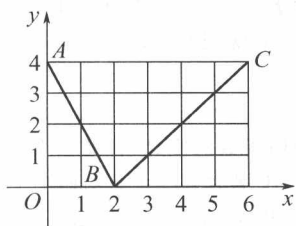
C. (2) D. (2)和(4)

3. 函数 $y = \sqrt{x(x-1)} - \sqrt{x}$ 的定义域为 ()

A. $\{x|x \geq 0\}$ B. $\{x|x \geq 1\}$
C. $\{x|x \geq 1\} \cup \{0\}$ D. $\{x|0 \leq x \leq 1\}$

4. 若 $f(x+1) = x^2 + 2x$, 则 $f(x) =$ _____, $f(x-1) =$ _____.

5. 如图, 函数 $f(x)$ 的图象是折线段 ABC , 其中 A, B, C 的坐标分别为 $(0, 4), (2, 0), (6, 4)$, 则 $f(f(f(0))) =$ _____.



6. 已知 $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$, 则 $f(x)$ 的解析式为 _____.

B 中档题演练

1. 集合 $M=\{a, b, c\}, N=\{-1, 0, 1\}$, 映射 $f: M \rightarrow N$ 满足 $f(a)+f(b)+f(c)=0$, 那么映射 $f: M \rightarrow N$ 的个数是 ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

2. (2009·福建卷) 下列函数中, 与函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 有相同定义域的是 ()

A. $f(x) = \ln x$ B. $f(x) = \frac{1}{x}$

C. $f(x) = |x|$ D. $f(x) = e^x$

3. (2009·山东卷) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(4-x), & x \leq 0, \\ f(x-1) - f(x-2), & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(3)$ 的值为 ()

A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

4. 若 $f(x^2-1)$ 的定义域为 $[-1, 2]$, 则 $f(x)$ 的定义域为 ()

A. $[0, 4)$ B. $[-2, 1)$ C. $[0, 3)$ D. $[-1, 3)$

5. (2009·天津卷) 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & x \geq 0, \\ x + 6, & x < 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(x) > f(1)$ 的解集是 ()

A. $(-3, 1) \cup (3, +\infty)$ B. $(-3, 1) \cup (2, +\infty)$

C. $(-1, 1) \cup (3, +\infty)$ D. $(-\infty, 3) \cup (1, 3)$

6. 函数 $y = \sqrt{32-2x^2} + \lg \sin x + \frac{1}{x^3}$ 的定义域是 _____.

7. 设 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的函数, 且满足 $f(0)=1$, 并且对任意的实数 x, y 都有 $f(x-y) = f(x) - y(2x-y+1)$, 求 $f(x)$.

C 难题我破解

1. 若函数 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, 求 $f(1) + f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f(4) + f\left(\frac{1}{4}\right)$.

2. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{ax+b}$, $f(2)=1$ 且方程 $f(x)-x=0$ 有唯一解, 求 $f(x)$ 的解析式.