

修正課程標準適用

高中平面幾何學

上 冊

編 者 吳 在 淵
張 鵬 飛

上海中華書局印行

民國二十六年八月初版

修正課程標準適用

高中平面幾何學(全二冊)

◎上册實價國幣六角

(郵運匯費另加)

編者 吳在淵 張鵬飛

發行者 中華書局有限公司
代表人 路錫三

印刷者 上海中華書局印刷所

總發行處 上海福州路中華書局發行所

分發行處 各埠中華書局



編輯大意

一本書遵照二十五年六月教育部新頒高級中學算學課程標準編輯，供高級中學甲乙兩組教學平面幾何學之用。

二、高中教材與初中教材應有切實聯絡，故本書以初中幾何學教材為基礎，一方普遍補充，一方適度推進，如水之渦動，必愈轉而愈廣，亦愈轉而愈深，務使溫故知新，少困難而多興趣，不廢前功而益見後效。

三、初中幾何，重實驗而輕理論，雖由實例特例歸納成為通則，而特例殊不完備，仍難窺其全豹，今用啓發式之解剖，使經第二次之充分研究，而達徹底明瞭之境。

四、初中幾何，多片斷而少系統，雖有少數通則，常為範圍稍廣之特例，而通則與通則間之關係，皆缺而不論，今一一由比較而綜合，不惟利於理解及記憶，尤便於運用與發展。

五、幾何研究圖之理，亦研究理之圖，而軌跡實大有助於此二者，故本書對於推證理性、畫法及軌跡之各方法皆論之特詳，且舉例甚多，均合實用，非祇具板滯之程式，反使敏捷者亦不敏也。

六、邏輯次序雖應遵守，然亦不能過於拘泥。幾何

理性,常有先後可互易者,甲前乙後,固應以甲證乙,然以乙證甲之法亦不可不研究,不但因各書之次序不同,而舉以告人時,人不知甲而知乙,若仍以甲證乙,人將益茫然也。

七.本書對於一理一法,常從許多方面研究,詳而且盡,正式之說明甚簡,而含於習題內者甚多,示學者以探求之途徑,培養其良好之習慣

八.本書對於新理新法,從舊理舊法引導而來,復就新理新法,指示其與前後之關係,使學者知治算學之方法,增加其發明之能力。

九.習題製作及排配,力求審慎,務使無一廢題,不置一題於不適當之處。

十.字句符號,力求正確,不襲以前之含糊與謬誤。

十一.編者根據多年經驗及各地教師通信,各方都略有新貢獻,惟事冗而時促,思慮未周,或所不免,務希閱者指正爲幸。

修正課程標準適用

高中平面幾何學

上 冊

目 次

第一編	幾何學之目的及根據	1—14
第二編	直綫圖及證法	15—136
第一章	角之關係及垂綫平行綫	15
第二章	三角形之性質及關係	33
第三章	多角形之性質及關係	67
第四章	對稱形共綫點共點綫及軌跡	85
第五章	證理題之討論	100
第六章	計算	127
第三編	圓圖軌跡及畫法	137—228
第一章	一圓及等圓之性質	137
第二章	內外接切及共圓點	157
第三章	二圓之關係及性質	171
第四章	軌跡及軌跡題之討論	184

第五章	畫圖及畫圖題之討論.....	197
第六章	計算.....	219
中西名詞對照表		
西中名詞對照表		

修正課程標準適用

高中平面幾何學

上 冊

第一編

幾何學之目的及根據

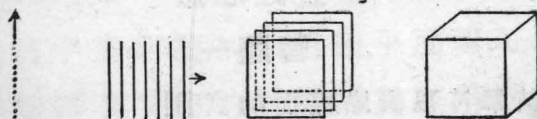
1. 幾何學之研究對象

幾何學以何物爲研究的對象？

幾何學研究體、面、綫、點及其集合之形。

(一)就靜的一面講，物所佔的空間皆是體，體極薄卽是面，面極狹卽是綫，綫極短卽是點。

(二)就動的一面講，點動可成綫，綫動可成面，面動可成體。



所以體、面、綫、點，稱爲幾何學之四元素。

平面幾何學，研究點、綫組成同平面內之形；

立體幾何學,研究點,綫,面組成空間之形.

2. 幾何學之研究目的

幾何學以何事為研究之目的?

初中幾何從實驗入手,以應用為歸,觀察實物散布的情狀,或更實行測量,發見許多形象的性質及彼此間的關係,由此獲得圖的繪畫及計算之技能,可以解決生活內科學內的實際問題,理論略而應用詳.

高中反是,理論為主而應用為輔,切實研究探討的方法與敘說的程式,其主要之目的,在整理吾人之思想,使其有條不紊而循序發展,可以自求上進而不能自己.

所以思路清楚的人,學幾何較容易;幾何愈精熟的,思路亦愈清楚!

研究

探討方法

敘說程式

整理思想

習題一

1. 試舉可以表點,綫,面的實例

2. 試舉所知之面與體

3. 試說:

(1)點與點的位置關係,

(2)點與綫的位置關係,

(3)綫與綫的位置關係!

4.試說下列各理的實驗法!

(1)三角形三角之和等於一平角.

(2)等半徑之圓全等.

(3)角錐之體積,等於等底等高的角柱三分之一.

5.試說前題之(1),可從何理探得,討論有無限制!

6.試依第4題之(1)繪圖,並取簡明的程序及格式敘清題義說明根據!

7.用正確的方法探討並用適宜的程式敘說,謂之推證. 試舉實例比較推證法與實驗法的優劣!

3. 幾何學之名詞

無名稱的事物,敘述決難清楚,無名稱的理、法,說明亦不容易,然離事、物、理、法而空舉其名,若不加以解釋,則此抽象之觀念,令人暗中摸索,更難免於誤會.

在高中幾何裏,如點、直綫、平面等,可看圖或實例,不能再有明白的解釋,稱為無解釋的名詞;其餘須用無解釋及已解釋之名詞,先給以適當之解釋而後用之,庶免含糊亂用,張冠李戴.

無解釋的名詞→已解釋的名詞

一切的名詞

4. 名詞的定義

名詞的適當解釋即定義。

定義須就名詞表示的觀念，指出所屬的最近種類及其異於同種類裏它族觀念的特徵，如：

(1) 有兩隣邊相等的 平行四邊形 爲菱形。

異於矩形等等的性質 所屬最近種名

(2) 各角依次相等且各雙對應邊之比率相同的
特徵

兩個多角形 爲相似形。

所屬

平常遇甲、乙二人，甲爲父而乙爲子，對於不識甲者，可告以甲是乙之父，對於不識乙者，亦可告以乙是甲之子；但在我們幾何學裏，如以直綫釋方向，即不能以方向釋直綫，犯循環顛倒之病。至於所舉特徵，多寡亦須恰當，多則如“四邊皆等的平行四邊形爲菱形”而難免迷惑，少則如“各角依次相等的兩個多角形爲相似形”而不能確定，前者之害尙小，而後者之害實大。

習題二

1. 試改第 4 段裏菱形、相似形定義的形式！

2. 試說角的動靜兩方面之定義！

3. 試說下列各名詞的定義！

垂綫、平行綫；

角的平分綫、綫段的垂直平分綫；

三角形的中綫、高綫、圓的徑、弦、割綫、切綫。

4. 試說下列各名詞的定義！

矩形、梯形、箏形；

正方形、正多角形；

多角形的內角、外角、圓心角及圓周角。

5. 試說下列各名詞的定義！

全等、相等、大於、小於；

垂直、平行、內接、外切。

6. 試說前題各名詞的用法！

7. 試改正下列各定義！

(1) 大於銳角小於鈍角的角爲直角。

(2) 有二邊相等二角相等的三角形爲等腰三角形。

(3) 頂在圓周內的角爲圓周角。

(4) 各邊皆等各角皆等的平面形爲正多角形。

8. 爲初學容易明白起見,正方形的定義,或作“四角皆是直角的菱形爲正方形.”,試指出其弊病而改正之!

5. 幾何理之根據

真理應有實據,實據未得,則真僞莫辨,不可妄信;但甲理須有乙理爲根據,乙理又須有丙理爲根據,順次追求不已,最後必有無根據的,與無解釋的名詞相似,吾人不能再尋根究底而不直接承認。

在我們幾何學裏,此無根據之理,一部爲常識,一部爲公理;其餘有根據的,皆應稱爲定理。所以:

我們幾何理之根據爲

{	(一)公理,
	(二)常識,
	(三)名詞的定義,
	(四)已知爲真的定理

高中幾何,尙不十分嚴謹;在極嚴謹的幾何學裏,公理須極完備,而不能用公理外之常識。

6. 公理

幾何研究形象的量及位置,量亦爲算術、代數所研究者,而位置之研究,則專屬於幾何;所以公理祇關於量者稱爲普通公理,關於位置者,稱爲幾何公理。

(一)普通公理

(I) 全量等於其各部份之和.

(II) 等於同量之二量相等.

等於等量之二量相等.

(III) 同量加等量或等量加同量,其和相等.

等量加等量,其和相等.

(IV) 同量減等量或等量減同量,其差相等.

等量減等量,其差相等.

(V) 同量或等量之同倍量相等.

(VI) 同量或等量之同分量相等.

(VII) 全量大於其任意部份.

(VIII) 甲量比乙量大,則甲之等量比乙量大,

乙之等量比甲量小.

(IX) 甲量大於乙量,乙量大於丙量,則甲量

大於丙量.

(X) 不等量加同量或等量,同量或等量加

不等量,和皆不等,含不等量之大者和亦大,含小者和亦小.

(XI) 不等量減同量或等量,差皆不等,原大

者差亦大,原小者差亦小.

(XII)同量或等量減不等量差皆不等,所減者大其差小,所減者小其差大.

(二)幾何公理 以平面爲限.

(I) 一綫段內可有無窮個點,含一點可有無窮個直綫.

(II) 綫段爲其兩端爲界的最短路徑.

(III) 取一點與一直綫,則點在直綫內或外,二者必居其一.

取一點與一圓周,則點在圓周內或外,二者必居其一.

(IV) 二點在一直綫兩側,則聯綫必與此直綫相交.

二點在一圓周兩側,則其聯綫必與此圓周相交.

(V) 含二點的直綫祇限於一.

一部重合的直綫卽全重合.

(VI) 不重合的二直綫,或能交於一點,或平行,二者必居其一.

(VII) 含一點而平行於一直綫的它直綫,祇限於一.

(VIII) 各形皆可不改形狀大小而任意變其位置.

(IX) 全相重合之形大小相等.

(X) 等綫段及等角,皆可完全重合.

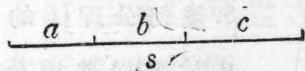
注意 本書言甲減乙,即甲爲被減者;若言甲、乙之差,則以大的爲被減者.

習題三

1. 試用代數等式表普通公理之關於等量者!

舉例 (1) $s = a + b + c$ 普

通公理(I)



(2) 若 $a = c, b = c$, 則 $a = b$.

若 $a = b$, 而 $c = a, d = b$, 則 $c = d$.

} 普通公理(II)

2. 試用代數不等式表普通公理之關於不等量者!

3. 試用代數等式表普通公理之關於不等量者!

4. 普通公理(II), (III), (IV)的一部實可從餘一部推出,不過因應用極廣闊亦作公理看待. 試詳說可以推出之故!

舉例 若 $a = b, c = d$, 則 $a + c = b + c = b + d$ 普通公理(III).

5. 普通公理(V), (VI)亦可從它公理推出. 試詳說

可以推出之故!

舉例 若 $\frac{a}{n} \neq \frac{b}{n}$, 則 n 個 $\frac{a}{n}$ 的和 $\neq n$ 個 $\frac{b}{n}$ 的和, 即 $a \neq b$; 所以 $a = b$, 必定 $\frac{a}{n} = \frac{b}{n}$, ……普通公理 (VI).

6. 凡量皆可以等量代. 試用此法說明普通公理!

7. 幾何公理 (I) 的前半, 實可從 “在一直線之內, 任意二點之間或不在此二點間, 至少能取一第三點.” 推出, 不過因後者意義太艱深而以前者為代. 試詳說可以推出之故!

8. 幾何公理 (I) 的後半, 可從何理推出?

9. 試舉從普通公理容易推出之理!

10. 試舉可以作公理看的常識!

舉例 甲綫段之一端與乙綫段一端重合, 而它端在乙綫段之內不與乙綫段它端重合, 則甲小於乙.

7. 幾何圖之根據

幾何研究者形, 而為研究之憑藉者為圖. 圖在幾何學裏, 佔首要之位置, 其基本之根據為公設, 與公理為理之基本根據相似. 所以:

我們幾何圖之根據為 { (一) 公設, (二) 常識, (三) 名詞的定義, (四) 公理及已知為真的定理. }

公設外的常識，亦為嚴謹之幾何學所須避者。

8. 公設

下所舉之公設亦以平面為限。

- (I) 可用直綫規畫含二定點的一個直綫。
- (II) 可用直綫規延長一定綫段的任一端。
- (III) 可用圓規畫一定點為心一定長綫段為半徑的一個圓周。

理論幾何學裏，除直綫規及圓規外，其餘如三角板、平行規、量角器等，皆不許用；所以可畫之圖且非任意畫者，皆不能出此三者之範圍。

注意 非普通幾何學之解析幾何學，畫圖須用曲綫板等，因曲綫不用特製儀器不能畫也。

習題四

1. 試舉可以作公設看的常識！

舉例 (1) 可畫任意直綫。

(2) 可截取一直綫的一部，使等於它一綫段

2. 含一點的直綫有幾條，含二點的直綫有幾種，試畫圖以明之！

3. 綫段一端延長成何綫，兩端延長成何綫？

4. 試畫半徑不等的同心圓周及不同心圓周！