

21世纪高等学校电子信息工程规划教材

可下载教学资料
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

数字信号处理

——原理与实践（第2版）

方 勇 主编



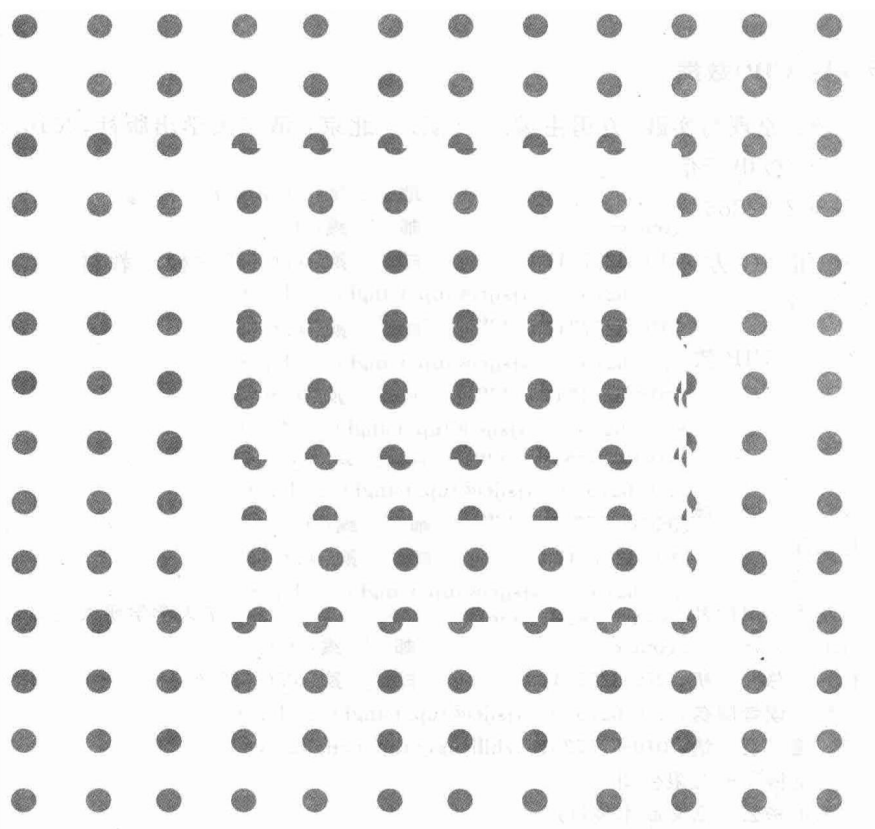
清华大学出版社

21世纪高等学校电子信息工程规划教材

数字信号处理

——原理与实践（第2版）

方 勇 主编



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书全面而又系统地介绍了数字信号处理的基本理论和基本方法,大量引入应用实例,将理论与应用相融合,在学习理论知识的同时,强化学生的工程应用能力,并将 MATLAB 软件引入到教学中,结合实验加强学生对基本知识的理解,提高解决实际问题的能力,为培养创新型工程技术人才打下坚实的基础。

本书共分为 5 章,第 1 章介绍数字信号、数字信号处理的基本知识,以及结合 MATLAB 的信号系统分析方法;第 2 章讨论数字信号处理基本工具:傅里叶变换与分析;第 3 章介绍数字滤波器的基本理论、设计方法;第 4 章简要介绍了现代数字信号处理有效工具:小波变换及分析;第 5 章简述数字信号处理器(DSP)硬件实现的特点和方法。

本书适宜作为高等院校信息、通信、电子类专业本科生数字信号处理课程的教材,也可供从事数字信号处理工作的工程技术人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理:原理与实践/方勇主编.—2 版.—北京:清华大学出版社,2010.8
(21 世纪高等学校电子信息工程规划教材)

ISBN 978-7-302-22886-8

I. ①数… II. ①方… III. ①数字信号—信号处理—高等学校—教材
IV. ①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 099889 号

责任编辑:魏江江 顾 冰

责任校对:焦丽丽

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62795954,jsjic@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015,zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:北京富博印刷有限公司

装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:15.5 字 数:372 千字

版 次:2010 年 8 月第 2 版 印 次:2010 年 8 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:25.00 元

产品编号:033872-01

出版说明

随着我国高等教育规模的扩大和产业结构调整的进一步完善,社会对高层次应用型人才的需求将更加迫切。各地高校紧密结合地方经济建设发展需要,科学运用市场调节机制,合理调整和配置教育资源,在改革和改造传统学科专业的基础上,加强工程型和应用型学科专业建设,积极设置主要面向地方支柱产业、高新技术产业、服务业的工程型和应用型学科专业,积极为地方经济建设输送各类应用型人才。各高校加大了使用信息科学等现代科学技术提升、改造传统学科专业的力度,从而实现传统学科专业向工程型和应用型学科专业的发展与转变。在发挥传统学科专业师资力量强、办学经验丰富、教学资源充裕等优势的同时,不断更新其教学内容、改革课程体系,使工程型和应用型学科专业教育与经济建设相适应。

为了配合高校工程型和应用型学科专业的建设和发展,急需出版一批内容新、体系新、方法新、手段新的高水平电子信息类专业课程教材。目前,工程型和应用型学科专业电子信息类专业课程教材的建设工作仍滞后于教学改革的实践,如现有的电子信息类专业教材中有不少内容陈旧(依然用传统专业电子信息教材代替工程型和应用型学科专业教材),重理论、轻实践,不能满足新的教学计划、课程设置的需要;一些课程的教材可供选择的品种太少;一些基础课的教材虽然品种较多,但低水平重复严重;有些教材内容庞杂,书越编越厚;专业课教材、教学辅助教材及教学参考书短缺,等等,都不利于学生能力的提高和素质的培养。为此,在教育部相关教学指导委员会专家的指导和建议下,清华大学出版社组织出版本系列教材,以满足工程型和应用型电子信息类专业课程教学的需要。本系列教材在规划过程中体现了如下一些基本原则和特点:

(1) 系列教材主要是电子信息学科基础课程教材,面向工程技术应用的培养。本系列教材在内容上坚持基本理论适度,反映基本理论和原理的综合应用,强调工程实践和应用环节。电子信息学科历经了一个多世纪的发展,已经形成了一个完整、科学的理论体系,这些理论是这一领域技术发展的强大源泉,基于理论的技术创新、开发与应用显得更为重要。

(2) 系列教材体现了电子信息学科使用新的分析方法和手段解决工程实际问题。利用计算机强大功能和仿真设计软件,使电子信息领域中大量复杂的理论计算、变换分析等变得快速简单。教材充分体现了利用计算机解决理论分析与解算实际工程电路的途径与方法。

(3) 系列教材体现了新技术、新器件的开发应用实践。电子信息产业中仪器、设备、产品都已使用高集成化的模块,且不仅仅由硬件来实现,而是大量使用软件和硬件相结合的方法,使产品性价比很高。如何使学生掌握这些先进的技术、创造性地开发应用新技术是本系列教材的一个重要特点。

(4) 以学生知识、能力、素质协调发展为宗旨,系列教材编写内容充分注意了学生创新能力和实践能力的培养,加强了实验实践环节,各门课程均配有独立的实验课程和课程

设计。

(5) 21 世纪是信息时代,学生获取知识可以是多种媒体形式和多种渠道的,而不再局限于课堂上,因而传授知识不再以教师为中心,以教材为唯一依托,而应该多为学生提供各类学习资料(如网络教材,CAI 课件,学习指导书等)。应创造一种新的学习环境(如讨论,自学,设计制作竞赛等),让学生成为学习主体。该系列教材以计算机、网络和实验室为载体,配有多种辅助学习资料,可提高学生兴趣。

繁荣教材出版事业,提高教材质量的关键是教师。建立一支高水平的以老带新的教材编写队伍才能保证教材的编写质量和建设力度,希望有志于教材建设的教师能够加入到我们的编写队伍中来。

21 世纪高等学校电子信息工程规划教材编委会

联系人: 魏江江 weijj@tup.tsinghua.edu.cn

第 2 版 前 言

本书出版已经四年,得到了广大读者的充分肯定。根据本书的教学理念和实际教学效果,在广泛听取教师、学生的意见后,我们对原书进行改版:

(1) 增加应用实例,基本做到理论与应用的交融,更有利于学生对概念的理解,同时培养了学生的应用能力。

(2) 增加了 MATLAB 的编程实例,充分调动学生的学习能力,以加深对知识的理解。

(3) 对习题部分进行了修订,减少了理论习题。

(4) 考虑到学生已经学习过“信号与系统”课程,第 1 章中关于离散信号与系统的基本知识不再介绍,而是用 MATLAB 通过实验的方式来巩固。

(5) 数字系统的网络结构调到第 3 章,与数字滤波器的设计结合介绍。

参加改版工作的有赵维杰、何超、周光荣和刘庆山。本书第 2 版得到了清华大学出版社的大力支持,同时本书也得到了上海大学教材出版基金的资助,在此表示衷心感谢!

书中错误和不当之处敬请读者不吝指正。

方 勇

2010 年 2 月

第 1 版前言

用数字化手段来处理信息的数字信号处理技术已经渗透到几乎所有的工程领域,如电子、通信、信息、生物医学工程、雷达、控制以及金融、证券等。近 40 年来数字信号处理理论与技术飞速发展,已经形成为一门具有广泛应用前景的学科,从事电子、通信、信息以及相关领域的工作人员都有必要学习和掌握数字信号处理理论和方法。本书以现代信号处理技术的应用为背景,突出数字信号分析与处理系统的基本原理和应用方法,全面系统地介绍了数字信号处理的基础概念、时域离散信号与系统的理论与分析方法、傅里叶变换与分析、数字滤波器的设计与实现、数字信号处理软硬件的实现,同时也引入了现代信号处理重要的工具——小波变换与分析,为读者掌握数字信号处理的理论及应用打下坚实的基础。

本书将基础理论与实际应用紧密结合,通过大量的应用实例,让读者在学习基础理论的同时,掌握数字信号处理技术的应用。本书不强调严密的数学理论,在算法设计方面并未给出详细的数学证明,有需要的学生可参阅其他书籍。本书用了较大的篇幅介绍了一些基本原理在实际问题中的应用方法,教师可讲解其中的一部分,其余大多数应用例子可供学生自行阅读,以加深学生对基本概念的理解,提高学习兴趣,扩大知识面。

本书改变了传统的单一的理论教学模式,将近几年国际流行的科学计算 MATLAB 软件引入到数字信号处理的教学中。随着 MATLAB 软件功能的日益增强,为数字信号处理提供了图形可视化计算手段,形象生动地揭示了算法设计及实现流程。通过 MATLAB 进行计算机仿真,能有效地提高数字信号处理课程的教学效果。本书配有大量的实验源程序。通过理论教学与实验相结合,使读者快速、直观地掌握数字信号处理的基础理论及分析方法,从而全面提高解决实际问题的能力。

本书前三章为本课程基本内容,后两章为扩展内容。由于 MATLAB 软件的仿真实验在数字信号处理教学中越来越重要,建议除课堂教学外,应再安排一定时数的实验课程。每章配有大量的习题,其中部分为理论概念的计算与证明题。部分习题需要通过 MATLAB 上机验证,只有通过大量的练习,才能掌握这门课程的基本方法。

应该指出,本书提供了大量实际应用的例子,但书中所提供的解决方案并非是最优的。随着数字信号处理技术的发展,新技术、新算法不断涌现,我们的目的只是给读者一个应用所学的基本理论来解决实际问题的框架,大量的实际应用问题还有待于在专门领域中的进一步探讨。因此我们建议读者能结合所学内容广泛阅读相关文献。

本书由方勇主编。参加编校工作的还有曹文佳、张瑾、刘燕华、刘盛鹏,他们整理了大量资料,提出了有益的建议,并对书稿进行了校对,吴美武编写了 MATLAB 仿真实验,并对程序进行了调试。

因作者水平有限,书中错误和不当之处在所难免。敬请读者不吝指正。

本书得到上海大学教材建设基金资助。

方 勇

2010 年 4 月

目 录

第 1 章 数字信号处理概念	1
1.1 概述	1
1.1.1 数字信号	1
1.1.2 数字信号处理及实现方法	8
1.1.3 数字信号处理的特点	9
1.1.4 数字信号处理的应用	11
1.2 数字信号处理仿真工具 MATLAB 简介	14
1.2.1 MATLAB 与数字信号处理	14
1.2.2 序列运算、Z 变换及系统响应的仿真算法	15
1.2.3 MATLAB 应用举例	24
1.3 本章小结	29
习题	29
第 2 章 信号的傅里叶变换与分析	32
2.1 离散时间序列的傅里叶变换	32
2.1.1 DTFT 的定义	32
2.1.2 DTFT 的性质	36
2.2 周期序列的离散傅里叶级数及傅里叶变换表示式	46
2.2.1 离散傅里叶级数	46
2.2.2 傅里叶变换表示式	48
2.2.3 离散信号的傅里叶变换与模拟信号的傅里叶变换的关系	51
2.2.4 离散信号的傅里叶变换应用——语音合成	54
2.3 有限长序列的离散傅里叶变换	56
2.3.1 DFT 的定义	56
2.3.2 DFT 与 Z 变换、DTFT 的关系	59
2.3.3 DFT 的隐含周期性	60
2.3.4 DFT 的性质	62
2.4 频域采样定理	77
2.5 快速傅里叶变换	81
2.5.1 FFT 的基本思想	81

2.5.2	时域抽取法基 2FFT 基本原理	82
2.5.3	频域抽取法基 2FFT 基本原理	86
2.5.4	IDFT 的高效算法	89
2.5.5	大点数 FFT 算法的快速并行实现	91
2.6	DFT 的应用	91
2.6.1	计算线性卷积	92
2.6.2	信号的谱分析	95
2.6.3	实际应用举例	106
2.7	本章小结	110
	习题	111
第 3 章	数字滤波器设计	116
3.1	数字滤波系统的基本网络结构	116
3.1.1	数字滤波系统的基本概念	116
3.1.2	IIR 滤波系统的基本网络结构	117
3.1.3	FIR 滤波系统的基本网络结构	120
3.1.4	线性相位 FIR 滤波器零点分布特点	123
3.2	数字滤波器的基本概念	125
3.2.1	频率选择性滤波器	127
3.2.2	滤波器的技术指标	128
3.2.3	数字滤波器的设计方法	129
3.3	IIR 型滤波器的设计	130
3.3.1	模拟低通滤波器	130
3.3.2	巴特沃斯低通滤波器的设计	131
3.3.3	模拟滤波器的频率转换——模拟高通、带通 及带阻滤波器的设计	138
3.3.4	模拟与数字滤波器的转换方法	142
3.4	FIR 型滤波器的设计	156
3.4.1	线性相位 FIR 滤波器及其特点	156
3.4.2	利用窗函数法设计 FIR 滤波器	158
3.4.3	利用频率采样法设计 FIR 滤波器	173
3.4.4	FIR 滤波器的最优等波纹设计法	181
3.5	有限字长效应	185
3.5.1	数的表示方法对量化的影响	185
3.5.2	A/D 转换的量化效应	187
3.5.3	数字滤波器的有限字长效应	189
3.5.4	FFT 运算中的有限字长效应	195
3.6	本章小结	196
	习题	197

第 4 章 信号的小波变换与分析	200
4.1 小波变换	200
4.1.1 小波的基本概念	200
4.1.2 小波分析	203
4.1.3 小波分析与傅里叶分析的区别	204
4.2 连续小波变换	206
4.2.1 连续小波变换的定义	206
4.2.2 连续小波变换的性质	208
4.2.3 几种常用信号的连续小波变换	208
4.2.4 连续小波变换的应用举例	210
4.3 离散小波变换与多分辨率分析	211
4.3.1 离散小波变换与多分辨率分析的基本概念	211
4.3.2 快速离散小波变换的塔形算法	213
4.4 离散小波变换的应用	216
4.4.1 数据压缩	216
4.4.2 信号消噪	220
4.5 本章小结	223
第 5 章 数字信号处理器	224
5.1 引言	224
5.2 数字信号处理器的特点	225
5.2.1 功能特点	225
5.2.2 结构特点	225
5.2.3 典型的数字信号处理器	227
5.3 DSP 选型	229
5.4 DSP 系统开发	230
5.4.1 DSP 应用系统组成	230
5.4.2 DSP 应用系统的开发流程	230
5.5 部分数字信号处理器简介	232
5.6 本章小结	233
参考文献	234

第 1 章 数字信号处理基本概念

主要内容

- 数字信号与数字信号处理的基本概念；
- 数字信号处理仿真工具 MATLAB 简介；
- 序列分析与系统响应的仿真算法；
- 应用实例分析。

1.1 概述

人类已经进入了数字时代,数字信号处理已渗透到几乎所有科学技术领域,并进入人们的日常工作和生活之中。本节对数字信号以及数字信号处理进行介绍。

1.1.1 数字信号

信号有不同的表现形式,如电、磁、热、光、声等,为了对信号进行分析处理,大多数信号都是转换为电信号来进行处理的,如声音信号通过麦克风将声信号转变为电信号,数码照相机将物体的光信号产生电荷包,转变为二维栅上的电信号。这里所指的信号一般为电信号。

一个信号在任意时刻都有值,且可取连续值范围内的任意值,即它的时间变量是连续的,则称该信号为连续时间信号,俗称模拟信号,如正弦信号 $x_a(t) = \sin(\Omega_0 t)$ 声音信号及图像信号等,如图 1.1.1 所示。然而,模拟信号在任意时刻取值,不适合计算机处理。

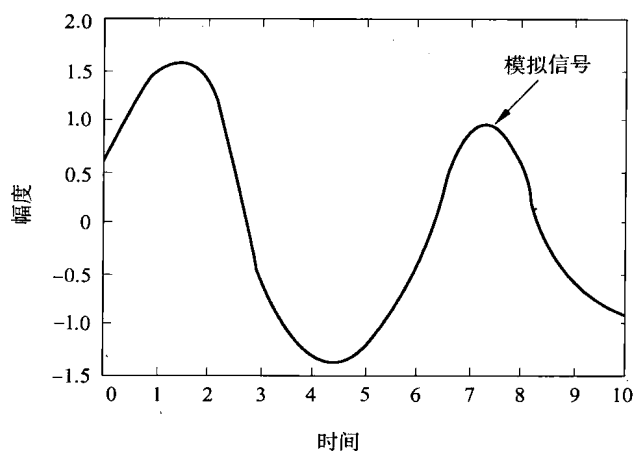


图 1.1.1 模拟信号实例

一个信号的时间变量是离散的,即它只在有限的时间点上取值,就称该信号为离散时间信号或序列,例如, $x(n)=\{0.25, 1.3, 0.5, -0.5, -1, -0.48, \dots\}$,其中0.25表示处在零位置的信号取值为0.25, $x(n)$ 如图1.1.2所示。人口统计数据、金融股票的交易等、每日的气象数据等等都是典型的离散时间序列。离散时间序列非常适合于计算机处理,是数字信号处理研究的主要对象。但在电子信息领域,需要处理的电信号通常是模拟信号,要对模拟信号进行数字处理,就必须要对信号进行转换,通过采样、量化后得到离散时间序列,这一过程可以由模数转换器(A/D)来完成。

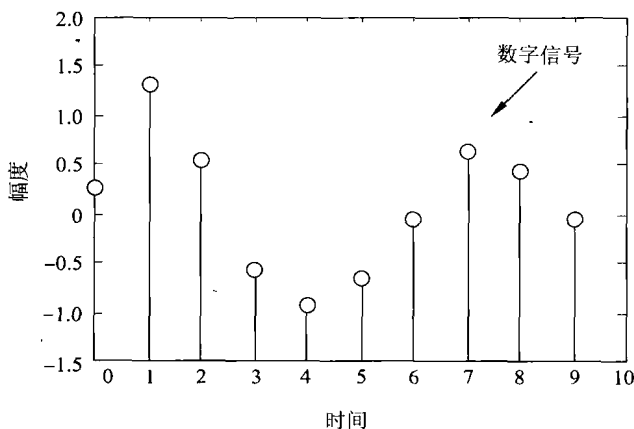


图 1.1.2 离散时间信号实例

如何对模拟信号采样,使得采样后的信号还保持原有的信息,能够还原出原信号是人们所关心的。数字信号处理的重要定理——采样定理给出了答案。

对模拟信号 $x_a(t)$ 进行等间隔采样,其物理意义是将模拟信号 $x_a(t)$ 送入一个电子开关,如图1.1.3(a)所示。该开关的作用等效为一个周期为 T 的矩形脉冲串 $P_T(t)$,每隔 T 秒闭合一次,采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 就是 $x_a(t)$ 与 $P_T(t)$ 相乘的结果。采样过程如图1.1.3(b)。如果电子开关合上时间 $\tau \rightarrow 0$,则形成理想采样,此时脉冲串变成单位冲激串 $P_\delta(t)$,其在每个采样点上强度为1。理想采样是将 $x_a(t)$ 乘以 T 为周期的冲激函数 $P_\delta(t)$,采样过程如图1.1.3(c)所示,用公式表示为

$$\hat{x}_a(t) = x_a(t)P_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(t)\delta(t-nT) \quad (1.1.1)$$

式中 $\delta(t)$ 是单位冲激信号,只有当 $t=nT$ 时,才可能有非零值,因此采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 可表达为

$$\hat{x}_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT)\delta(t-nT) \quad (1.1.2)$$

其中 T 为采样周期,其倒数 $1/T=f_s$,称为采样频率。采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 在每个采样点 $t=nT$ 上,信号的强度准确地等于对模拟信号的采样值 $x_a(nT)$ 。下面研究能否由采样信号不失真地恢复出原模拟信号,以及此时采样频率 f_s 与模拟信号最高频率 f_c 之间的关系。

信号 $x_a(t)$ 、 $\hat{x}_a(t)$ 、 $P_\delta(t)$ 的频谱可表达为

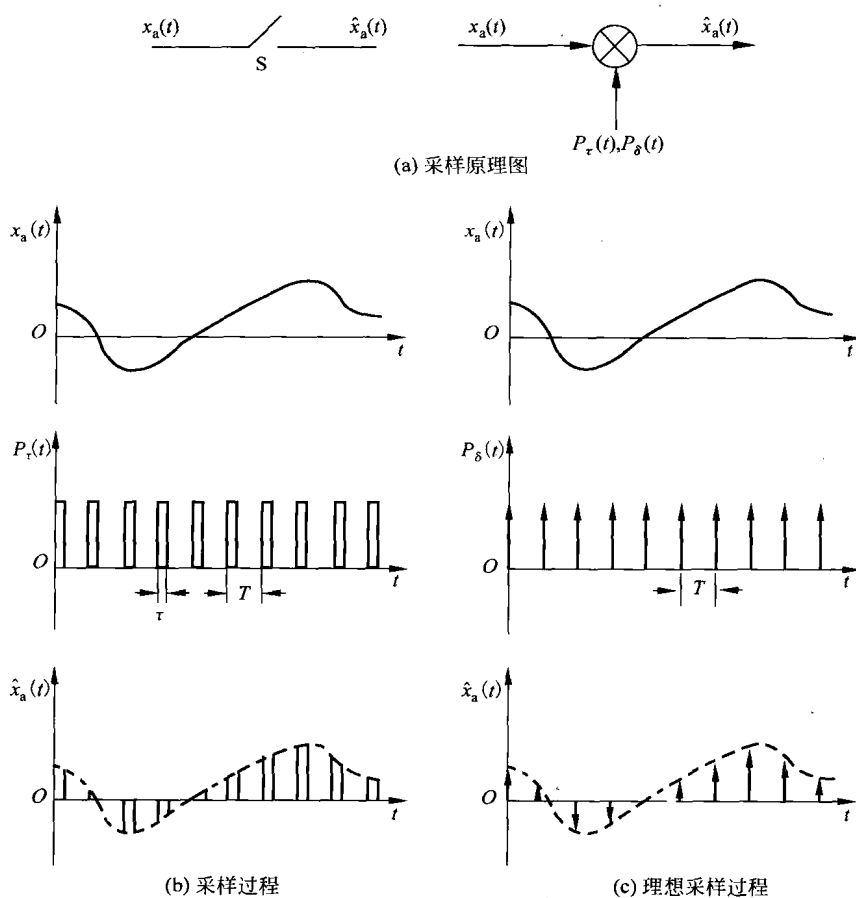


图 1.1.3 对模拟信号进行采样

$$X_a(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_a(t) e^{-j\Omega t} dt \quad (1.1.3)$$

$$\hat{X}_a(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{x}_a(t) e^{-j\Omega t} dt \quad (1.1.4)$$

$$P_\delta(j\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi a_k \delta(\Omega - k\Omega_s) \quad (1.1.5)$$

式中, $\Omega_s = 2\pi/T$, 称为采样角频率, 单位是弧度/秒(rad/s)。

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \delta(t) e^{-jk\Omega_s t} dt = \frac{1}{T} \quad (1.1.6)$$

因此

$$P_\delta(j\Omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k\Omega_s) = \Omega_s \delta_{\Omega_s}(\Omega) \quad (1.1.7)$$

$$\begin{aligned} \hat{X}_a(j\Omega) &= \frac{1}{2\pi} X_a(j\Omega) * \Omega_s \delta_{\Omega_s}(\Omega) \\ &= \frac{1}{T} X_a(j\Omega) * \delta_{\Omega_s}(\Omega) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a(j\Omega) * \delta(\Omega - k\Omega_s) \end{aligned} \quad (1.1.8)$$

式(1.1.8)表明,采样信号的频谱是由一系列形状相同的原信号的频谱进行周期延拓而成。幅度为 $1/T$ 加权,而相邻两个组成部分的中心频率间相隔一个采样频率 Ω_s ,即延拓周期为采样频率 Ω_s 。若 $x_a(t)$ 是带限信号,其最高截止频率为 Ω_c ,如图 1.1.4(a)所示。如果满足 $\Omega_s \geq 2\Omega_c$,即满足 $f_s \geq 2f_c$,基带谱与其周期延拓形成的频谱不发生重叠,如图 1.1.4(b)所示,可用低通滤波器完整地取出与原信号完全相同的频谱,否则将出现频谱混叠现象,如图 1.1.4(c)所示。因此,要不失真的恢复出原信号,必须满足如下采样定理。

如果连续信号 $x_a(t)$ 的频带有限,最高截止频率为 Ω_c ; 采样角频率满足 $\Omega_s \geq 2\Omega_c$,或频率满足 $f_s \geq 2f_c$,那么由采样信号可以不失真的恢复出原连续信号。这就是奈奎斯特采样定理。

为了将模拟信号转变为数字信号,模数转换器(A/D)还需要对采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 进行量化和编码。由采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 可得到一串采样点上的样本数据 $x_a(nT)$,这一串样本数据可视作离散时间信号或序列,用 $x(n)$ 表示,即

$$x(n) \triangleq x_a(t) \big|_{t=nT} \quad (1.1.9)$$

图 1.1.5 表示了由模拟信号采样转换的离散时间序列 $x(n)$ 。

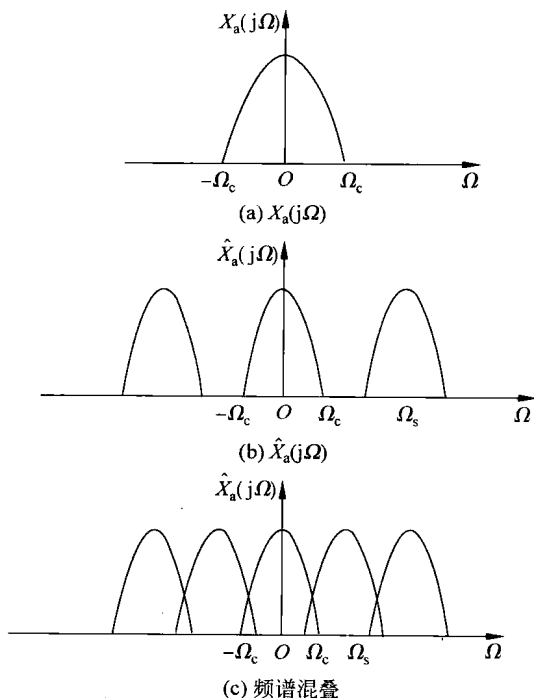


图 1.1.4 采样信号的频谱

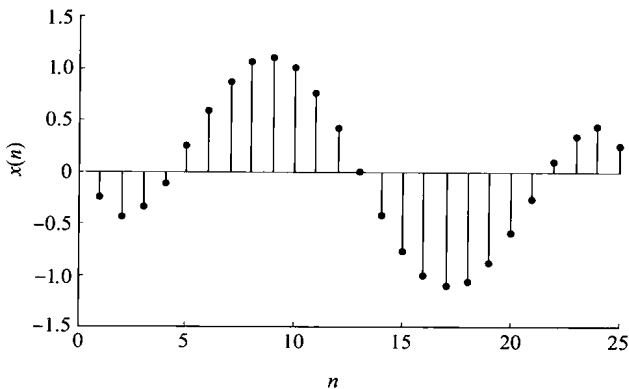


图 1.1.5 模拟信号采样转换的时域离散信号序列

例如: 模拟信号 $x_a(t) = \sin(2\pi ft + \pi/8)$, 其中 $f = 50\text{Hz}$, 选采样频率 $f_s = 200\text{Hz}$, 将 $t = nT$ 代入 $x_a(t)$ 中, 得到离散时间序列:

$$\begin{aligned}
 x(n) &= \sin\left(2\pi f n T + \frac{\pi}{8}\right), \quad T = \frac{1}{f_s} \\
 &= \sin\left(2\pi \frac{50}{200} n + \frac{\pi}{8}\right) \\
 &= \sin\left(\frac{1}{2}\pi n + \frac{\pi}{8}\right)
 \end{aligned}$$

当 $n = \dots, 0, 1, 2, 3, \dots$ 时, 得到序列 $x(n)$ 如下

$$x(n) = \{\dots, 0.382683, 0.923879, -0.382683, -0.923879, \dots\} \quad (1.1.10)$$

通过 A/D 转换, 将模拟信号转换为离散时间信号。准确地说, 离散时间信号还不是数字信号, 要使计算机能够对信号直接进行处理, 还将离散时间序列进行量化和编码。以式 (1.1.10) 为例, 按照 6 位二进制码进行量化编码 (包含一位符号位), 则得到数字信号 $\hat{x}(n)$ 如下

$$\hat{x}(n) = \{\dots, 0.01100, 0.11101, 1.01100, 1.11101, \dots\}$$

用十进制数表示的 $\hat{x}(n)$ 为

$$\hat{x}(n) = \{\dots, 0.37500, 0.90625, -0.37500, -0.90625, \dots\}$$

显然量化编码后的 $\hat{x}(n)$ 与原 $x(n)$ 不同。这样产生的误差称为量化误差, 可以通过增加量化比特数来降低这种量化误差, 使用 N 比特, 计算机可表示 2^N 个可能的值。比特数越多, 数字信号与模拟信号就越接近, 但计算的复杂度亦随之提高。

图 1.1.6 演示了 3 位模拟信号的采样、量化以及量化误差之间的关系。

一般地说, 用离散时间序列 $x(n)$ 表示数字信号更好, 因为 $x(n)$ 直观的反映了信号的增减变化, 而编码后的数字信号则不能。因此, 在对数字信号分析时大多采用离散时间序列 $x(n)$ 进行分析。在不混淆的情况下, 我们也将离散时间序列称为数字信号。

对于数字序列, 一个重要的概念就是数字频率。如果 $x(n)$ 是由一个周期为 $T_a = \frac{2\pi}{\Omega_a}$ 的模拟正弦信号 $x_a(t) = \sin(\Omega_a t)$ 采样而来的, 其模拟角频率为 Ω_a 弧度/秒 (rad/s), 设采样时间为 T , 则

$$x(n) \triangleq x_a(t) \big|_{t=nT} = \sin(\Omega_a nT) \quad (1.1.11)$$

令 $\omega_0 = \Omega_a T$, 则称 $\omega_0 = \Omega_a T$ 为序列 $x(n)$ 的数字频率, 单位为弧度 (rad)。设 f_s 为采样频率, $T = \frac{1}{f_s}$, 则

$$\omega_0 = \Omega_a T = \frac{\Omega_a}{f_s} = \frac{2\pi f_a}{f_s} \quad (1.1.12)$$

说明数字频率是模拟角频率对采样频率的归一化。

[例 1.1.1] 设 $x_a(t) = \cos(2\pi \times 1000t)$, 采样间隔为 $T = 0.25\text{ms}$, 求解该信号的模拟频率, 采样频率, 采样信号及其数字频率。

解: 模拟频率 $f_a = 1000\text{Hz}$, 采样频率 $f_s = \frac{1}{T} = 4000\text{Hz}$;

采样信号 $x(n) = x_a(t) \big|_{t=nT} = x_a(nT) = \cos(2\pi \times 1000nT) = \cos(\omega_0 n)$;

数字频率 $\omega_0 = 2\pi \cdot 1000 \cdot T = 0.5\pi\text{rad}$ 。

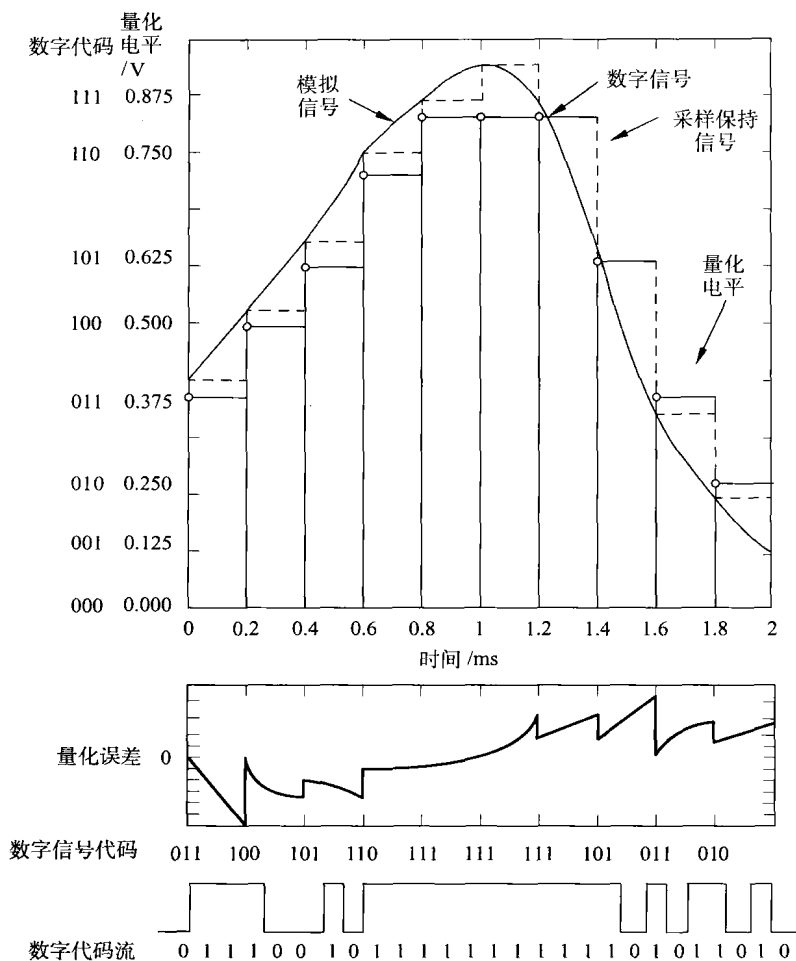


图 1.1.6 三比特 A/D 转换及串行数字比特流

〔例 1.1.2〕 连续信号 $h(t)$ 的频谱 $|H(j\Omega)|$ 如图 1.1.7 所示, 现用两种频率采样, (1) $f_s = 3\text{kHz}$, (2) $f_s = 5\text{kHz}$, 要求分别画出采样信号的频谱图 $|\hat{H}(j\Omega)|$, 并指出所得采样序列的数字频谱 ω 与频率 f 之间的关系。

解: (1) 由已知

$$\Omega_c = 2\pi \times 2000(\text{rad/s}) \quad f_c = 2000\text{Hz}$$

$$\Omega_s = 2\pi \times 3000(\text{rad/s}) \quad f_s = 3000\text{Hz}$$

当 $f_s = 3\text{kHz}$ 时, f_s 小于 $2f_c$, 此时不满足采样定理, 所以采样后的频谱有混叠, 如图 1.1.8 所示。

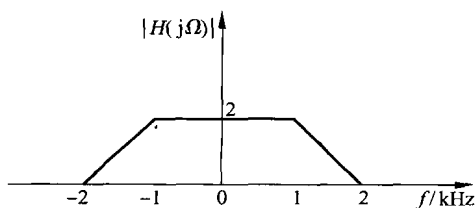


图 1.1.7 例题 1.1.2 图

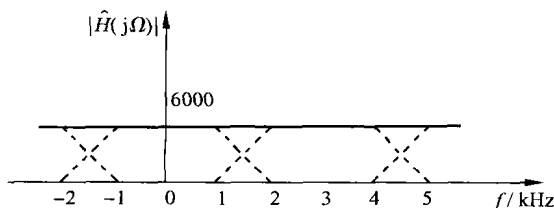


图 1.1.8 例题 1.1.2 图