



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

信号与系统

Signals and Systems

— 张永瑞 主编 —

免费提供
教学资源



科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

信号与系统

张永瑞 主编

尚 宇 曹建忠 副主编

强 彦 赵涓涓 杨 乐 参编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。根据教育部电子信息类专业教学指导委员会修订的“信号与系统”课程基本要求,并充分考虑各院校新一轮修订专业教学计划中该课程的学时数及现代电子科技发展
的新趋势、新潮流编写而成。其主要内容包括:信号与系统的基本概念、
连续时间信号与系统的时域分析、连续信号与系统的实频域分析、连续信
号与系统的复频域分析、离散信号与系统的时域分析、离散信号与系统的
复频域分析、系统的状态变量分析共7章内容。全书各章节均配有习题、
思考题,书末附有部分习题的参考答案,以方便教学。

本书可作为普通高等教育通信工程、电子信息工程、自动化、电子信息科学与技术、测控技术与仪器、计算机科学与技术等专业的本科生的教材,对从事电子类专业的工程技术人员也有重要的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/张永瑞主编. —北京:科学出版社,2010

(普通高等教育“十一五”国家级规划教材)

ISBN 978-7-03-027902-6

I. ①信… II. ①张… III. ①信号系统-高等学校-教材

IV. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第107834号

责任编辑:赵丽欣 李 伟/责任校对:刘玉靖

责任印制:吕春珉/封面设计:东方人华平面设计部

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

信诺彩色印装有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010年8月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2010年8月第一次印刷 印张:18 3/4

印数:1—3 000 字数:431 000

定价:29.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

销售部电话:010-62134988 编辑部电话:010-62134021

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229; 010-64034315; 13501151303

前言

在当今社会,无论是家庭生活中使用的大、小家用电器,还是工农业生产中各种自动控制生产线,或是科学研究中使用的各种精密实验仪器、测量系统、计算机网络等,无处不用信号与系统。具体说,人们听收音机、看电视、打电话要用信号与系统,工厂自动生产线的控制、航天器(比如我国的嫦娥1号、神六、神七)飞天的控制、水下核潜艇的潜与浮的控制、汶川地震救灾中使用的生命探测仪等都要应用信号与系统。当代大学生,特别是通信工程、电子信息工程、自动化、电子信息科学与技术、测控技术与仪器、计算机科学与技术等专业的大学生,学习好这门课程具有十分重要的意义。

进入21世纪以来,随着新理论、新材料、新工艺、新技术的涌现,计算机科学与技术得到了飞速的发展,使得信息的传输与处理高速实时、数字化、智能化成为可能,特别是网络技术、多媒体技术、嵌入式系统、人机交互、信息安全等这些新技术的出现与应用,使得现代的信息化社会更加灿烂辉煌。

考虑电子信息技术日新月异发展的新趋势和电子类专业新教学计划的修订情况,遵循教育部电子信息类专业教学指导委员会修订的“信号与系统”课程基本要求,结合国家电工电子基地建设中对“信号与系统”课程改革试点所取得的经验与教训,参考国内外同类教材中好的编写理念,本书采用如下的编写思路。

1) 考虑到我国近年来高等教育发展迅猛、招生毛入学率急剧增加这种新形势下的学生基础情况,并注意到各普通高等院校电子信息类专业新教学计划修订中对“信号与系统”课程的学时数限制(约60~70学时),还应顾及高等院校的类别、本科生的层次,所以本书在内容选材上不追求知识体系的完整性,不追求数学上的更加严密性,而注重工程上够用为度、实用为主。比如,讲授冲激函数定义,只给出工程实用的狄拉克定义,而不讲述数学上更为严谨的分配函数定义。对于已成熟的经典理论、方法,先人已给我们后人留下丰富的“知识遗产”,我们只需很好地承接应用这些成果,而不必什么都要刨根问底追溯源头,去费时费力地重复先人复杂的演算、推证,而得出的又是同样的结果或结论。例如,讲授傅里叶级数,本书中未从信号的正交分解讲起,而是明确什么样的周期信号能够展开为傅里叶级数(狄氏条件),给出级数展开形式、展开系数公式、如何用来展开工程中实用的周期信号为傅里叶级数形式,结合工程实际,对展开式中如何赋予它合理的物理意义。

2) 信号与系统是密不可分的,组织教材内容时要将系统与信号一并考虑,将它们有机地融合在一起,得自然浑为一体无“接缝”,便于教学。

3) 本书的编写理念是:遵循先易后难、循序渐进、突出重点、削枝强干思想;强调基本概念、基本分析法、基本技能的训练,不追求太多的技巧性;对核心知识点讲解透彻,注重物理概念定性解释,对必要的数学定量推导,交代清楚思路、推导过程简明



扼要，结论醒目，便于读者掌握使用。

4) 内容讲解的出发点是：讲解基本概念准确、文字表述通俗易懂、讲授基本分析步骤明确、举例联系工程实际，便于读者仿效演练；对重要的定理阐述简练，应用范围、条件明确，结合编者几十年的教学体会全面归纳了使用中应注意的问题；对经典内容取舍合理，新的思想、理论、方法介绍适度。

5) 教辅材料安排是：每节配有辅助概念理解、引申问题的思考题。正文的讲解不可能面面俱到，但一个问题的深入理解，可以多角度地观察，可以逆向思维，可以联想，也可以“突发奇想”，提出这样那样的问题，供读者思考很有必要；每章配有难度适中、题型搭配合理的习题；书末附有部分习题的参考答案。这些配置对教师施教、学生自学都是非常有帮助的。

使用本教材的参考学时数约为 64 学时，建议参考教学实施计划如下：

章 序	讲授学时数	备 注
1	6	
2	8	建议 1、2 章合上习题讨论课 2 学时
3	12	
4	10	建议 3、4 章合上习题讨论课 2 学时
5	10	
6	10	建议 5、6 章合上习题讨论课 2 学时
7	8	

本书由西安电子科技大学张永瑞主编，负责统稿、定稿。西安工业大学尚宇、惠州学院曹建忠任副主编，太原理工大学强彦、赵涓涓及西安邮电学院杨乐参与编写。其中，尚宇编写第 1、2 章，曹建忠编写第 3 章，强彦编写第 4、5 章，赵涓涓编写第 6 章，杨乐编写第 7 章。在本书的编写过程中，参阅了大量的参考文献。在此对参考文献中的诸位作者表示感谢，他们书中好的编写理念、思想，对这本书的编写有很大启发。

由于编者学识水平有限，书中定会有许多不足或错误，敬请读者批评指正。

张永瑞
于西安电子科技大学

目 录

前言

第 1 章 信号与系统的基本概念	1
1.1 信号	1
1.1.1 信号与信息	1
1.1.2 信号分类	2
1.1.3 信号的基本运算	7
1.1.4 信号的时域变换	9
1.1.5 思考题	13
1.2 系统	13
1.2.1 什么是系统	13
1.2.2 系统的分类	13
1.2.3 系统的描述	22
1.2.4 思考题	25
1.3 信号与系统分析概述	25
1.3.1 分析与综合	25
1.3.2 信号与系统的时域分析	26
1.3.3 信号与系统的变换域分析	27
1.3.4 思考题	27
1.4 习题	27
第 2 章 连续时间信号与系统的时域分析	31
2.1 单位阶跃信号与单位冲激信号	31
2.1.1 单位阶跃函数和单位冲激函数	31
2.1.2 单位冲激函数的性质	36
2.1.3 思考题	40
2.2 LTI 连续系统的时域响应	40
2.2.1 微分方程经典解与自由、强迫响应	41
2.2.2 零输入响应、零状态响应分别求法	43
2.2.3 思考题	48
2.3 冲激响应与阶跃响应	48
2.3.1 冲激响应	48
2.3.2 阶跃响应	50
2.3.3 思考题	54

2.4 卷积积分及其应用	54
2.4.1 卷积积分的基本运算过程	54
2.4.2 卷积积分运算规则	57
2.4.3 卷积积分应用于 LTI 连续系统分析	60
2.4.4 思考题	63
2.5 习题	63
第3章 连续信号与系统的实频域分析	67
3.1 连续周期信号的傅里叶级数与频谱	67
3.1.1 傅里叶级数	67
3.1.2 周期信号的频谱	68
3.1.3 周期信号的功率、有效值和信号带宽	72
3.1.4 思考题	74
3.2 连续非周期信号的傅里叶变换与频谱	75
3.2.1 从傅里叶级数到傅里叶变换	75
3.2.2 常用非周期信号的傅里叶变换	76
3.2.3 思考题	80
3.3 傅里叶变换的性质	80
3.3.1 线性性质	80
3.3.2 时移性质	81
3.3.3 频移性质	82
3.3.4 尺度变换特性	84
3.3.5 对称特性	86
3.3.6 时域卷积定理	87
3.3.7 时域微分特性	89
3.3.8 时域积分特性	89
3.3.9 思考题	91
3.4 LTI 连续系统的实频域分析	92
3.4.1 周期信号激励下系统的响应	92
3.4.2 非周期信号激励下系统的响应	95
3.4.3 思考题	98
3.5 滤波器	98
3.5.1 无失真传输系统	98
3.5.2 信号通过理想低通滤波器	100
3.5.3 思考题	101
3.6 采样器	101
3.6.1 理想取样	102
3.6.2 实际取样	103
3.6.3 时域取样定理	104
3.6.4 从已取样信号 $f_s(t)$ 中恢复原信号 $f(t)$	105

3.6.5 思考题	107
3.7 调制器与解调器	108
3.7.1 调制器	108
3.7.2 解调器	109
3.7.3 思考题	110
3.8 习题	110
第4章 连续信号与系统的复频域分析	114
4.1 拉普拉斯变换	114
4.1.1 从傅里叶变换到双边拉普拉斯变换	114
4.1.2 单边拉普拉斯变换	115
4.1.3 常用函数的拉氏变换对	117
4.1.4 思考题	119
4.2 单边拉普拉斯变换的重要性质	119
4.2.1 线性性质	119
4.2.2 延时特性	119
4.2.3 复频移性质	121
4.2.4 尺度变换特性	121
4.2.5 卷积定理	122
4.2.6 时域微分特性	123
4.2.7 时域积分特性	125
4.2.8 思考题	128
4.3 拉普拉斯逆变换	128
4.3.1 查表法	128
4.3.2 部分分式展开法	129
4.3.3 思考题	135
4.4 应用拉普拉斯变换分析电路与系统	135
4.4.1 拉氏变换求解微分方程	135
4.4.2 拉氏变换法分析电路	138
4.4.3 思考题	144
4.5 系统函数分析	144
4.5.1 系统函数 $H(s)$ 的零、极点	144
4.5.2 零、极点分布与时域响应	145
4.5.3 系统的稳定性分析	146
4.5.4 $H(s)$ 与 $H(j\omega)$ 的关系	148
4.5.5 思考题	148
4.6 习题	148
第5章 离散信号与系统的时域分析	152
5.1 单位阶跃序列与单位脉冲序列	152
5.1.1 单位阶跃序列	152

5.1.2	单位脉冲序列	153
5.1.3	思考题	156
5.2	LTI 离散系统的自由响应、强迫响应与零输入响应、零状态响应	156
5.2.1	离散信号的差分运算与累和运算	156
5.2.2	LTI 离散系统的差分方程	158
5.2.3	差分方程的迭代解法	160
5.2.4	差分方程的经典解与自由、强迫响应	161
5.2.5	零输入响应与零状态响应分别求法	165
5.2.6	思考题	168
5.3	单位序列响应与单位阶跃响应	169
5.3.1	单位序列响应	169
5.3.2	单位阶跃响应	172
5.3.3	思考题	173
5.4	卷积和及其应用	174
5.4.1	卷积和定义及运算过程	174
5.4.2	卷积和的运算规则	177
5.4.3	卷积和应用于 LTI 离散系统分析	180
5.4.4	思考题	183
5.5	习题	183
第 6 章	离散信号与系统的复频 (Z) 域分析	187
6.1	Z 变换	187
6.1.1	从拉普拉斯变换到 Z 变换	187
6.1.2	Z 变换定义	188
6.1.3	收敛域	188
6.1.4	常用函数的 Z 变换对	191
6.1.5	逆 Z 变换公式	194
6.1.6	思考题	196
6.2	Z 变换的性质	196
6.2.1	线性	196
6.2.2	移位(序)性	197
6.2.3	Z 域尺度变换性 (序列乘 a^k)	200
6.2.4	时域卷积定理	201
6.2.5	Z 域微分性 (序列乘 k , 又称时域线性加权)	202
6.2.6	Z 域积分性 (序列除 $k+m$)	203
6.2.7	时域反折(转)性	204
6.2.8	累和性 (部分和性)	204
6.2.9	初值定理	205
6.2.10	终值定理	205
6.2.11	思考题	207
6.3	逆 Z 变换	208
6.3.1	查表法	208

6.3.2	幂级数展开法	208
6.3.3	部分分式展开法	210
* 6.3.4	留数法	217
6.3.5	思考题	218
6.4	应用 Z 变换分析 LTI 离散系统	219
6.4.1	Z 变换解差分方程	219
6.4.2	系统函数	223
6.4.3	应用 Z 变换分析框图描述的 LTI 离散系统	225
6.4.4	s 域与 z 域的关系	227
6.4.5	思考题	228
6.5	应用系统函数 $H(z)$ 分析 LTI 离散系统特性	229
6.5.1	由 $H(z)$ 的零极点看系统的时域特性	229
6.5.2	由 $H(z)$ 看系统的因果性与稳定性	231
6.5.3	由 $H(z)$ 看系统的频率特性	234
6.5.4	思考题	238
6.6	习题	238
第 7 章	系统的状态变量分析	242
7.1	系统的状态、状态变量与状态方程	242
7.1.1	系统的状态、状态变量概念	242
7.1.2	由电路引出系统的状态方程与输出方程	243
7.1.3	动态方程的一般形式	244
7.1.4	关于状态变量分析中几点应明确的概念	246
7.1.5	思考题	247
7.2	动态方程的建立	247
7.2.1	连续系统动态方程的建立	248
7.2.2	离散系统动态方程的建立	255
7.2.3	思考题	261
7.3	连续系统动态方程的求解	261
7.3.1	时域解法	262
7.3.2	状态方程的变换域解	263
7.3.3	求状态转移矩阵 $\phi(t)$ 即 e^{At}	264
7.3.4	思考题	267
7.4	离散系统动态方程的求解	267
7.4.1	时域解法	268
7.4.2	状态方程的变换解	269
7.4.3	$\phi(k) = A^k$ 的求法	270
7.4.4	思考题	274
7.5	习题	275
	部分习题参考答案	278
	参考文献	289

第 1 章 信号与系统的基本概念

本章首先讲述信号的定义、分类，重点讨论信号的基本运算、时域变换；接着讲述系统的定义、分类，重点研究了线性时不变系统的特性及其系统类型判别；本章末对信号与系统的分析与综合、信号与系统的时域分析、频域分析作了介绍。

1.1 信 号

1.1.1 信号与信息

现在是信息时代，不分性别、不分阶层，人们天天都在使用信号传递着各种各样的信息。这里要问：什么是信号，什么是信息，二者又有何区别与联系？这就不是人人都能圆满回答得出的问题了。

广义说：任何变化的事物（物理量）都可视为一种信号。具体讲：变化的电压或电流称做电信号。变化的其他物理量都可以通过传感器变换为电信号。如电冰箱的温度控制：温度传感器将冰箱内温度的变化转变为电信号去控制压缩机运行或断开不工作；再如，量测物体的重量，压力传感器将物体的重量（压力）转换为电信号，在电子秤显示屏上显示。本课程只讨论电信号。

信息是人们针对某种信号形式所赋予它的内涵，有人们的主观约定（规定、协议等）的成分在里边。如大家熟悉的交通管制的红灯、绿灯信号，人们约定：红灯信号表示禁止通行的信息，绿灯信号表示可以通行的信息。若最初人们将红灯、绿灯信号表达的信息做相反的规定亦是可以的。再如，人们听说过的“密电码”，那就是发信者与收信者对电码这种信号形式所表达的信息事先作了特殊的约定，第三者即便收到了这组电码的信号，也不知它所表达的信息，这就起到了保密的作用。

信号与信息的关系概括起来可这样描述：**信号是信息的表现形式，信息是信号表述的具体内容**。实际中的信号与信息是密不可分的，不代表某种信息的信号是无用的，信息不借助信号将无法传递与交流。

描述信号的方法常用书写为数学函数表达式的解析法及画出函数图形（即波形）的图形法。为了讨论问题方便，本书中将“信号”、“函数”两个名词通用。

追溯历史，信号、信息在人们生产、生活中的应用源远流长。自古代的烽火传送警报、击鼓鸣金，到 19 世纪莫尔斯（F. B. Morse）发明电报，贝尔（A. G. Bell）发明有线电话，波波夫（A. C. ЛОДЛОВ）、马可尼（G. Marconi）发明无线电，使得信息的传递更快、更远。由此也可看出“通信”在人类生产、生活发展史中所起的重要作用。

审视今日，展望未来，信号与信息对社会发展、人类文明建设就更加不可缺少。每早听新闻、每晚看电视、打电话、上网浏览，这几乎是人们天天重复的活动，说人人天

天都在受益于信号并不言过其实。再联系已得到广泛使用的“全球定位系统”(Global Positioning System, GPS), 可以测定地球表面周围空间任意目标位置; 目前, 正在迅速发展的“综合业务数字网”(Integrated Services Digital Network, ISDN) 以及国际互联网(Internet, 简称因特网) 可以实现“全球通信”, 即在地球上任意位置可以通过 ISDN 对地球上另一任意位置的对方实施通信, 甚至可以实现超越地球的宇宙通信。当然, 本课程不研究 GPS、ISDN 技术问题, 这里只是给读者阐明一点, 这些高科技的通信、控制技术领域无一不用到信号、信息概念。

1.1.2 信号分类

信号有各种各样的形式, 又各自有其自身的特征。根据信号的某些共性特征(如连续、离散; 周期、非周期等) 从不同的角度观察, 可以对信号进行多种方法的分类。下面分别介绍几种常用的对信号进行分类的方法。

1. 连续时间信号与离散时间信号

在连续时间域里有定义的信号称为连续时间信号, 简称为连续信号。这里“连续”是指函数(信号)的定义域——时间 t (或其他量, 如坐标位置距离 x 等) 是连续的, 至于函数的值域可以是连续的, 亦可以是离散的。如信号

$$f_1(t) = 5\cos(\pi t), t \in (-\infty, \infty)$$

其定义域 $(-\infty, \infty)$ 和值域 $[-5, 5]$ 均是连续的。再如, 信号

$$f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < -1 \\ 2, & -1 \leq t < 1 \\ 4, & 1 \leq t < 2 \\ 6, & t \geq 2 \end{cases} \quad (1.1.1)$$

其定义域 $(-\infty, \infty)$ 是连续的, 而其函数值只取 0、2、4、6 四个离散的数值, 不是连续的。

信号 $f_2(t)$ 在 $t=-1$ 、 $t=1$ 、 $t=2$ 三处有第一类间断点, 一般可不定义间断点处的函数值, 如式 (1.1.1) 所标示的区间。为了使函数定义更严密, 这里应明确, 若函数 $f(t)$ 在 $t=t_0$ 处有第一类间断点, 则函数在该点的函数值定义为其左极限与右极限和的一半。这与数学中表示第一类间断点处的函数值方法是完全一致的。按照如上严密的定义, 信号 $f_2(t)$ 可书写为

$$f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < -1 \\ 1, & t = -1 \\ 2, & -1 < t < 1 \\ 3, & t = 1 \\ 4, & 1 < t < 2 \\ 5, & t = 2 \\ 6, & t > 2 \end{cases} \quad (1.1.2)$$

$f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的图形(波形)分别如图 1.1.1 (a)、(b) 所示。 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 均是连续时间 t 域里有定义的函数, 它们都称为连续信号。

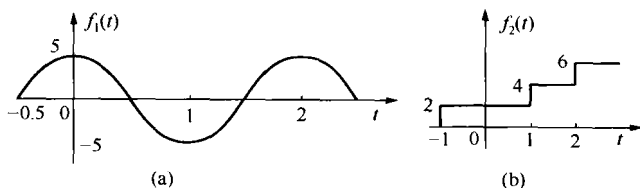


图 1.1.1 两种连续信号的波形

时间连续、函数值亦连续的连续时间信号又称为模拟信号。即图 1.1.1 (a) 所示的 $f(t)$ 属于模拟信号，而图 (b) 所示的 $f(t)$ 就不属于模拟信号。本课程中不再细分，而且将连续信号、模拟信号混用。

若只在一些离散时间点上定义的信号，称为离散时间信号，简称为离散信号。这里“离散”是指信号的定义域——时间 t (或其他量) 是离散的，它只取某些规定的离散值。如果信号的自变量是时间 t ，那么离散信号是定义在一些离散时刻 t_k ($k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 的信号，在其余时间不予定义。必须指出，有些初学的读者误认为没有定义的时刻信号值为零，这是错误的。时刻 t_k 与 t_{k+1} 之间的间隔 $T_k = t_{k+1} - t_k$ 可以是常数，也可以随 k 而变化。本书只讨论 $T_k = T$ 即常数的情况。设离散信号只在均匀离散时刻 $t = kT$ ($k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 时有定义，它可表示为 $f(kT)$ 。为了简便，常作归一化处理，即令常数 $T=1$ ，这样 $f(kT)|_{T=1} = f(k)$ ，称这种情况的离散信号为序列。

根据不同序列信号的特点，有的可以写成闭合函数形式，有的可逐个列出序列的值。如序列

$$f_1(k) = \begin{cases} 0, & k < 0 \\ e^{-\alpha k}, & k \geq 0 \end{cases} \quad (1.1.3)$$

和序列

$$f_2(k) = \begin{cases} 1, & k = -2 \\ 0, & k = -1 \\ 1, & k = 0 \\ 1, & k = 1 \\ 0, & k = 2 \\ 1, & k = 3 \end{cases} \quad (1.1.4)$$

对于不同的 α 值， $f_1(k)$ 的值域 $[0, 1]$ 是连续的，它的定义域为 $k \in [-\infty, \infty]$ 。式 (1.1.3) 是 $f_1(k)$ 的闭合函数式。 $f_2(k)$ 就是逐个列出序列值的序列，其值域只取 0、1 两个数，显然是离散的，它的定义域为 $k \in [-2, 3]$ 。为简化表达方式，也可将 $f_2(k)$ 书写为

$$f_2(k) = \{ \underset{\substack{\uparrow \\ k=0}}{1} \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \} \quad (1.1.5)$$

数字 1 下面的箭头表示与 $k=0$ 相对应，左右两边依次给出 k 取负和正整数相应的

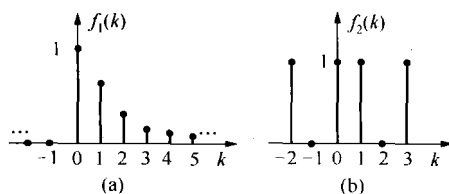


图 1.1.2 两种离散序列的图形

$f_2(k)$ 值。 $f_1(k)$ 和 $f_2(k)$ 的图形分别如图 1.1.2 (a)、(b) 所示。

将时间离散、函数值亦离散的离散时间信号又称为数字信号。即图 1.1.2 (b) 所示的 $f_2(k)$ 属于数字信号，而图 (a) 所示的 $f_1(k)$ 就不属于数字信号。本课程中亦不再细分，将离散信号、数字信号二者通用。

2. 确定性信号与随机信号

能以确定的时间函数表示的信号，称为确定性信号，又称为确知信号。对于任意指定的时刻，确定性信号均有确定的信号值与之对应，亦可画出与之对应的确定的函数图形（波形）。如信号 $f_1(t) = 10\cos(\pi t)$ ， $f_2(t) = e^{-t}$ 等都属于确定性信号，它们的图形如图 1.1.3 (a)、(b) 所示。

不能用确定的函数表示的信号，称为随机信号。对于任意确定的时刻，随机信号的信号值是不确定的，如电阻的热噪声信号、自然界中的雷电噪声信号等。随机信号虽不能用确定的函数式表达，但有时可以观察到某时刻的某种形式的波形。这里明确：同一个随机信号，在不同时刻观察的波形是不同的；即便在同一时刻甲、乙两人观察同一个随机信号的波形也不会相同，这就是随机信号的不确定性特征。图 1.1.4 (a)、(b) 分别为甲、乙两人对同一随机信号所观察到的两种波形图。

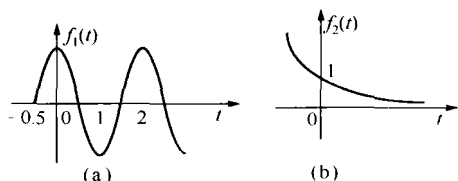


图 1.1.3 两种确定性信号波形

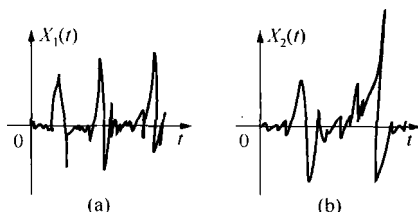


图 1.1.4 对某随机信号不同观察者得到的两种波形

这里也应指出，对于离散信号同样有确定性信号与随机信号之分，在此不赘述。

研究随机信号要用到概率密度分布、方差、均值这样一些随机信号的统计特性，本课程中只讨论确定性信号。

3. 周期信号与非周期信号

对于确定性信号又可分为周期信号与非周期信号。周期信号是定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间，每隔一定时间 T （或整数 N ）周而复始重复变化的信号，如图 1.1.5 所示。连续周期信号可表示为

$$f(t) = f(t + mT), \\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

(1.1.6)

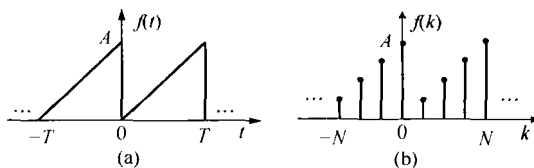


图 1.1.5 周期信号波形

离散周期信号可表示为

$$f(k) = f(k + mN), m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.1.7)$$

满足式 (1.1.6) 和式 (1.1.7) 中的最小 T (或 N) 值称为信号的周期。只要给出周期信号在一个周期内的函数式或波形图, 便可确定它在任意时刻的值, 这是任何周期信号都具有的共同特点。还应说明的是: 对于连续正弦周期信号, 有

$$\begin{aligned} f(t) &= A\cos(\Omega t) = A\cos(\Omega t + 2m\pi) \\ &= A\cos\left[\Omega\left(t + m\frac{2\pi}{\Omega}\right)\right] \\ &= A\cos[\Omega(t + mT)], m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (1.1.8)$$

式中, $T = 2\pi/\Omega$ 为信号的周期, 对于任意角频率 Ω , 它都是 t 域里的周期函数。而对于离散正弦序列信号

$$\begin{aligned} f(k) &= A\cos(\beta k) = A\cos(\beta k + 2m\pi) \\ &= A\cos\left[\beta\left(k + m\frac{2\pi}{\beta}\right)\right] \\ &= A\cos[\beta(k + mN)], m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (1.1.9)$$

式中, β 为数字角频率, 单位为弧度或度。

$$N = \frac{2\pi}{\beta} \quad (1.1.10)$$

因离散信号只在 k 等于整数时才有定义, 所以当 N 为整数 ($\beta = 2\pi/N$) 时, 式 (1.1.9) 所表述的序列才是周期序列。其实, 当 $2\pi/\beta = N'/M$ (N' 、 M 为无公因子的整数) 为有理数时, 正弦序列亦为周期序列, 这时的周期

$$N' = \frac{2\pi M}{\beta} \quad (1.1.11)$$

令式 (1.1.11) 中的 $M = 1$, N' 就等于式 (1.1.10) 中的 N 。如 $\beta = \pi/6$, 代入式 (1.1.10), 得正弦序列的周期

$$N = \frac{2\pi}{\beta} = 12$$

再如, $\beta = 5\pi/6$, 代入式 (1.1.11), 有

$$\frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\frac{5\pi}{6}} = \frac{12}{5} = \frac{N'}{M}$$

取 $M = 5$, 则得正弦序列的周期

$$N' = 12$$

由上所述, 对于离散正弦序列, 当且仅当数字角频率 β 满足 $2\pi/\beta$ 等于整数或有理数时, 才是周期序列。若 $2\pi/\beta$ 为无理数时的正弦序列不是周期序列, 这是离散正弦序列信号与连续正弦信号之间的不同之处。对于虚指数连续信号 $e^{j\Omega t}$ 与虚指数离散序列 $e^{j\beta k}$ 之间也有类似的情况, 由欧拉公式再联系以上的讨论很容易理解此点。

若不满足式 (1.1.6) 和式 (1.1.7) 关系的信号, 称为非周期信号。非周期信号在时间上不具有周而复始重复的特性。若令周期 T 或 N 趋于无穷大, 则周期信号就极限演变为非周期信号。图 1.1.6 给出了几种连续非周期信号和离散非周期信号的图形。

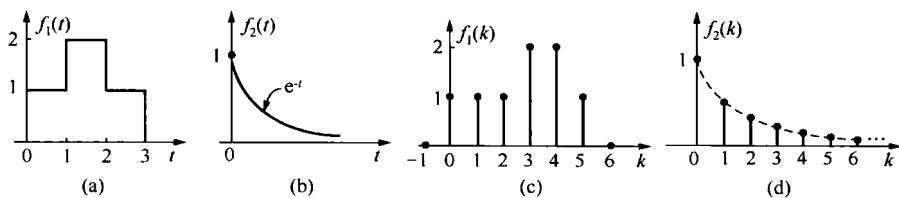


图 1.1.6 几种非周期信号波形

4. 能量信号与功率信号

对于我们所研究的电信号 $f(t)$ ，不管它是电流信号或电压信号，将 $f(t)$ 施加于 1Ω 电阻上，其上所消耗的功率定义为信号 $f(t)$ 的功率，其上所消耗的能量定义为信号 $f(t)$ 的能量。信号 $f(t)$ 的瞬时功率

$$p(t) = |f(t)|^2 \quad (1.1.12)$$

式中，对 $f(t)$ 取模主要考虑 $f(t)$ 有可能是复信号的情况。信号 $f(t)$ 在区间 $-a < t < a$ 的能量为

$$\int_{-a}^a |f(t)|^2 dt$$

在该区间的平均功率为

$$\frac{1}{2a} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt$$

信号能量 E 定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间，即

$$E = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt \quad (1.1.13)$$

信号在 $(-\infty, \infty)$ 区间的平均功率 P 可写为

$$P = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{2a} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt \quad (1.1.14)$$

若信号 $f(t)$ 的能量有界（即 $0 < E < \infty$ ，这时 $P=0$ ），则称其为能量有限信号，简称为能量信号。若信号 $f(t)$ 的平均功率有界（即 $0 < P < \infty$ ，这时 $E=\infty$ ），则称其为功率有限信号，简称为功率信号。

类似的，对于离散信号亦有能量信号与功率信号之分。它们的定义分别为

$$E = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |f(k)|^2 < \infty \quad (1.1.15)$$

$$P = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{2a} \sum_{k=-a}^a |f(k)|^2 < \infty \quad (1.1.16)$$

这里明确：凡是时限、有界的信号，如图 1.1.6 (a)、(c) 所示的信号，由式 (1.1.13) 或式 (1.1.15) 可知，它们的能量 E 有界（即 $0 < E < \infty$ ），属于能量信号；对于时间无限而信号随时间增长而衰减的非周期信号，如图 1.1.6 (b)、(d) 所示的信号，它们亦属于能量信号。对于任何的周期信号，如图 1.1.5 (a)、(b) 所示的信号，由式 (1.1.14) 或式 (1.1.16) 可知它们的功率 P 有界（即 $0 < P < \infty$ ），都属于功率信号。

除以上对信号分类方式以外,还可以从函数的表达式来看,将信号分类为一维信号与多维信号;实信号与复信号。所谓一维信号(又称一元信号),就是函数式为单变量的信号。如,语音信号可表示为声压随时间 t 变化的一元函数;气压信号可表示为随高度 h 变化的一元函数等。与之对应,多维信号(又称多元信号)就是函数式为多变量的信号。如黑白图像中每个像素点的光强度信号可表示为二维平面坐标 (x, y) 中两个变量的函数,就属于二维信号。

5. 实信号与复信号

若表达信号的函数是实函数(不管是一维或多维)就称为实信号。如信号 $f(t) = \cos(\Omega t)$ 、 $f(k) = \left(\frac{1}{2}\right)^k$ 中, t 、 k 均为实变量,函数值 $f(t)$ 、 $f(k)$ 亦在实数域取值,二者为实信号。

若表达信号的函数是复函数,就称为复信号。如 $f(t) = e^{st}$, $s = \sigma + j\omega$, 则有

$$\begin{aligned} f(t) &= e^{(\sigma + j\omega)t} = e^{\sigma t} \cdot e^{j\omega t} \\ &= e^{\sigma t} \cos(\omega t) + j e^{\sigma t} \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (1.1.17)$$

式(1.1.17)中, σ 、 ω 均为实数, t 是实变量,而函数值在复数域取值,它就是复信号。如果取式(1.1.17)中 $\sigma=0$,则有

$$f(t) = e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t) \quad (1.1.18)$$

显然,这种特殊情况信号亦属于复信号。将在实数域取值的角频率 ω 称为实频率,将在复数域取值的 s 称为复频率。这样,常称 e^{st} 为复频率复信号, $e^{j\omega t}$ 为实频率复信号。 $e^{j\omega t}$ 、 e^{st} 将分别在本书第3章连续信号与系统的实频域分析、第4章连续信号与系统复频域分析中使用,它们是两个重要的基本连续信号。

再如,离散信号 $f(k) = z^k$, $z = \rho e^{j\theta}$, 则有

$$\begin{aligned} f(k) &= (\rho e^{j\theta})^k = (\rho)^k e^{jk\theta} \\ &= \rho^k \cos(k\theta) + j\rho^k \sin(k\theta) \end{aligned} \quad (1.1.19)$$

式(1.1.19)中的 ρ 、 θ 均为实数, k 是整实变量,而函数值在复数域取值,所以它亦属于复信号。如果取 $\rho=1$ 代入式(1.1.19),则有

$$f(k) = e^{jk\theta} = \cos(k\theta) + j\sin(k\theta) \quad (1.1.20)$$

由式(1.1.20)可以看出,这种特殊情况的离散信号也属于复信号。将在实数域取值的 θ 称为实数字角频率,将在复数域取值的 z 称为复数数字角频率。 $e^{jk\theta}$ 、 z^k 将在本书第6章中使用,它们是两个基本的离散信号。

1.1.3 信号的基本运算

1. 加减运算

两信号进行加、减运算,就是对两信号对应时刻的信号值相加、减。设 $f_1(\cdot)$ 、 $f_2(\cdot)$ 两信号运算的结果信号为 $y(\cdot)$, 显然有

$$y(\cdot) = f_1(\cdot) \pm f_2(\cdot) \quad (1.1.21)$$

式中,“ $\cdot$ ”是 t 表示连续信号运算,“ $\cdot$ ”是 k 表示离散信号运算。图1.1.7(a)、(b)