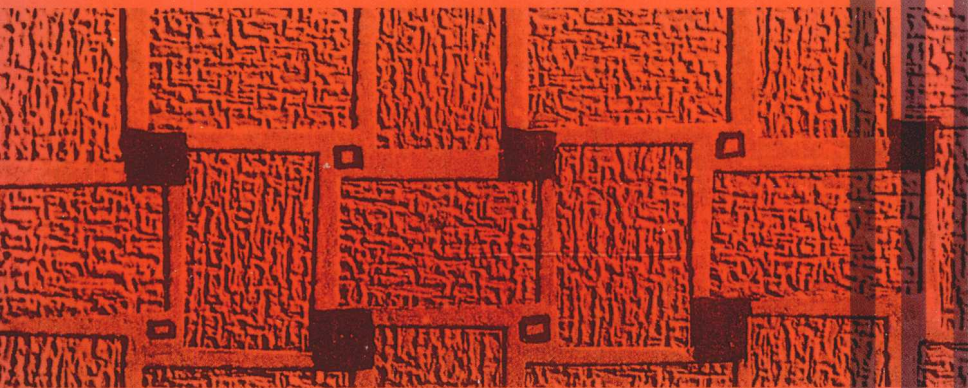


上海市技工学校教改教材

数 学

(修订版)

上海市职业技术培训教研室 编



上海交通大学出版社

上海市技工学校教改教材

数 学

(修订版)

上海市职业技术培训教研室 编

上海交通大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学/杨敏民主编. 一修订本. 一上海: 上海交通大学出版社, 2001(2003 重印)

ISBN 7-313-02055-4

I. 数… II. 杨… III. 数学-技工学校-教材
IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 052457 号

数 学

上海市职业技术培训教研室 编

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)

电话: 64071208 出版人: 张天蔚

立信会计出版社常熟市印刷联营厂印刷 全国新华书店经销

开本: 787mm×1092mm 1/32 印张: 14 字数: 302 千字

1998 年 7 月第 1 版 2003 年 10 月第 10 次印刷

印数: 68 301~71 350

ISBN 7-313-02055-4/O · 141 定价: 17.00 元

版权所有 侵权必究

前 言

为适应上海经济发展对高素质技能人才的需求,推动本市技工学校教学改革的进一步深化,现根据上海市劳动局职业技能开发处就有关技工学校的总体发展规划和具体培养目标,结合职业技能鉴定的规范要求,组织了本市在职业技术教育方面有较高理论素养和丰富教学经验的专家及教师,重新修订了教学计划、教学大纲,编写语文、数学、力学基础、金属工艺学、电工学、数控基本知识及与七个复合专业(工种)相关的技术基础课、专业课和生产实习课等教材 20 余种。

这套教材编写的初衷,就是使得学生能通过学习,达到“文化高移,能力复合,综合素质提高”的教学目的。因此,教材比较注重课程内容的相互衔接,讲究理论与实习教学的紧密结合,重点强调对学生复合能力的训练与提高,较之原有教材更具有针对性、科学性和实用性。

此次配套教材的审定工作,得到了上海第二工业大学、上海冶金高等专科学校及上海市职业技术教育研究所等单位的大力支持和协助,在此深表感谢。

由于本市技工学校教学改革尚在探索之中,缺乏一定的经验,加之编写时间比较仓促,教材中肯定会存在一些不足和缺憾。为此,我们恳切希望各方专家和老师们能及时提出宝贵意见,以便不断加以修改、完善。

上海市职业技术培训教研室

1998 年 6 月

编写说明

本书是根据《上海市技工学校教学改革数学教学大纲》编写,供技工学校招收初中毕业生使用,也可供就业预备制学生使用。

教材在传统数学中选学代数、三角、立体几何、平面解析几何四部分内容。分别是集合与不等式的解法;函数;指数函数与对数函数;任意角的三角函数;两角和与差的三角函数;三角函数的图象及其性质;三角形的解法及其应用;二阶、三阶行列式及其应用;复数;数列;空间图形的计算;直线方程;二次曲线。

本书在编写过程中,考虑到技工学校文化高移,增加了数列部分,并在每章后都附有一定量的判断题、填空题、选择题和综合题。还介绍了用数轴标根法解一元二次不等式;用行列式性质计算三阶行列式的值;用正弦型函数中的三要素即振幅、周期、初相角的变换作其图形;用复数表示正弦交流电(为电工专业提供新的数学方法)。

本书由杨敏民、唐关福、钱曼珍编写,杨敏民主编;周鹤良主审。

由于时间仓促,并限于水平,故编写中难免有欠妥之处,请在使用中提出宝贵意见,以便进一步修改完善。

目 录

第一章 集合与不等式的解法	(1)
§ 1.1 集合的概念	(1)
习题一	(5)
§ 1.2 子集、交集、并集	(6)
习题二	(11)
§ 1.3 $ x < a, x > a$ ($a > 0$)型不等式的解法	(12)
习题三	(13)
§ 1.4 一元二次不等式的解法	(14)
习题四	(19)
§ 1.5 分式不等式的解法	(19)
习题五	(22)
小结	(22)
复习题一	(25)
第二章 函数	(27)
§ 2.1 函数	(27)
习题一	(38)
§ 2.2 反函数	(40)
习题二	(44)
§ 2.3 函数的性质	(44)
习题三	(50)
小结	(51)

复习题二	(53)
第三章 指数函数与对数函数	(56)
§ 3.1 指数函数	(56)
习题一	(61)
§ 3.2 对数	(62)
习题二	(67)
* § 3.3 常用对数	(68)
* 习题三	(73)
* § 3.4 对数的换底公式与自然对数	(74)
* 习题四	(76)
§ 3.5 对数函数	(77)
习题五	(82)
小结	(82)
复习题三	(84)
第四章 任意角的三角函数	(86)
§ 4.1 角的概念的推广、弧度制	(86)
习题一	(95)
§ 4.2 任意角的三角函数	(96)
习题二	(102)
§ 4.3 同角三角函数的基本关系式	(103)
习题三	(109)
§ 4.4 三角函数的诱导公式	(110)
习题四	(118)
* § 4.5 三角函数的周期性	(119)
* 习题五	(123)
小结	(124)

复习题四	(125)
第五章 两角和与差的三角函数	(130)
§ 5.1 两角和与差的余弦、正弦和正切	(130)
习题一	(141)
§ 5.2 二倍角的正弦、余弦和正切	(143)
习题二	(147)
* § 5.3 半角的正弦、余弦和正切	(148)
* 习题三	(153)
小结	(153)
复习题五	(154)
第六章 三角函数的图象及其性质	(158)
§ 6.1 正弦函数 $y = \sin x$ 的图象和性质	(158)
习题一	(163)
§ 6.2 余弦函数 $y = \cos x$ 的图象和性质	(164)
习题二	(166)
§ 6.3 正弦型函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	(167)
习题三	(177)
小结	(178)
复习题六	(179)
第七章 三角形的解法及其应用	(183)
§ 7.1 解直角三角形	(183)
习题一	(186)
§ 7.2 解斜三角形	(187)
习题二	(202)
小结	(204)
复习题七	(206)

*第八章 二阶、三阶行列式及其应用	(210)
§ 8.1 二阶、三阶行列式的概念及其计算.....	(210)
习题一.....	(217)
§ 8.2 用行列式解线性方程组	(218)
习题二.....	(225)
小结.....	(226)
复习题八.....	(228)
第九章 复数	(232)
§ 9.1 复数的概念	(232)
习题一.....	(236)
§ 9.2 复数代数形式的四则运算	(237)
习题二.....	(239)
§ 9.3 复数的几何表示	(240)
习题三.....	(247)
§ 9.4 复数的三角形式及运算	(248)
习题四.....	(258)
§ 9.5 复数的指数形式及运算	(261)
习题五.....	(265)
小结.....	(266)
复习题九.....	(268)
第十章 数列	(272)
§ 10.1 数列的概念.....	(272)
习题一.....	(275)
§ 10.2 等差数列.....	(276)
习题二.....	(282)
§ 10.3 等比数列.....	(284)

习题三	(291)
小结	(293)
复习题十	(294)
第十一章 空间图形的计算	(298)
§ 11.1 直棱柱、正棱锥、正棱台	(298)
习题一	(310)
§ 11.2 圆柱、圆锥、圆台	(312)
习题二	(321)
§ 11.3 球	(324)
习题三	(327)
小结	(328)
复习题十一	(330)
第十二章 直线	(334)
§ 12.1 平面直角坐标系	(334)
习题一	(339)
§ 12.2 直线和直线的方程	(340)
习题二	(351)
§ 12.3 直线和直线、直线和点的位置关系	(353)
习题三	(360)
小结	(361)
复习题十二	(363)
第十三章 二次曲线	(367)
§ 13.1 曲线和方程	(367)
习题一	(374)
§ 13.2 圆	(374)
习题二	(382)

§ 13.3 椭圆·····	(384)
习题三·····	(394)
§ 13.4 双曲线·····	(396)
习题四·····	(405)
* § 13.5 抛物线 ·····	(407)
* 习题五 ·····	(412)
小结·····	(413)
复习题十三·····	(416)
附录 I 常用对数表·····	(421)
附录 II 反对数表·····	(424)
附录 III 正弦和余弦表·····	(427)
附录 IV 正切和余切表·····	(430)

第一章 集合与不等式的解法

§ 1.1 集合的概念

一、集合与元素

在现实生活和数学中,常常需要把一些对象放在一起作为一个整体来研究。

我们考察下列几组事物:

- (1) 某技校的全体学生;
- (2) 1、2、3、4、5;
- (3) 所有的锐角三角形;
- (4) 某校图书馆的全部藏书;
- (5) 直线 $y=2x$ 上的所有点。

它们分别是由一些学生、书、数、点和图形所组成的。这里的学生、书、数、点和图形都是考察的对象。像这样把具有某一共同特性的一类(些)对象集在一起叫做一个集合,简称集。

我们把具有某一共同特性称为构成这个集合的特征,一类(些)是这个集合的范围。对象称为这个集合的元素。所以说构成集合要具备三要素——特征、范围、元素。

其中:元素必须是确定的;

特征必须是能准确判断的;

范围必须是可以衡量的。

例 1.1 判断下列所给对象能否构成集合：

- (1) 某技校车工班全体学生；
- (2) 一切很大的数；
- (3) 一些三角形；
- (4) 平面内的全体。

解 (1) 具备三要素，“车工班”是这个集合的特征，“全体”是这个集合范围，“学生”是这个集合的元素，所以(1)能构成集合。

(2) 特征不能准确判断，所以不能构成集合。

(3) 范围不能衡量，所以不能构成集合。

(4) 元素不能确定，所以不能构成集合。

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的。这就是说，任何一个对象或者是这个集合的元素，或者不是它的元素，结论应明确、肯定。例如，对于所有锐角三角形所组成集合，如内角分别为 $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ 的三角形是这个集合的元素，而内角分别为 $40^\circ, 50^\circ, 90^\circ$ 的三角形就不是这个集合的元素。

对于一个给定的集合，集合中元素是互异的。也就是说，集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象在同一集合里，只能算作这个集合的一个元素。

例如，方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的解的全体组成的集合(简称解集)里的只有一个元素 1。

在一个给定的集合中，各个元素之间是没有顺序关系的，只要元素完全相同，我们应认为是同一集合。

所以一个集合的元素具有三个特性：

- (1) 确定性；

(2) 无重复性;

(3) 无顺序性。

必须明确:集合的元素可以是各种各样具体的或抽象的事物。但我们今后主要是研究数的集合(简称为数集)和点的集合(简称为点集)。

我们把一些常见的数的集合用特定的大写英语字母表示。

全体自然数的集合,通常简称为自然数集,记作 N ;

全体整数的集合,通常简称为整数集,记作 Z ;

全体有理数的集合,通常简称为有理数集,记作 Q ;

全体实数的集合,通常简称为实数集,记作 R 。

我们还把负整数集、正有理数集、负有理数集、负实数集、正实数集分别表示为 Z^- , Q^+ , Q^- , R^- , R^+ 。

二、集合的表示法

表示一个集合的方法常用的有两种:列举法和描述法。

把集合的元素一一列举出来,彼此之间用逗号分开,写在一个大括号内表示集合的方法叫做列举法。

例如:由 $1, 2, 3, 4, 5$ 五个数组成的集合可以表示为 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 。

又如:方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 所有的解组成的集合(简称为解集)可表示为 $\{1, 2\}$ 。

再如:不大于 3 的全体自然数集合可以表示为 $\{1, 2, 3\}$ 。

只有一个元素的集合叫做单元素集合。例如,方程 $x + 5 = 0$ 的解集只有一个元素 -5 ,用列举法把这个集合记作 $\{-5\}$ 。

注意： $\{-5\}$ 和 -5 有着根本的差别， $\{-5\}$ 表示一个集合——只有一个元素的集合； -5 表示这个集合的一个元素。

把集合中的元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做描述法。描述法有两种表示方法。

一种是文字描述法；把集合中元素的公共属性用文字表达直接写在大括号内。

例如：不大于5的自然数所组成的集合，可表示为{不大于5的自然数}。

方程 $x^2-3x+2=0$ 解集可表示为{方程 $x^2-3x+2=0$ 的解}。

另一种是数学语言描述法。例如： $A=\{x|0<x\leq 3\}$ 。它表示一个集合，这个集合是满足条件“ $0<x\leq 3$ 的一切 x 所组成的”。

我们把条件写在括号内右方，把元素记号写在括号内左方，当中用一竖线把它们分开。

我们用记号 $x\in A$ 来表示 x 属于 A ，其中记号“ $\in$ ”读作：属于。

我们又可用记号 $x\notin A$ 表示不属于，例如 $x\notin A$ 就是 x 不属于 A 。

例 1.2 $B=\{x|x^2-1=0\}$ 的含意，它是由满足方程 $x^2-1=0$ 的一切 x 所组成的集合 B 。

例 1.3 大于3的一切数为元素的集合 A ，可表示为 $A=\{x|x>3\}$ 。

例 1.4 大于3的一切自然数为元素的集合 B ，可表示为 $B=\{x|x>3, x\in N\}$ 。

三、集合的记号

为了简便起见,集合常用大写英语字母 A, B, C 来表示。

集合的元素用小写的英文字母 a, b, c 等表示。

由于实际需要,我们引入空集的概念。空集不含任何元素,记作 $\emptyset$ 或 $\{ \}$ 。

例如:在实数范围内方程 $x^2+1=0$ 解集就是空集,记作 $\emptyset$ 。

集合的各种表示法有时可相互替换。

例 1.5 方程 $x^2-3x-40=0$ 的解集可表示为

$$\begin{aligned} & \{-5, 8\} \\ & = \{\text{方程 } x^2-3x-40=0 \text{ 的解}\} \\ & = \{x | x^2-3x-40=0\}。 \end{aligned}$$

例 1.6 由一组数 $-1, 0, 1, 2, 3$ 组成的集合,可表示为

$$\begin{aligned} & \{-1, 0, 1, 2, 3\} \\ & = \{\text{大于负 } 2 \text{ 且小于 } 4 \text{ 的整数}\} \\ & = \{x | -2 < x < 4, x \in \mathbb{Z}\}。 \end{aligned}$$

习题一

1. 用列举法表示下列集合:

- (1) 大于 3 且小于 15 的偶数的集合;
- (2) 12 的正约数的集合;
- (3) 方程 $x^2-7x+12=0$ 的解集;
- (4) 方程 $x^2+8=0$ 的解集;
- (5) $A = \{x | -2 < x < 10, x \in \mathbb{Z}\}$ 。

2. 用描述法表示下列各集合:

(1) 所有直角三角形组成的集合;

(2) 方程 $x^2+3x+9=0$ 的实数解集;

(3) 满足不等式 $-3 \leq x < 2$ 的整数解集;

(4) 奇数全体所组成的集合;

(5) 被 3 除余 2 的整数的全体所组成集合。

3. 在____处填上适当的记号($\in, \notin$)

1 ____ $\mathbf{N}$; 0 ____ $\mathbf{N}$; -2 ____ $\mathbf{N}$; $\frac{1}{2}$ ____ $\mathbf{N}$; π ____ $\mathbf{N}$;

1 ____ $\mathbf{Z}$; 0 ____ $\mathbf{Z}$; -2 ____ $\mathbf{Z}$; $\frac{1}{2}$ ____ $\mathbf{Z}$; π ____ $\mathbf{Z}$ 。

1 ____ $\mathbf{Q}$; 0 ____ $\mathbf{Q}$; -2 ____ $\mathbf{Q}$; $\frac{1}{2}$ ____ $\mathbf{Q}$; π ____ $\mathbf{Q}$;

1 ____ $\mathbf{R}$; 0 ____ $\mathbf{R}$; -2 ____ $\mathbf{R}$; $\frac{1}{2}$ ____ $\mathbf{R}$; π ____ $\mathbf{R}$ 。

§ 1.2 子集、交集、并集

一、子集

1. 子集

我们考察集合 $A=\{1,3,5\}$ 和 $B=\{1,2,3,4,5,6\}$, 可以知道集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素。这样我们把集合 A 叫做集合 B 的子集。

一般地, 对于两个集合 A 与 B , 如果 A 的任何一个元素都属于 B (即如果 $a \in A$, 那么 $a \in B$), 那么就把 A 叫做 B 的子集, 记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$); 读作“ A 包含于 B ”(或“ B 包含 A ”)。