全国中等农林学校试用教材

数　学

上　册

四川省农业机械化学院主编

农林各专业用

农　业　出　版　社

全国中等农林学校试用教材

数　　学

上　册

四川省农业机械化学校主编

（农林各专业用）

农　业　出　版　社

全国中等农林学校试用教材
数　学（上册）
四川省农业机械化学校主编

农业出版社出版（北京朝内大街130号）
新华书店北京发行所发行　　农业出版社印刷厂印刷

787×1092毫米32开本　12.375印张　254千字
1979年10月第1版　1982年7月北京第4次印刷
印数 168,701—188,700册
统一书号 13144·207　定价 1.15元

前　言

一九七七年底，农机、水产、林业等十二所省属中等农林学校的代表在一起，交流了各校关于《数学》教学的经验和情况，认真讨论了《数学》的编写方法，商定了《初等数学》和《高等数学》两部分的编写提纲，由广西壮族自治区农业机械化学校、陕西省农业机械化学校、山东省农业机械化学校、江苏省南京农业机械化学校和四川省农业机械化学校分工写出了初稿，印发给有关单位征求了意见。今年四、五月间，在四川省农业机械局的支持和帮助下，召开了审书会议，参加审书会的，除负责编写工作的学校代表以外，还有广西林业学校、辽宁省旅大水产学校、辽宁省锦州农业机械化学校、四川南充师范学院、四川省合川水产学校和四川涪陵农业机械化学校的代表。根据大家的审查意见，最后由四川省农业机械化学校的同志整理定稿及绘图，于一九七八年九月完成这本教材的编写工作。

这本《数学》试用教材分上、下册出版，上册是初等数学，下册是高等数学，供中等农林学校农机、水产、林机、林业等专业用，也可供其他中专学校教学参考。

《数学》是普通基础课，按照理论联系实际的原则，注重加强基础知识和基本技能的教学，正确理解数学概念、基本

定理、公式及运算法则，参照原工科类中专数学教材，考虑农林专业的特点，适应科学技术的发展，删去了“立体几何”、“计算尺”、“近似计算”、“锐角三角函数”等内容，增添了“向量和复数”、“参数方程”、“极坐标”、“中值定理及罗彼塔法则”等内容，并将“排列与组合”、“二项式定理”、“行列式”、“简单微分方程”、“平均值、均方极、转动惯量”列为选学内容。全书预计讲授270个学时，包括选学内容的40个学时在内，不包括习题课时。

《数学》是一门基础学科，内容广泛，理论性、系统性很强。由于我们思想、业务水平不高，编写时间匆促，缺点和错误在所难免，恳切希望读者提出批评指正。

编　者

一九七八年九月

目　录

第一章　函数及其图象

在客观世界中，反映事物变化、发展运动的各种量，并不是孤立的，而是互相联系的，因此，我们不仅要研究事物各自的数量变化，而且更重要的是要研究量与量之间的相互依赖关系及其内部规律，函数关系就是变量之间一种最基本的，最重要的依赖关系。

本章讨论最简单的函数及其图象。

第一节　变量与函数

一、常量与变量　在认识自然、改造自然、进行生产和科学实验以及日常生活中，必然会涉及各种各样的量。如长度、面积、体积、温度、速度、时间、比重、压强、电流、电压、产量、产值等等。在一般情况下，这些量是在不断变化着的，但在研究某一个问题的过程中，可以把某些量看作是相对静止的、不变的。

例 1　在物理学中，物体作匀速运动的公式为：

$$s=vt$$

在这个问题中，物体作匀速运动，速度 v 是一个不变的量，时间 t 在正数范围内，可以取不同的数值，路程 s 随着

时间 t 也相应地取得不同的数值，t 与 s 都是变化的量。

例 2 由平面几何可知，计算圆面积的公式为：

$$A=\pi r^2$$

其中，π 表示圆的周长与它的直径之比，π 对于任意一个圆都是保持不变的量，通常取 $\pi=3.14159\cdots\cdots$。半径 r 在正数范围内，可以取不同的数值，圆面积 A 随着 r 的变化而变化。r 与 A 都是变化的量。

在所研究的问题中，相对的保持同一数值的量，叫做常量。因一定条件可以取得不同数值的量，叫做变量。表达常量的数叫常数，而表达变量的数叫变数。

如上述二例中，匀速运动的速度 v，圆周率 π 都是常量。而路程 s 与时间 t，圆面积 A 与半径 r 都是变量。

一般用 $a, b, c, k, \cdots$ 表示常量；用 $x, y, z, t, \cdots$ 表示变量。

由于客观事物的不断运动、变化和发展，因此，对常量与变量不能一概而论，要根据所给条件作具体分析。

例 3 在电学中，欧姆定律为：

$$U=IR$$

其中常量与变量，必须依据具体情况来确定。

(1) 若电压 U 保持不变，则电流 I 与电阻 R 成反比，即

$$I=\frac{U}{R}$$

这时，U 是一个常量，R 与 I 都是变量。

(2) 若电阻 R 保持不变，则电流 I 与电压 U 成正比，即

$$I=\frac{1}{R}U$$

这时，R是一个常量，U与I都是变量。

(3) 若电流I保持不变，则电压U与电阻R成正比，即

$$U=IR$$

这时，I是一个常量，R与U都是变量。

由此可知，常量与变量的划分是相对的，与所给条件紧密相关的。在一定条件下，它们可以相互转化。如一昼夜的温度，总体看来是变量，但相对于某一段时间内，变化不大的温度，就可以看作常量。又如，重力加速度g(9.8 米/秒^2)，在不同的地点和高度，有不同的值，它并不是一个常量，而是一个变量。

总之，要判定一个量究竟是常量还是变量，要根据时间、地点等所研究问题的条件而确定。

二、函数概念 在同一事物的运动过程中，反映事物变化的量往往不止一个，量与量之间的变化不是孤立的，而是相互联系着的，并且按照一定的规律变化。函数概念就是这种量与量之间的依赖关系在数学上的反映。我们通过实例来说明两个变量之间的函数关系。

例 1 在真空中，自由落体所经过的路程s和时间t存在着关系：

$$s=\frac{1}{2}gt^2 \tag{1}$$

其中，重力加速度g，在同一地点和高度是常量。由于t表示下落所需的时间，因此，物体开始下落时$t=0$，到物

体着地时 $t=T$。t 在不大于时间 T 的正数范围内每取一个数值，s 都有一个确定的数值和它对应着。(1)式表示变量 s 和 t 之间的关系，也反映了物体下落的运动规律。

例 2 气象站用自动记录仪，记录某地一昼夜的气温变化情况，得到一条曲线，如图 1-1。

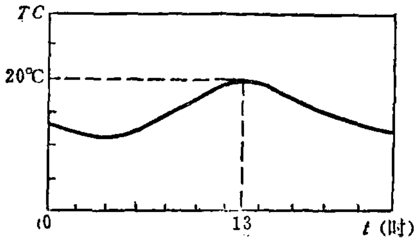

图 1-1

这条曲线表示了气温 T 随时间 t 的变化情况。时间 t 在 0 到 24 小时之间变化，在每一个不同的时刻，T 都有确定的数值相对应。如 $t=13$ 时，对应的 $T=20$°C。曲线表示了变量 T 和 t 之间的关系，也反映了一昼夜气温变化的规律。

例 3 通过实验得知，常见的保险丝（铅锡合金，铅75%，锡 25%），它的额定电流 i 和直径 D 的数量关系，可列成下表：

额定电流 i（安培）	2	2.3	2.6	3.3	4.1	4.8	7
保险丝直径 D（毫米）	0.51	0.56	0.61	0.71	0.81	0.92	1.22

从上表看出，保险丝的直径随额定电流的大小来确定。对于电路中不同的额定电流，就要用相应的保险丝。如额定电流为 4.1 安培，就要选用直径为 0.81 毫米的保险丝。i 与 D 都是变量。上面的数值表正好反映了这两个变量之间的变

化规律。

上述三个例题，反映了不同事物的变化过程，虽然具体意义不同，其表现形式各不一样，但从数量方面进行研究，它们有着共同的特点：在这些变化过程中都有两个变量，它们同时变化又互相联系，其中一个变量取得可能取的数值，按照一定规律，另一个变量有确定的对应值。

为此，我们可以得出函数的定义。

定义：在一个变化过程中，有两个变量 x 和 y，如果对于 x 的每一个可能取的数值，y 都有一个（或多个）确定的数值和它对应，那么 y 叫做 x 的函数。x 叫做自变量，y 叫做因变量。x 和 y 之间的关系，叫做函数关系。

在函数的定义中，如果自变量 x 所取的每一个数值，y 只有一个确定的数值与它对应，那么 y 就叫做 x 的单值函数。否则就叫做多值函数。本书研究的都是单值函数。

在上述三例中，路程 S 是时间 t 的函数，气温 T 是时间 t 的函数，保险丝的直径 D 是额定电流 i 的函数。

两个变量之间的函数关系，在生产、科研以及日常生活中是大量存在的，自然科学中的许多定律，常用的各种公式都是函数。如：

匀速直线运动规律：$S=vt$，S 是 t 的函数。

圆面积公式：$A=\pi r^2$，A 是 r 的函数。

欧姆定律：$U=IR$，U 是 R 的函数（当 I 为常量时）。

万有引力定律：$F=K\frac{m_1m_2}{r^2}$，F 是 r 的函数（m_1,m_2，都是常量）。

一般地说“y是x的函数”这句话，用记号表示为：

$$y=f(x)$$

“f”是英语函数 *function* 的简写，而不是f与x的乘积。

在例 1 中，路程s是时间t的函数，可记为$s=f(t)$，f就表示t与s这个公式。

同理，在例 2 中，气温T是时间t的函数，记为$T=f(t)$，f就表示这个函数对应的曲线。

同样，在例 3 中，直径D是i的函数，记为$D=f(i)$，f就表示i与D之间的对应数值表。

$y=f(x)$并不是唯一的记号，还可以用$y=F(x)$、$y=\varphi(x)$、$y=g(x)$等记号表示不同的函数关系。这样，在同一个问题中，研究几个不同的函数时，就可以用不同的记号来表示，易于区别，不引起混淆。

例如，圆的周长C和面积A都是半径r的函数，可分别表示为：

$$C=f(r) \text{ 或 } f(r)=2\pi r$$

$$A=\varphi(r) \text{ 或 } \varphi(r)=\pi r^2$$

函数记号$f(x)$能广泛地表示着任何符合条件的函数，在具体问题中，它却只是某个确定的函数值。即当自变量x等于某一个可能取的值a时，$f(a)$就表示当$x=a$时，函数$f(x)$的对应值。为此，要求一个函数$f(x)$在$x=a$时的对应值$f(a)$，只需把a代入已知函数的关系式进行运算即得。

例 1 已知$f(x)=3x^2+2x-1$，求$f(-1)$、$f(0)$、$f(1)$、$f(-a)$的值。

解： $f(-1)=3\cdot(-1)^2+2(-1)-1=0$

$f(0)=3\cdot(0)^2+2\cdot0-1=-1$

$f(1)=3\cdot(1)^2+2\cdot1-1=4$

$f(-a)=3\cdot(-a)^2+2(-a)-1=3a^2-2a-1$

例 2 已知 $\varphi(x)=\sqrt{2-x}$，求$\varphi(-2)$、$\varphi(-1)$、$\varphi(2)$的值。

解：
$$\varphi(-2)=\sqrt{2-(-2)}=\sqrt{4}=2$$
$$\varphi(-1)=\sqrt{2-(-1)}=\sqrt{3}$$
$$\varphi(2)=\sqrt{2-2}=0$$

例 3 已知 $F(x)=\frac{x}{\sqrt{3-x^2}}$，求 $F(-1)$、$F(1)$、$F(\sqrt{2})$的值。

解：
$$F(-1)=\frac{-1}{\sqrt{3-(-1)^2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$F(1)=\frac{1}{\sqrt{3-(1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$F(\sqrt{2})=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3-(\sqrt{2})^2}}=\frac{\sqrt{2}}{1}=\sqrt{2}$$

三、函数的定义域和值域 我们所说的函数，除了其对应规律之外，还有它的定义域，定义域和对应规律是函数

概念的两个要素。什么叫定义域？下面举例说明。

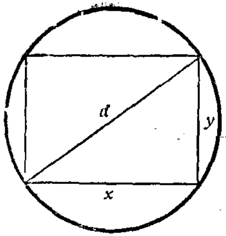

图 1-2

例 1 将一个直径$d=50$厘米的圆木料截成横断面为长方形的方木料，求边与边之间，面积与一边之间的函数关系。

解：设长方形的长为x，宽为y，如图 1-2

由勾股定理，有

$$x^2+y^2=d^2=50^2$$

解出y，得

$$y=\sqrt{50^2-x^2} \tag{1}$$

即(1)式为所求长方形的两个边长x与y之间的函数关系表达式。

长方形的面积公式为：

$$A=xy$$

把(1)式代入上述面积公式，得

$$A=x\sqrt{50^2-x^2} \tag{2}$$

即(2)式为所求长方形的面积A与一个边长x之间的函数关系表达式。

在(1)式和(2)式所表示的函数关系中，自变量x的变化范围是有限制的。其条件是，x只能取大于0而小于50以内的一切正数，y、A才有意义。自变量x在0到50以内，每取一个数值，y和A都有一个确定的数值相对应。

定义：使函数有意义的自变量的变化范围，叫做函数的

定义域。对应于函数定义域的全体函数值，叫做函数的值域。

在(1)式和(2)式中，因为$x>0$，又$x<50$时，函数y和A才有意义，所以它们的定义域用不等式表示为：

$$0<x<50$$

其值域为：y和A对应于x的实数。

例 2 求圆面积$f(r)=\pi r^2$的定义域

解：因为r为负数时，圆面积$f(x)=\pi r^2$没有意义。

所以，$f(x)=\pi r^2$的定义域是一切正实数，其值域为$f(x)>0$的实数。

例 3 求函数$\varphi(x)=ax^2$的定义域

解：因为x可以取一切实数值，

所以$\varphi(x)=ax^2$的定义域为一切实数，当$a>0$时，其值域为非负实数；当$a<0$时，其值域为零和负实数。

例 4 求函数$F(x)=\dfrac{2x^2+3}{3-x}$的定义域

解：因为，当$x=3$时，$F(x)=\dfrac{2x^2+3}{3-x}$没有意义，

所以，$F(x)=\dfrac{2x^2+3}{3-x}$的定义域是除$x=3$以外的一切实数，其值域为对应于x的实数。

因此，讨论一个函数，必须根据所给函数的具体条件，确定其定义域。用代数式表示的函数，可用下列规则确定函数的定义域：

（1）当函数是整式时，函数的定义域是全体实数。

（2）当函数是分式时，函数的定义域是不使分母为 0 的自变量的一切实数值，因为分母为 0 时，函数没有意义。

（3）当函数是偶次根式时，函数的定义域是不使根底式为负的自变量的一切实数值，因为根底式为负时，函数没有意义。

一个变量的变化范围，通常用区间来表示，而区间可以用不等式或括号来表示。

定义：介于某两个实数之间的全体实数，叫做区间，那两个实数叫做区间的端点。

一般地，把区间分为以下三种类型：

（1）若 $a<b$ 是两个实数，则 x 满足不等式

$$a<x<b$$

的全体实数，叫做开区间，记为 (a,b)。在数轴上表示如图 1-3

图 1-3

图 1-4

（2） x 满足不等式

$$a\leqslant x\leqslant b$$

的全体实数，叫做闭区间，记为 $[a,b]$ 在数轴上表示如图 1-4。

（3） x 满足不等式

$$a<x\leqslant b \text{ 或 } a\leqslant x<b$$

的全体实数，叫做半开区间或半闭区间，分别记为 $(a,b]$ 或 $[a,b)$，在数轴上表示如图 1-5。