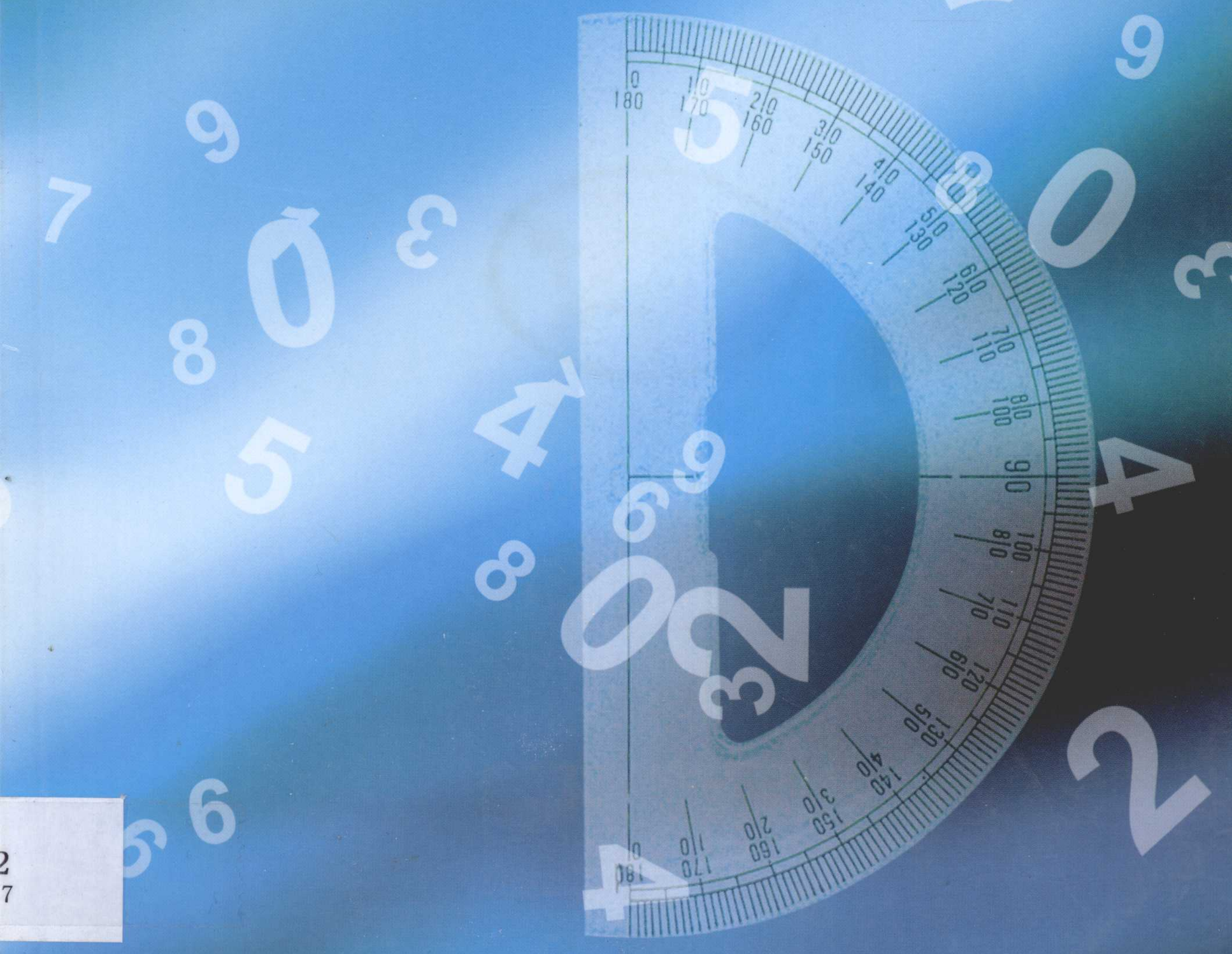
电大五年制高职导学教材

（第二册）

《数学》学习指导

叶惠英 主编



东南大学出版社

电大五年制高职导学教材

《数学》学习指导

第二册

主 编 叶惠英

东南大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

《数学》学习指导(第二册)/叶惠英主编.—南京:东南大学出版社,2004.3(2009.1重印)

电大五年制高职导学教材

ISBN 978-7-81089-543-9

Ⅰ.数… Ⅱ.叶… Ⅲ.数学—电视大学—教学参考资料 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 011297 号

《**数学**》学习指导(第二册)

出版发行	东南大学出版社
出 版 人	江 汉
社　　址	南京市四牌楼 2 号
邮　　编	210096
印　　刷	常州市武进第三印刷有限公司
开　　本	787mm×1092mm 1/16
印　　张	9
字　　数	230 千字
版　　次	2004 年 3 月第 1 版 2009 年 1 月第 5 次印刷
定　　价	17.00 元
ISBN	978-7-81089-543-9

* 东大版图书若有印装质量问题,请直接向读者服务部调换,电话:025—83792328。

江苏电大五年制高职教育

教学资源建设指导小组

组　长：吴　进

副组长：骆苏菲　杨彩萍

组　员：史志勤　仲凤仪　朱　军　蒋静琪　徐云桦

刘新德　茆立良　陆伟新　叶惠英

编 写 说 明

《〈数学〉学习指导》是配套全国广播电视大学五年制高等职业教育《数学》主教材的导学教材。该教材在第一版使用的基础上，听取了一线教师的建议，对部分内容作了调整、修改。修订后的第二册导学教材与《数学》(第二版)主教材第二册配套使用。

这套导学教材的编写体例包括各章知识点及学习目标、各章节学习指导及各章测试题。其中，各章节学习指导包括各节知识结构、最低学习要求、知识点导读和综合练习。

为了方便不同专业、不同学习基础层次的学生学习，各节综合练习提供了A、B二组：其中，练习A选择“应知应会”的基本题，练习B选择的题目中，一部分与主教材中的主要知识点配套，另一部分属于补充练习；少最带“*”的题目是拓宽部分，供基础较好、学有余力的学生使用。根据工、文科各专业数学课程教学要求，文科各专业学生以A组题为主，工科各专业学生以B组题为主。工科各专业学生中学习困难较大者也可以A组题为基本练习。各章还提供了与综合练习配套的A、B二组测试题，可以作为单元测验题。工科学生应首选测试题B进行测试，若成绩低于60分，则可以选择测试题A再测试；文科学生可以选择测试题A进行测试。

各章知识点学习目标A是指了解、知道；学习目标B是指理解、会用；学习目标C是指掌握、运用；学习目标D是指熟练掌握、灵活运用。

本书由叶惠英主编，吴进主审。参加第一版编写的有黄隽、仲凤仪、张洁、凌佳、吕欣。参加本次修订和编写的有叶惠英、黄隽、芮永华、张洁。

由于水平有限，对于编写中存在的不足及错误之处，恳请各校老师批评指正。

编 者

2006年1月

目　录

第 5 章　三角函数

第 6 章　平面向量与复数

第 7 章　空间图形

第 5 章　三角函数

Ⅰ. 本章知识点、学习目标和参考学时

章节目录	知　识　点	学习目标		参考学时	
		文科	工科	文科	工科
§5.1　角的概念的推广与弧度制	正角、负角和零角的概念 终边相同的角 象限角 1 弧度角的含义与弧度制 角度制与弧度制的换算 弧长公式	B C B A B A	B C C B C B	5	4
§5.2　任意角的三角函数	任意角的三角函数定义 特殊角的三角函数值 诱导公式(一) 三角函数值的符号	C C B C	C D C D	3	3
§5.3　同角三角函数的基本关系式	同角三角函数间的关系式 运用公式求值、化简 运用公式证明	C B A	D C C	2	2
§5.4　任意角的三角函数值求法	诱导公式(二)、(三)、(四)、(五) 运用诱导公式求值 运用计算器求值	B B B	C C B	4	4
§5.5　两角和与差的三角函数	两角和与差的正弦、余弦和正切公式 二倍角的正弦、余弦和正切 积化和差、和差化积公式 运用公式求值、化简 运用公式证明	C C * B A	C D A C A	5	4
§5.6　三角函数的图像与性质	周期函数概念 正弦、余弦、正切函数的周期 正弦函数的图像与性质 余弦函数的图像与性质 正切函数的图像与性质 正弦型函数的图像与性质	A B C C B A *	A C D D B B B	6	8
§5.7　反三角函数	已知三角函数值,求指定区间上的角 反正弦函数 反余弦函数 反正切函数	A * * *	B B B B	2	4
§5.8　解斜三角形	正弦定理与余弦定理 定理的运用	B B	C B	2	2
§5.9　三角函数应用举例	运用三角函数进行简单规划实例 解斜三角形应用举例 正弦型函数应用举例	A B *	B C B	3	5
	复习小结与阅读材料	2	2		
	合　　计			34	36

Ⅱ. 本章学习重点与难点

重点:任意角的三角函数的定义,特殊角的三角函数值,同角三角函数间的关系,加法公式与二倍角公式,正弦、余弦函数的图像及性质,正弦定理、余弦定理及运用.

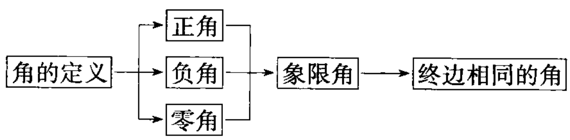
难点:本章公式的记忆与熟练运用,三角函数性质的运用.

Ⅲ. 各节学习指导

§5.1 角的概念的推广与弧度制

(一)角的概念的推广

一、知识结构



二、最低学习要求

1. 知道任意角的概念,会举例说明.
2. 了解象限角的含义,会判断任意一个角所在的象限.
3. 理解终边相同角的表示法及作用.

三、知识点导读

1. 初中讨论的角不分正负,而且在 0°～360°范围内. 从本章开始,角的概念推广为任意大小的角,学习时要注意角的方向,分清正负角.

2. 与角 α 终边相同的角的一般形式可以表示为 $\beta=\alpha+k\cdot 360°$,用集合表示为 $S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot 360°,\ k\in\mathbf{Z}\}$,其中 α 可以是任意角. 终边相同的角不一定相等,但相等的角的终边一定相同. 与角 α 终边相同的角有无数个,它们之间相差 360°的整数倍.

写出 S 中在指定范围内(如 0°～360°、360°～720°、−360°～360°等)的角 β_0,常用的方法是:令 $k=\cdots,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$,代入表达式 $\beta=\alpha+k\cdot 360°$ 中试验,找出符合条件的角 β_0.

例如:(1) $\alpha=-50°$,则与角 α 的终边相同的角的集合为

$$S=\{\beta|\beta=-50°+k\cdot 360°,\ k\in\mathbf{Z}\}$$

若求 360°～720°内与 α 终边相同的角,只要令 $k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$,代入 $\beta=-50°+k\cdot 360°$ 中试验,可知当 $k=2$ 时,

$$\beta_0=-50°+2\times 360°=670°$$

是 360°～720°内的角.

(2) $\alpha=1\ 752°$,则与角 α 终边相同的角的集合为

$$S=\{\beta|\beta=1\ 752°+k\cdot 360°,\ k\in\mathbf{Z}\}$$

若求 0°～360°内与 α 终边相同的角,只要令 $k=-1,\ -2,\ -3,\ -4,\ \cdots$,代入 $\beta=1\ 752°+k\cdot 360°$中试验,可知当 $k=-4$ 时,

$$\beta_1=1752°+(-4)\times 360°=312°$$

是 0°～360°内的角.

重点要掌握找出 0°～360°内与给定的角 α 的终边相同的角的方法,这是判断任意角 α 所在象限和求 α 的三角函数值的基础.

3. 第一、第二、第三和第四象限角的范围可以用集合表示,也可以用不等式表示,如表 5.1.1 所示.

表 5.1.1

角 x 的所在象限	不等式表示($k\in\mathbf{Z}$)
第一象限	$k\cdot 360°+0°<x<k\cdot 360°+90°$
第二象限	$k\cdot 360°+90°<x<k\cdot 360°+180°$
第三象限	$k\cdot 360°+180°<x<k\cdot 360°+270°$
第四象限	$k\cdot 360°+270°<x<k\cdot 360°+360°$

特别地,当 $k=0$ 时,用不等式表示第一、第二、第三和第四象限角的范围分别为 $0°<x<90°$、$90°<x<180°$、$180°<x<270°$、$270°<x<360°$,它们分别是四个象限角所在范围的一部分. 不难看出,锐角($0°<\alpha<90°$)不同于第一象限角,钝角($90°<\alpha<180°$)也不同于第二象限角.

4. 已知角 α 的大小,要会判定它是第几象限角. 一般方法是:

(1) 若 $0°<\alpha<360°$,则可以根据 α 在四个范围 $0°<x<90°$、$90°<x<180°$、$180°<x<270°$、$270°<x<360°$中的位置,来判断 α 的所属象限.

例如:$\alpha=240°$,因为 $180°<240°<270°$,所以 $\alpha=240°$是第三象限角.

(2) 若 α 是负角或大于 360°的正角,则先把 α 表示为 $\alpha=\alpha_0+k\cdot 360°$($0°<\alpha_0<360°$, $k\in\mathbf{Z}$)的形式,即找出在 0°～360°范围内与 α 角的终边相同的角 α_0,然后根据 α_0 所属象限来确定 α 所在的象限.

例如:$\alpha=-963°$,因为$-963°=117°+(-3)\times 360°$,所以$-963°$与 117°终边相同,由 117°是第二象限角可知,$\alpha=-963°$是第二象限角.

当$-360°<\alpha<0°$时,也可以直接判断. 如 $\alpha=-30°$、$\alpha=-150°$等.

四、综合练习

练习 A

（一）填空题

1. 按射线绕其端点旋转方式的不同，平面上所有的角可分为________，按逆时针方向旋转所成的角是________角，按顺时针方向旋转所成的角是________角.
2. 时钟的时针每小时转过________度，每分钟转过________度.
3. 设 α 是锐角，则 α 是第________象限角，$-\alpha$ 是第________象限角.
   $180°+\alpha$ 是第________象限角，$180°-\alpha$ 是第________象限角.
   $360°-\alpha$ 是第________象限角，$k\cdot 360°+\alpha$ 是第________象限角.
4. 指出下列各角所在的象限：
   $120°$________；$210°$________；$135°$________；$300°$________；
   $60°$________；$225°$________；$150°$________；$240°$________；
   $30°$________；$315°$________.
5. 终边在 x 轴负半轴上的角的集合是________________________；
   终边在 y 轴正半轴上的角的集合是________________________.

（二）选择题

1. 下列命题中正确的是（　　）.
   A. 终边相同的角都相等　　　B. 小于 $90°$的角是锐角
   C. 第一象限角是锐角　　　D. 锐角是第一象限的角
2. 在直角坐标系中，第二象限角的集合是（　　）.
   A. $\{\alpha|90°<\alpha<180°\}$
   B. $\{\alpha|k\cdot 180°+90°<\alpha<k\cdot 180°+180°,\ k\in\mathbf{Z}\}$
   C. $\{\alpha|k\cdot 180°<\alpha<k\cdot 360°+180°,\ k\in\mathbf{Z}\}$
   D. $\{\alpha|k\cdot 360°+90°<\alpha<k\cdot 360°+180°,\ k\in\mathbf{Z}\}$
3. 与 $330°$角终边相同的角是（　　）.
   A. $-60°$　　B. $390°$　　C. $-390°$　　D. $930°$
4. 已知 α 是锐角，那么 2α 是（　　）.
   A. 第一象限角　　　B. 第二象限角
   C. 第三象限角　　　D. 第一或第二象限角
5. 已知 α 是钝角，那么 $\frac{\alpha}{2}$ 是（　　）.
   A. 第一象限角　　　B. 第二象限角
   C. 第一或第二象限角　　　D. 不能确定

（三）解答题

1. 以直角坐标系的原点为角的顶点，x 轴的正半轴作为角的始边，作出下列各角，并判断它们是第几象限角.

(1) $28°$　　(2) $-50°$

(3) $600°$　　(4) $-480°$

2. 写出与下列各角终边相同的角的集合 S.

(1) $36°$　　(2) $-45°$

(3) $-240°$　　(4) $721°30'$

3. 把下列各角表示为 $\alpha+k\cdot 360°(0°<\alpha<360°,\ k\in\mathbf{Z})$的形式,并判断是第几象限角.

(1) $369°$　　(2) $-145°$

(3) $-204°$　　(4) $728°$

练习 B

(一) 填空题

1. 某个车轮在 3 分钟内按逆时针方向旋转 600 转,平均每分钟转________度,平均每秒钟转________度.

2. (1) 第一象限角,用不等式表示为________________________;

(2) 锐角,用不等式表示为________________________;

(3) 小于 $90°$的角,用不等式表示为________________________;

(4) 钝角,用不等式表示为________________________.

3. 指出下列各角所在的象限:

$75°$________,$105°$________,$165°$________,$195°$________,$261°$________,

$-125°$________,$-315°$________,$-280°$________,$-37°$________,$15°$________.

4. 终边在 x 轴上的角的集合是____________________;

终边在 y 轴负半轴上的角的集合是____________________.

（二）选择题

1. 下列命题正确的是(　　).

   A. 第二象限角大于第一象限角

   B. 第一象限角不一定是锐角

   C. $-30°$既是第一象限角，也是第四象限角

   D. 第二象限角是钝角

2. 在直角坐标系中，第四象限角的集合是(　　).

   A. $\{\alpha \mid 270° < \alpha < 360°\}$

   B. $\{\alpha \mid k \cdot 180° + 270° < \alpha < k \cdot 180° + 360°,\ k \in \mathbf{Z}\}$

   C. $\{\alpha \mid -90° < \alpha < 0°\}$

   D. $\{\alpha \mid k \cdot 360° - 90° < \alpha < k \cdot 360°,\ k \in \mathbf{Z}\}$

3. 下列各组角中，终边相同的是(　　).

   A. $390°,\ 690°$　　　　B. $-330°,\ 750°$

   C. $480°,\ -420°$　　　　D. $2\,280°,\ -840°$

4. 已知α与$50°$角的终边相同，且$-360° < \alpha < 0°$，则$\alpha =$(　　).

   A. $210°$　　B. $-130°$　　C. $-210°$　　D. $-310°$

（三）解答题

1. 以直角坐标系的原点为角的顶点，x轴的正半轴作为角的始边，作出下列各角，并判断它们是第几象限角.

   (1) $2\,000°$　　　　(2) $-1\,600°$

   (3) $-275°$　　　　(4) $660°$

2. 把下列各角表示为$\alpha + k \cdot 360°(0° < \alpha < 360°,\ k \in \mathbf{Z})$的形式，并判断是第几象限角.

   (1) $3\,600°$　　　　(2) $-240°$

   (3) $-845°$　　　　(4) $1\,721°30'$

3. 写出与下列各角终边相同的角的集合 S,并求出 S 中在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 间的角.

(1) 368°　　(2) -45°

(3) -240°　　(4) $721^\circ 31'$

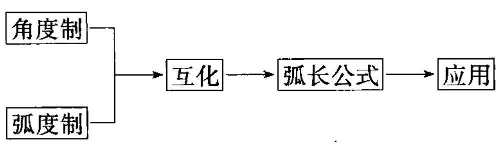
4. 判断下列各角所在的象限.

(1) 580°　　(2) -840°　　(3) $-1\,345^\circ$

(4) 230°　　(5) $2\,158^\circ$　　(6) $1\,038^\circ 20'$

(二) 弧度制

一、知识结构



二、最低学习要求

1. 了解 1 弧度角和弧度制的概念.
2. 知道角度制与弧度制的换算方法,熟记特殊角的弧度数.
3. 记住弧度制下的弧长公式,会利用公式解决简单的实际问题.

三、知识点导读

1. 把周角的$\frac{1}{360}$称为**1 度的角**,记为 1°. 以度作为单位来度量角的单位制,叫做**角度制**.

把长度等于半径长的弧所对的圆心角称为**1 弧度的角**,记为 1 rad. 以弧度作为单位来度量角的单位制,叫做**弧度制**.

角度制和弧度制是度量角的大小的两种不同的单位制度. 学习时要注意正确理解 1 弧度的角的含义.

2. 角的概念推广以后，不论用角度制还是用弧度制，都能在角的集合与实数集之间建立一一对应关系：每一个角都惟一对应着一个实数(如这个角的弧度数或度数)；反过来，每一个实数也都惟一对应着一个角(如弧度数或度数等于这个实数的角). 弧度制在实际应用中很方便，可以把三角函数看成是以实数为自变量的函数，从而使三角函数的应用更广泛，因而在高等数学和科学研究中普遍采用弧度制.

3. 分别用"弧度"与"度"来度量角所得到的量数是不同的(除零角外)，但它们同是度量角的结果，二者就必然存在着换算关系. 学习时，要熟记换算公式 $180°=\pi$ rad，以及下列特殊角的度数与弧度数的换算表(见表 5.1.2).

表 5.1.2

度	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$	$270°$	$360°$
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

对于非特殊角的换算，可以借助计算器. 使用计算器前，必须详细阅读所用计算器的使用说明，了解度与弧度的换算方法.

4. 用弧度为单位表示角时，"弧度"(或 rad)可以省略不写. 上表中列出的特殊角的弧度数，正好是 π 的有理数倍，如果没有特殊说明，不必把 π 写成小数，如 $60°=\frac{\pi}{3}$，不必写成 $60°\approx1.05$ rad. 但不能把 π 理解为弧度制的单位.

5. 弧度制下的弧长公式为：$l=|\alpha|r$. 初中学过的角度制下的弧长公式为：$l=\frac{n\pi}{180}\cdot r$. 两种单位制下的弧长公式的区别在于：前者的圆心角 α 是以弧度为单位，后者的圆心角 n 是以度为单位. 运用公式 $l=|\alpha|r$ 及其变形公式 $|\alpha|=\frac{l}{r}$ 和 $r=\frac{l}{|\alpha|}$ 时，如果已知的角是角度制为单位，必须先把它化成以弧度制为单位后再用公式计算.

弧度制下的扇形面积公式是：$S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}|\alpha|r^2$. 利用弧长公式和扇形面积公式可以解决一些实际应用问题.

四、综合练习

练习 A

(一) 填空题

1. 时钟经过 25 分钟，分针所转过的角的弧度数为________.
2. 半径为 4 厘米的圆中，$60°$的圆心角所对的弧长等于________.
3. 若 α 是锐角，则 $2\pi-\alpha$ 是第________象限角，$\pi+\alpha$ 是第________象限角.
4. 把下列各角的角度数化为弧度数：

   $150°=$______，$210°=$______，$225°=$______，$300°=$______，$420°=$______，
   $15°=$______，$75°=$______，$22.5°=$______，$72°=$______，$18°=$______.

5. 把下列各角的弧度数化为度数：

$-\frac{2\pi}{3}=$______，$\frac{11\pi}{6}=$______，$-\frac{\pi}{4}=$______，$\frac{7\pi}{12}=$______，$\frac{\pi}{18}=$______，

$\frac{28\pi}{3}=$______，$-\frac{23\pi}{6}=$______，$-\frac{17\pi}{4}=$______，$\frac{19\pi}{12}=$______，$\frac{17\pi}{18}=$______.

（二）选择题

1. 已知圆的半径为 r，弧长为 $\frac{1}{2}r$ 的圆弧所对的圆心角等于（　　）.

A. $\frac{\pi}{2}$ rad　　B. 2 rad　　C. $\frac{1}{2}$ rad　　D. 以上都不对

2. 设 α 是锐角，则 $3\pi-\alpha$ 是（　　）.

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

3. 把 600°化成 $\alpha+2k\pi(0\leqslant\alpha\leqslant2\pi,\ k\in\mathbf{Z})$ 的形式为（　　）.

A. $4\pi-\frac{2\pi}{3}$　　B. $3\pi+\frac{\pi}{3}$　　C. $2\pi+\frac{4\pi}{3}$　　D. $2\pi+240^\circ$

4. 下列各组角中，终边相同的为（　　）.

A. $\frac{\pi}{3}$ 与 $-\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{3}$ 与 $-\frac{10\pi}{3}$　　C. $\frac{13\pi}{6}$ 与 $\frac{\pi}{6}$　　D. $-\frac{11\pi}{6}$ 与 $\frac{5\pi}{6}$

（三）解答题

1. 把下列各角表示为 $\alpha+2k\pi(\alpha\in(0,\ 2\pi),\ k\in\mathbf{Z})$ 的形式，并指出它们所在的象限：

（1）$\frac{44\pi}{5}$　　（2）$-\frac{22\pi}{3}$　　（3）940°　　（4）$-1\ 740^\circ23'$

2. 地球赤道的半径是 6 370 千米，试求在赤道上 3°的弧长是多少千米？

练习 B

（一）填空题

1. 1 度的角是指________________________________；

1 弧度的角是指________________________________.

2. 半径为 6 厘米，圆心角为 120°的扇形的周长等于________，扇形面积等于________.

3. 用弧度表示：终边在 x 轴的正半轴上的角的集合________；

终边在 y 轴的正半轴上的角的集合________.

4. 角度数与弧度数互化：

$200° =$ ______, $900° =$ ______, $-144° =$ ______, $-202°30' =$ ______, $1\,125° =$ ______.

$\frac{11\pi}{3} =$ ______, $-\frac{8\pi}{5} =$ ______, $\frac{25\pi}{12} =$ ______, $-\frac{5\pi}{8} =$ ______, $\frac{13\pi}{9} =$ ______.

（二）选择题

1. 一条弦长等于半径,则这条弦所对的圆心角是(　　).

A. π rad　　B. 1 rad　　C. $\frac{1}{3}$rad　　D. $\frac{\pi}{3}$rad

2. 将时钟的分钟拨慢 10 分钟,则分针转过的弧度数为(　　).

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $-\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{5}$　　D. $-\frac{\pi}{5}$

3. 把$-1\,485°$化成$\alpha+2k\pi(0\leqslant\alpha\leqslant2\pi,\ k\in\mathbf{Z})$的形式为(　　).

A. $-8\pi+\frac{\pi}{4}$　　B. $-10\pi+\frac{7\pi}{4}$　　C. $-10\pi+315°$　　D. $-8\pi-\frac{\pi}{4}$

4. 下列各组角中,终边相同的为(　　).

A. $\frac{8\pi}{3}$与$-\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{5\pi}{3}$与$\frac{14\pi}{3}$　　C. $\frac{13\pi}{6}$与$\frac{23\pi}{6}$　　D. $-\frac{11\pi}{6}$与$\frac{25\pi}{6}$

（三）解答题

1. 把下列各角表示为$\alpha+2k\pi(\alpha\in(0,\ 2\pi),\ k\in\mathbf{Z})$的形式,并判断是第几象限角.

(1) $\frac{24}{5}\pi$　　(2) $-855°$　　(3) $-\frac{23}{7}\pi$　　(4) $1\,875°23'$

2. 设飞轮直径为 1.2 m,每分钟按逆时针方向旋转 300 转,求:

(1) 轮周上一质点每秒钟转过的弧度数;

(2) 轮周上一质点每秒钟经过的圆弧长.

3. 在半径为 r 的圆中,扇形的周长等于半圆的长,求扇形的圆心角的度数和扇形的面积.