



疑难
解读

是数学学习的原动力
是提高能力的奠基石

开窍宝典

——高中数学疑难解读

主编 李冬胜

必修 3

必修 4

必修 5

山西出版集团
山西人民出版社

开窍宝典

——高中数学疑难解读

主编 李冬胜

必修 3

必修 4

必修 5

编写人员：

李冬胜 张克良 张森茂
刘大鸣 韩文美 胡大波
王明章 胡银伟 李新星
唐道国 燕 洁 吉万臣
李拥华

山西出版集团
山西人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

开窍宝典:高中数学疑难解读.必修3、必修4、必修5/李冬胜主编.一太原:山西人民出版社, 2010.7

ISBN 978-7-203-06893-8

I. ①开… II. ①李… III. ①数学课-高中-教学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第138919号

开窍宝典:高中数学疑难解读.必修3、必修4、必修5

主 编:李冬胜

责任编辑:樊 中

装帧设计:李英伟

出 版 者:山西出版集团·山西人民出版社

地 址:太原市建设南路21号

邮 编:030012

电 话:0351-4725195(发行中心)

0351-4922220(综合办)

E-mail: sxskecb@163.com 发行部

sxskecb@126.com 总编室

网 址: www.sxskecb.com

经 销 者:山西出版集团·山西人民出版社

承 印 者:太原泓兴印刷有限公司

开 本:890mm×1240mm 1/32

印 张:12.125

字 数:365千字

印 数:1-5000册

版 次:2010年7月第1版

印 次:2010年7月第1次印刷

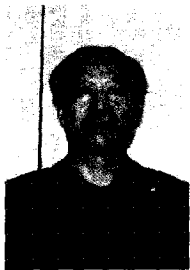
书 号:ISBN 978-7-203-06893-8

定 价:28.00元

如有印装质量问题请与本社联系调换



作者简介



李冬胜 特级教师,享受国务院政府特殊津贴的专家,教育部中学教材审定委员会成员,中国数学会会员,山西省中学数学教学研究会理事,全国优秀教师,山西省劳动模范。

在教育教学实践中,他不断更新知识,提升理念,积极从事教育学科教研活动,先后承担“思维与数学教学”、“高中数学构造法解题教学研究”等多个课题的研究,收到了良好的效果。首次提出“数学教育中的模糊思维”(1992年)、“思维素质”(1996年)等理论,被全国教研杂志引用,受到专家的好评(以上观点均以论文发表)。1996年获“苏步青数学教育奖”,2000年、2003年连续评为太原市第一届、第二届优秀专家。获全国、省级学会、研究会二等奖以上优秀论文12篇。2003年12月,荣获教育科研优秀成果二等奖、三等奖各一项。

出版专著15册,在《教育理论与实践》、《甘肃教育学院学报》、《数学教育学报》、《数学通讯》、《中学数学杂志》、《学习报》等发表论文200多篇,共计500多万字。



张克良 中学高级教师,天津市教育学会中学数学研究会会员,天津市武清区教育学会中学数学研究会理事。先后在天津市武清区教育局、教研室工作,1979年到天津市重点中学即天津市武清区杨村一中任教至今。从教30多年,送过多届高中毕业班,教学经验十分丰富,曾参与编写新教材辅导书20多本,在国内各数学报刊发表各类教研与辅导文章6000余篇,有的在全国初等数

学交流会上选读,也有的被评为天津市教育科研优秀论文。被国内数十家数学报刊聘为特约撰稿人,且常为一些学校或报社做讲座。



张森茂 特级教师,山西省优秀教师,临汾市高中数学学科带头人。他长期从事高中数学教学工作,在教学管理实践中,形成了自己独特的教学和科研风格,并且积极撰写教育教学论文。在《中学数学》、《中学生学习报》、《素质教育》、《考试报》等报刊发表论文 200 多篇。



刘大鸣 中学数学高级教师,陕西省首批中学数学骨干教师,汉中市第三批有突出贡献的拔尖人才,汉中市优秀教师,县级劳动模范。

他在多年教学实践中积累而成的“概念解读和题组训练的模式”、“单元复习的题组训练模式”、“高三数学第一轮的问题复习模式”等课堂教学模式深受学生欢迎。他先后有 1000 多篇文章发表在各类报刊上,他撰写的论文多次获国家级、省市级优秀论文一、二等奖。他辅导的学生在高中数学联赛上获国家级二等奖、省级一、二、三等奖,被评为国家级和陕西省数学联赛优秀指导教师。



韩文美 中学高级教师,现任职于江苏省张家港职业教育学校。曾获江苏省张家港市教坛新秀、张家港市教学能手。多次在张家港市公开课、评优课、多媒体课件制作中获一、二等奖。

他先后有 3000 多篇教育教学类文章在各级各类数学杂志、报纸上发表,有多篇文章在省、市级的论文评比中获奖,参与了 10 多本教学辅导书的编写,其中主编 3 本。



胡大波 中学一级教师,市级教学能手。现任职于平阳县第二中学。多年教高三数学,教学成绩优秀,三次获市级教学成绩奖。曾获得市级讲课比赛一等奖。

他在《中学生数学》、《中学生数理化》、《学习报》、《数理报》、《数学周报》等报刊上发表论文 2000 多篇;为《数理报》撰写的特色栏目“数学健身房”等深受学生好评。曾参与了 10 多本教学辅导书的编写。



王明章 中学一级教师,现任教于山东安丘高考补习学校。

他在教育教学实践中勇于创新,撰写的《简单实用铰链四杆机的制作》在《职业继续教育》上发表并获中国优秀职教文章二等奖;《重视数学阅读材料教学,培养学生良好的个性品质》获山东省数学专业教学论文一等奖;另外还有 20 多篇论文获省、市、县级奖励,多件自制教具获市级奖励。

他在《数学天地》、《学习报》等多家报刊上发表论文 500 多篇。曾参与了多本教学辅导书籍的编写。



胡银伟 中学一级教师,河南省数学会会员,现为河南许昌高级中学(河南省首批示范性高中)数学教师,许昌市骨干教师,许昌市教坛新秀。

从教十多年来,他曾多次获得许昌市优质课一等奖、河南省奥数优秀辅导员等称号;有 10 多篇教育教学论文获许昌市一等奖,有 400 多篇文章发表于各类报刊;曾多次命制、审校许昌市期末质量评估试题,并参与了多本教辅书的编写。



李新星 中学一级教师,福建省仙游县榜头二中高中数学教师,数学教研组组长。他在教学上虚心求教,上网取经,汲取先进的教学理论,摸索出了一套“启、讲、诱、练、议”的题组诱导教学法,把知识和方法巧妙地结合起来,为学生找到了一把金钥匙。

经过几年的刻苦钻研,他先后在各类报刊上发表了 300 多篇论文。参与了 60 多本教学辅导书籍的编写,独立编写了《高中同步测控优化设计》人 B、苏教两必修系列丛书 10 本。同时,受聘全国知名网站“K12 高考资源”版主,中数网等名师专栏。



唐道国 中学一级教师,湖南省望城县第二中学数学教师,多次教学比武获奖,2004年获得全校最受欢迎老师的荣誉称号,2007年获长沙市教育先进工作者称号。

他的论文《望城二中数学学困生学习困难原因及教学对策研究》获长沙市一等奖,多篇论文分别获望城县科研二、三等奖。在各类报刊发表文章数百篇。是多家报社的特约撰稿人。



燕洁 中学高级教师,太原市高造诣学科带头人,太原市优秀教师,省教学能手,多次在全国、省级教学比赛中获一、二等奖。

积极撰写教学论文,先后发表《渗透数学思想,提高数学素养》、《数学教学与计算机辅助教学的最优整合》、《高考数学复习体会及反思》等多篇论文;参与编写了《高中数学奥赛一本全》、《高中数学教学模块设计》、《高中数学诊疗大全》等多本书,多次命制、审校太原市高中毕业会考试题和太原市期末质量检测试题。



吉万臣 2004年毕业于东北林业大学理学院数学与应用数学专业,现任教于海南省琼海市嘉积中学海桂学校。

他在教育教学实践中,积极进取、勇于探索,在各类报刊上发表文章100多篇,共计20多万字。



李拥华 中学一级教师,现任职于河南省柘城县第二高级中学。数学学科带头人,数学教研组长,从教数十年来曾多次获得市级优质课,优秀班主任等荣誉称号。在教学上虚心求教,不断吸取新的教学理念,探索出了一些新的教学方法,取得了一定的成绩。近年来在各类报刊上发表文章100多篇。



前 言

疑难问题是一个模糊概念,但它存在于每个人学习之中。在学习过程中,我们会遇到各种各样难于理解、难于解决的问题;在问题解决过程中,我们同样会遇到各种转化、变形以及方法选择的难题,怎样面对这些影响我们学习进程、学习质量的问题是摆在每一位同学面前的亟待解决的问题。

通过多年的教学实践以及对数学学习有困难学生的研究,我们发现多数同学对数学基础知识还是能够理解的,会用定义、公式和定理解决一些基本的数学问题。但随着学习的深入和问题难度的增大,对于数学中的某些较难的问题会产生疑惑,直接影响到后续学习中的思维和方法选择,从而导致学习效率下降,遇到与这些疑惑相关的问题便只能放弃,这样就失去了对数学学习的信心。

其实,掌握基本的数学知识并不难,只要我们解决了主要的难点、重点和疑点,其他问题就能迎刃而解。本丛书就是根据同学们在学习过程中表现出来的主要困惑和疑难点逐一进行解析。这些问题都是来源于同学们对数学概念、数学思维、数学方法的理解和选择等有疑义的问题。

本丛书主要解决以下几方面的问题:

1. 如何理解概念方面的问题



2. 怎样选择方法方面的问题
3. 怎么选择思维方式方面的问题
4. 如何灵活运用数学思想和数学方法方面的问题
5. 如何进行综合应用方面的问题

本丛书是针对当前数学教育教学的实际,时间紧任务重,内容多不深刻等问题进行设计的。在策划与成书过程中,得到了山西出版集团报刊中心主任、《学习报》总编辑孙志勇先生的大力支持和帮助,在作者的选择协调以及具体写作过程中,得到了天津市张克良先生的大力相助、鼓励和支持,由于本丛书的写作难度较大,七位作者付出了比常态情况下几倍的心血,在此一并表示衷心的感谢。疑难解析是数学学习的原动力,是提高能力的奠基石。通过研读疑难解析,可以帮助我们提高数学思维能力,开阔解题思路。

由于认识问题的角度、深度不同,不足之处敬请广大读者批评指正。



目 录

必修3

第一章 算法初步	1
算法与程序框图的疑难问题	1
问题一:如何理解算法的概念、特征?	1
问题二:程序框图是由哪些方面构成的? 功能如何?	3
问题三:算法有哪三种逻辑结构? 三种逻辑结构的共同点是什么?	4
问题四:如何利用条件结构设置程序框?	6
问题五:循环结构的两种框图有哪些不同点?	8
问题六:如何画流程图?	10
问题七:算法框图常见题型有哪些?	11
基本算法语句的疑难问题	20
问题一:算法中的基本语句包括什么? 利用赋值语句应该注意什么?	20
问题二:输入语句与赋值语句有什么区别与联系?	21
问题三:条件语句的两种结构与注意点是什么?	22
问题四:如何进行条件语句的嵌套?	24
问题五:循环语句包含哪两个? 两种语句区别是什么?	27
问题六:如何使用三种语言解决算法语句问题?	29
问题七:如何进行程序语言与程序框图中间的互译?	31
算法案例的疑难问题	39
问题一:辗转相除法与更相减损术有哪些区别与联系?	39
问题二:如何利用秦九韶算法解题?	41
问题三:如何对不同数位制进行转化以及转化的原理?	42
问题四:如何计算“利用秦九韶算法求多项式的值”的运算次数?	



.....	44
问题五:算法案例中常见的错误有哪些?	45
问题六:算法案例中常见几种创新题型有哪些类型?	47
第二章 统计	53
随机抽样的疑难问题	53
问题一:简单随机抽样的适用范围是什么? 它具有哪些特点? ...	53
问题二:抽签法与随机数表法有哪些联系与区别?	54
问题三:系统抽样有哪些特点?	55
问题四:系统抽样与简单随机抽样有哪些区别与联系?	56
问题五:如何理解分层抽样? 它有哪些特点?	58
问题六:分层抽样时应遵循哪些要求?	59
问题七:三种抽样方法的比较	60
用样本估计总体的疑难问题	68
问题一:①如何理解用样本的频率分布估计总体分布?	68
②一般地,样本容量越大,对总体的估值越精确,这是 不是说在实践中样本的容量越大越好呢?	68
问题二:①画频率分布表要注意哪些问题? 它的意义是什么?	69
②频率分布直方图有哪些特点? 如何画频率分布直方图?	70
问题三:如何理解频率分布折线图与总体密度曲线的关系, 总体密度曲线有哪些特征?	72
问题四:用茎叶图表示数据有哪些优缺点?	75
问题五:①如何用样本平均数估计平均数?	76
②众数、中位数及平均数三种数字特征有哪些特点?	77
③众数、中位数、平均数与频率分布直方图的关系如何?	79
问题六:①描述数据离散程度的数字特征有哪些? 各有哪些特点?	80



②平均数与标准差(方差)这两个数字特征在实际问题中如何应用?	81
问题七:平均数、众数、中位数、极差、方差、标准差在描述数据时有哪些特点?如何利用它们来描述数据?	83
变量间的相互关系的疑难问题	91
问题一:什么是相关关系?相关关系与函数关系有哪些异同点?	91
问题二:如何分析变量之间是否具有相关性的关系呢?	92
问题三:什么是散点图?它有什么特点?	92
问题四:什么是回归直线?如何求回归直线方程?	93
问题五:回归分析的前提和方法是什么?	95
问题六:回归直线方程求解的方法步骤是什么?	96
问题七:如何利用回归直线方程进行估计、预测?有何意义?	98
第三章 概率	107
随机事件的概率的疑难问题	107
问题一:如何判定必然事件、不可能事件、随机事件?	107
问题二:频率与概率的关系及求法?	108
问题三:如何对概率的正确理解进行应用?	110
问题四:概率在现实生活中的应用实例有哪些?	110
问题五:抽签有先后,对各人公平吗?	111
问题六:如何判断事件关系?	112
问题七:如何求解互斥事件、对立事件的概率问题?	113
问题八:复杂事件的概率如何求解?	114
问题九:解决概率问题时常用哪些数学思想?	114
古典概型的疑难问题	120
问题一:基本事件的计数问题如何求解?	120
问题二:如何求古典概型的概率?	121
问题三:怎样求解古典概型的实际应用问题?	123
问题四:古典概型与互斥事件概率的综合应用问题如何求解?	



.....	125
问题五:如何应用随机数模拟复杂事件的概率?	126
问题六:古典概型中蕴含哪些数学思想?	126
几何概型的疑难问题	133
问题一:如何理解几何概型的意义?	133
问题二:如何求解与角度有关的几何概型问题?	134
问题三:如何求解与面积有关的几何概型问题?	136
问题四:如何求解与体积有关的几何概型问题?	137
问题五:如何用随机模拟法估算几何概型的概率?	138
问题六:几何概型用到哪些数学思想?	139

必修4

第一章 三角函数	146
任意角和弧度制、三角函数与诱导公式的疑难问题	146
问题一:如何正确理解任意角的概念?	146
问题二:如何理解象限角? 判断角的终边所在象限的 方法有哪些?	147
问题三:弧度制与角度制有哪些异同点? 如何进行比较?	149
问题四:应用弧长公式与扇形面积公式时应注意哪些问题?	150
问题五:如何理解三角函数的定义?	151
问题六:如何记忆三角函数在各象限的符号?	152
问题七:利用有向线段表示三角函数值应注意哪些问题? 三角函数线的应用有哪些?	153
问题八:如何理解同角三角函数的基本关系式?	155
问题九:如何利用基本关系式 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 进行解题?	156
问题十:如何记忆诱导公式,如何进行使用?	158
三角函数的图象、性质、三角函数模型的简单应用的疑难问题	165
问题一:如何利用“五点法”画三角函数的图象?	165
问题二:如何求三角函数的定义域和值域?	167
问题三:如何理解周期函数的概念及最小正周期的意义?	168



问题四:如何求三角函数的单调区间?	169
问题五:如何理解三角函数的奇偶性?	171
问题六:如何对三角函数的图象进行平移变换?	171
问题七:如何由三角函数的一段图象求此函数的解析式?	174
问题八:求解三角函数的策略有哪些?	176
问题九:如何构建三角函数模型? 利用三角函数模型可以 解决哪些实际生活问题?	179
第二章 平面向量	186
平面向量的疑难问题	186
问题一:如何理解向量中的有关概念的区别与联系?	186
问题二:如何进行向量的线性运算?	187
问题三:如何理解平面向量的坐标表示的应用?	189
问题四:如何理解、应用平面向量的基本定理?	190
问题五:向量共线有何应用?	192
问题六:如何利用向量解决综合问题?	193
问题七:如何利用向量解决实际问题?	194
向量数量积的疑难问题	200
问题一:如何理解向量数量积的定义及其几何意义?	200
问题二:向量数量积都有哪些重要性质及运算律? 对这些性质及运算律有何理解?	201
问题三:如何理解平面向量数量积的坐标表示?	202
问题四:如何用平面向量的坐标表示来求向量的模 及夹角等问题?	203
问题五:如何利用向量法来解决平面几何问题?	204
问题六:向量法可以解决物理中哪些常见的问题?	206
问题七:平面向量在创新型问题中有何应用?	207
问题八:平面向量常见的有哪些方面的综合应用?	208
问题九:平面向量问题中有哪些数学思想的应用?	210



第三章 三角恒等变换 216

两角和与差的正弦、余弦和正切公式的疑难问题 216

问题一:如何运用向量数量积推导两角差的余弦公式? 216

问题二:如何运用代换思想推导两角和的余弦公式? 217

问题三:应如何实现两角和与差的正弦公式的推导?

对两角和与差的正弦公式应如何理解? 218

问题四:如何将 $a\sin\alpha + b\cos\alpha$ 型式子转化为一个角的

三角函数形式? 220

问题五:应如何推导两角和与差的正切公式? 使用公式时

应该注意的问题有哪些? 如何灵活地变形应用? 221

问题六:应如何推导二倍角公式? 使用公式时应注意的问题

有哪些? 如何灵活地变形应用? 223

问题七:应如何挖掘三角函数潜存隐含条件问题? 225

问题八:应如何运用三角函数中的方程思想? 226

问题九:应如何运用三角函数中的整体思想? 227

简单的三角恒等变换的疑难问题 232

问题一:半角公式是如何得到的? 此公式适用的条件是什么?

对于用 α 的余弦函数公式求 $\frac{\alpha}{2}$ 的正弦、余弦及正切

函数时应如何进行正负号的选取? 232

问题二:三角函数的和差化积公式与积化和差公式是怎样得到的?

和差化积与积化和差公式有什么作用? 235

问题三:请剖析对于三角函数的求值问题可归纳哪些类型? 238

问题四:如何求三角函数的最值与值域? 241

必修5

第一章 解三角形 248

正弦定理与余弦定理的疑难问题 248

问题一:怎么理解正弦定理? 248



问题二:正弦定理有哪些应用?	249
问题三:利用正弦定理时,如何判断解的情况?	250
问题四:如何理解余弦定理?	252
问题五:余弦定理有哪些应用?	252
问题六:解三角形时,正弦定理与余弦定理如何选取?	254
问题七:如何判断三角形的形状?	255
问题八:正余弦定理主要有哪些数学思想?	256
解三角形的疑难问题	261
问题一:解斜三角形实际应用问题的一般步骤是什么?	261
问题二:实际应用问题中的一些名称术语,如坡角、仰角、俯角、 方位角、方向角等的准确含义是什么?	262
问题三:解斜三角形实际应用问题的常见类型有哪些?	264
第二章 数列	275
数列与等差数列的疑难问题	275
问题一:怎样理解数列的概念与数列的分类?	275
问题二:怎样理解与掌握数列的表示方法?	277
问题三:怎样确定与选择数列通项公式的求解方法?	280
问题四:怎样理解与掌握数列的递推公式?	282
问题五:怎样理解与掌握等差数列的通项公式的概念与求解?	283
问题六:怎样理解与掌握等差数列前 n 项和公式的应用?	285
问题七:怎样解决与处理等差数列中的最值问题?	289
问题八:怎样解决与处理等差数列中求和公式的性质应用?	290
问题九:怎么理解与处理有关数列中的函数性问题?	291
等比数列的疑难问题	298
问题一:怎样理解与区别等差数列与等比数列的联系?	298
问题二:怎样判定给定的数列为等比数列?	300
问题三:怎样求解等比数列中的公比的值?	302
问题四:怎样理解与掌握等比数列的求和策略?	304



问题五:怎样理解与掌握等差数列与等比数列的交汇问题?	307
问题六:怎样理解与掌握日常经济生活中的数列模型?	311
问题七:怎样理解与掌握高考中数列的创新应用?	314
第三章 不等式	323
不等式的疑难问题	323
问题一:不等式有哪些性质?怎样构建变量所满足的不等关系?	323
问题二:怎样求解一元二次不等式?其步骤是什么?	325
问题三:含参数的一元二次不等式如何分类?	328
问题四:怎样求解形如二次不等式中恒成立的有关问题?	329
问题五:怎样求解高次(或分式)不等式?	330
问题六:怎样构建二次不等式模型解应用问题?	332
二元一次不等式(组)及线性规划的疑难问题	340
问题一:怎样画出二元一次不等式(组)所表示的平面区域? 应注意哪些事项?	340
问题二:怎样用图解法解决简单的线性规划问题?	341
问题三:怎样用线性规划知识解决实际问题?	343
问题四:怎样求解线性规划中的最优整数解?	345
问题五:怎样求解线性规划中的“逆向思维”问题?	347
问题六:怎样用线性规划辨析一类二元变量的范围问题?	347
基本不等式的疑难问题	353
问题一:怎样挖掘基本不等式证明中的思维方法?	353
问题二:如何理解基本不等式的重要变形?	354
问题三:怎样利用重要不等式求解最值、范围问题?	355
问题四:怎样掌握基本不等式求最值时的一些技巧?	357
问题五:如何保证多次应用基本不等式求最值时等号 同时成立的条件?	359
问题六:怎样用基本不等式解决实际应用问题?	360
问题七:怎样用基本不等式解决范围问题?	361
问题八:怎样解决基本不等式完成不了的最值问题?	362