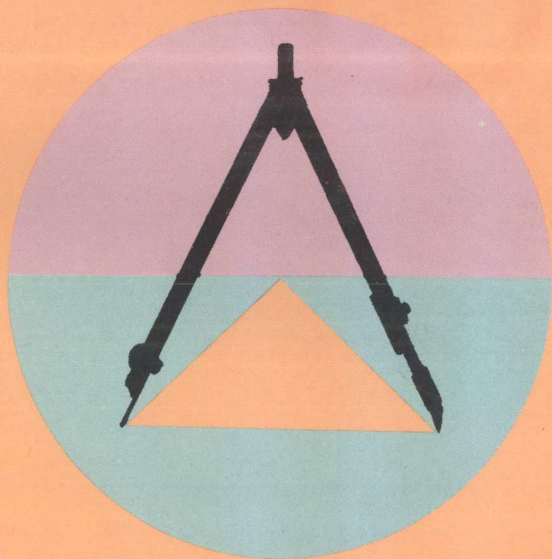


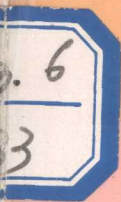
初中学习方法丛书

数学学习方法

张学军 王学贤 郭维亮 编著



知识出版社



初中学习方法丛书

数 学 学 习 方 法

张学军 王学贤 ~~王学贤~~ ~~编著~~

知 识 出 版 社

(京) 新登字 188 号

内 容 提 要

培养学生掌握正确的学习方法是初中教育至关重要的一环,也是广大教师和学生最为渴求阅读的,初中学习方法丛书应运而生。本书由资深的初中数学高级教师和教研专家编著,结合大量实例介绍了如何掌握数学的语言、公式和方法,解数学题的八个要点,具体介绍了选择题、应用题、几何、三角、方程等 10 个专项题的解法及注意事项,还有如何准备考试、应试要点等内容。本书在例题中对学生常见错误从方法上作了分析,更有助于学生正确掌握数学学习方法和主动权。

初中学习方法丛书

数 学 学 习 方 法

张学军 王学贤 郭维亮 编著

知识出版社出版发行

(北京阜成门北大街 17 号)

新华书店总店北京发行所经销 北京文化艺术印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 7.25 字数 150 千字

1993 年 6 月第 1 版 1993 年 6 月第 1 次印刷

印数: 1—5500

ISBN 7-5015-0899-2/G·332

定价: 4.00 元

目 录

一、努力学好初中数学

愿数学伴你成才	1
谈读数学书	4
谈数学语言的学习	8
学好数学概念	15
谈数学知识的记忆方法	21

二、数学公式的学习

注意条件 明确范围	28
分析思路 学会方法	33
掌握变形 灵活应用	39
纵横联系 用途归类	42

三、数学方法的学习

变换与转化	50
-------------	----

数形结合	58
特殊化与一般化	67
正反互化 同中求异	72
盯住目标 整体解答	82
分类	89

四、寻找解题方法

审题——解数学题的思考基础	96
思考要严密	101
回想·联想·猜想	104
解题的“退”与“进”	110
解题的“强攻”与“智取”	114
解题的表述要求	120
谈解题后的验算	126
探索规律 总结经验	130

五、几个数学专题的学习

如何做选择题	143
非负数及其应用	149
如何分解因式	153
一元二次方程的根与系数	161
如何列方程(组)解应用题	167
如何添置辅助线	174
如何证明线段成比例	180
如何证明定值问题	186
如何解三角形	190

图形面积的几种证明方法·····	200
------------------	-----

六、数学的复习与应试

谈数学试卷的自我分析·····	207
如何做单元小结·····	214
如何进行毕业前的复习·····	218

一、努力学好初中数学

愿数学伴你成才

“工欲善其事，必先利其器。”数学是你成才路上的利器。

什么是数学？数学是研究客观世界数量关系和空间形式的一门科学。代数主要研究数量关系，几何主要研究物体的形状、大小和位置，即空间形式。简言之，数学主要研究数和形。

同学们普遍重视数学，但也有不少同学对数学望而生畏。

同学们重视数学，是因为数学重要。试想：在日常生活和生产实践中，何时何处能离开数和形？在工程技术和科学实验中，哪一项设计能离开数学？在尖端科学的研究中，数学更是须臾少不了的。甚至在社会科学的研究中，数学工具也在发挥着越来越大的作用。革命导师马克思说过，一门科

学只有用数学描述其规律时，才标志着这门科学的成熟和完善，对数学应用的广泛性，华罗庚教授作了如下生动而精辟的论述：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，无处不用数学。”

数学的重要性还在于，它不仅教给你知识，而且训练你的思维，启迪你的智慧，培养你分析问题解决问题的能力。数学教会你思考，它是锻炼思维的“体操”。学好数学，就等于掌握了打开知识宝库的钥匙。你想变得头脑聪明，思维敏捷吗？你想在建设有中国特色的社会主义伟业中大显身手大有作为吗？请学好数学，让数学伴你成才！

初中数学，不仅是初中阶段重要的基础学科之一，而且是宏伟的数学大厦的基石。通过用字母表示数这一关键步骤，初中数学完成了由研究具体数的算术向研究一般数的代数的过渡，并进而由常量研究变量；通过对图形性质的研究，初中几何给出了研究数学命题的逻辑体系，从而训练逻辑思维能力。要学好初中阶段的其它学科，学好数学进而发展思维能力是关键；要攀登数学高峰，你必须从学好初中数学起步。

有的同学认为数学抽象枯燥，望而生畏，这是一种错觉。数学固然高度抽象，但它有着无穷的魅力，只要深入思考，循序渐进，锲而不舍，步步深入，你就会领略数学园地的无限美景。

如何学好数学？

首先，要培养自己对数学的兴趣。请牢记科学家爱因斯坦的名言吧：“兴趣是最好的老师。”数学不仅能帮助人们解难释疑，而且神机妙算往往导致重大发现。当你了解无线电波是由科学家通过计算发现的时候，当你知道海王星是由年

轻数学家通过计算发现和定位的时候，当你知道人造卫星的轨道在发射前就已算好的时候，你能不惊叹数学的神奇吗？！数学本身，虽然充满着抽象的数字、字母、图形和各种符号，但它们都是非常生动的，只要你深入钻进去，你就会发现数学是一个美的世界。数学公式虽然繁多，但它们是那样的和谐、统一；实际问题中量的关系虽然复杂，但列成算式或方程却是那样的简明；当一个问题按常规难以解答时，你另辟蹊径却出奇制胜……，这一切，都会使你充分的领略数学美。只要你在学习和解答问题的过程中，步步深入，你就会感到数学世界美不胜收，从而赞赏数学，以更浓厚的兴趣去学习数学。

其次，要循序渐进，这是著名生理学家巴甫洛夫以自己的亲身体验对青年人的忠告。万丈高楼平地起，初中数学是“万丈高楼”的基础。因此，对每个概念、公式、法则和定理，你都应该不仅知其然，而且知其所以然，并掌握各知识点的内在联系和来龙去脉，在自己头脑中形成清晰的逻辑结构。随着新知识的增加，应像“滚雪球”一样，不断扩展和完善这一结构，并在应用中逐步深化对这一结构的理解。要注意不留知识缺陷，及时解难释疑，及时弥补，以防知识缺陷积累，形成大的障碍。还要注意脚踏实地，一步一个脚印，不急于求成，不好高骛远。解答问题应跃而可及，量力而行。在解答问题的过程中，体验成功的喜悦，增强攀登高峰的信心，进而拾级而上，去领略数学天地的无限风光。

第三，要勤奋。华罗庚说：“天才在于勤奋，知识在于积累。”“勤能补拙是良训，一分辛劳一分才。”问题是数学的心脏，思维从问题开始。在你遇到问题自己不能解答时，请不

要自暴自弃，认为自己头脑“笨”。须知，在科学的道路上，是没有平坦大道可走的，只有那些在崎岖小路的攀登上不畏劳苦的人才有可能到达光辉的顶点，这是革命导师马克思的名言。让我们记住这些名言吧，有志者事竟成，只要勤奋，你会一天天聪明起来。

第四，要多思。我国古代思想家朱熹说过：“业精于勤，荒于嬉。”这里的“勤”，就是勤奋多思。数学是由知识、思想和方法构成的。当你学习了数学知识后，应深入挖掘其中的数学思想和方法；当你独立完成作业后，不要就此止步，而要找出解答的关键，总结经验教训，并从中提炼出对今后学习有指导作用的数学思想和方法，只要你养成多思的良好习惯，问几个为什么，就会不断地将问号“？”拉成惊叹号“！”，日积月累，你的思路就会开阔起来，头脑变得灵活起来，左右逢源，你潜藏的聪明才智就会被充分地调动起来。

另外，还要养成良好的学习习惯，学会科学的学习方法。既要有严密的逻辑思维，言必有据，又要学会猜想，展开想象的翅膀，逻辑思维和直觉思维是你发挥创造力的双翼。

少年朋友们，愿你们在数学的学习中，打好基础，训练思维，学会思考。常言道，根深才能叶茂。愿你们把根深深地扎入初中数学这片沃土，早日长成建设现代化祖国的栋梁之才！

谈读数学书

华罗庚以自己切身的体验对读数学书进行了生动的概

括：“由厚到薄，由薄到厚。”

一本数学书，初读时往往感到困难很多，障碍不少，有的地方甚至有艰深之感，但深入钻下去，反复琢磨推敲、步步推进，又会感到内容丰富，收获之硕果累累，其乐无穷。读书犹如登山，初看时山高路陡，令人望而生畏，但只要迈动你的双腿，步步攀登，你就会领略高山的美景，为发现其丰富的宝藏而喜悦。一本书读完后，掩卷反思，发现其关键和重点之所在，理顺其思路，明确其结构，知识之间的来龙去脉成竹在胸，你就会感到要点历历可数，结构清晰明朗，数学书由厚变薄的感觉自然会油然而生。这正如登上高山之巅，定会产生“一览众山小”的感觉一样，欣慰而自信。

有了“由厚到薄”的感觉后，你不要因满足而裹足不前，更不可束之高阁，而应反回来再仔细阅读，~~细细品味~~，深入挖掘，广泛联想，追根求源，力求温故而知新。这样，虽然是读过的一本书，你仍会有新鲜感，发现新知识，产生新思想，开阔新思路，认识深刻了，发现更多了，你自然又会产生“由薄到厚”的感觉。华罗庚就是在金坛小镇，依靠仅五十页的《微积分原理》，反复钻研，深入思考，经过“由厚到薄，由薄到厚”的循环磨练，走向全国，走向世界的。华罗庚自学成才的实践，是我们学会读数学书的典范。

读数学书，首先是读好课本，然后应适当地多读些课外读物。无论是读课本，还是读课外书，我们都应坚持运用“由厚到薄，由薄到厚”的学习方法。

课本是数学基础知识的主要源泉，是训练我们数学思维的主要工具。因此，我们应立足课本，综合课本的知识，掌握知识的内在联系，力求融汇贯通。须知，课本是我们不会

说话的老师。

对课本的学习，一是要有信心，二是要深入。课本的编排，是由浅入深、由易到难的。只要循序渐进地学，对所有内容深钻细研，理解透彻，一步一个脚印，不留知识缺陷，任何新知识都能学会，任何难点都能攻破。要相信自己的智力，要坚信“由厚到薄”。另一方面，不要轻视每一部分内容，认为没有什么难东西，浅尝辄止，不深入挖掘。须知，数学知识的背后，还有数学思想和方法，内容丰富得很。因此，你还必须坚信“由薄到厚”。以少求多，以慢求快，这是学好数学的辩证法。否则，欲速不达。

教材内容主要包括概念、结论及应用三个层次。下面谈谈对三个层次读书时应注意的问题。

对数学概念的学习，要注意不仅掌握概念的定义，而且还要理解概念的形成过程。定义是揭示概念本质属性的语句，准确理解并记忆定义固然是重要的，但更重要的是从众多的具体例子中，发现这一共同的本质属性，并把它抽象概括出来。否则，定义将变得“干巴巴”的，失去其生动而丰富的实际内容，也就难以深入理解和准确记忆。例如，在引入正数和负数概念时，教材中首先列举了很多实例，如零上5摄氏度与零下5摄氏度，高出海平面5.2米和低于海平面3.6米，运进货物 $8\frac{1}{2}$ 吨和运出货物 $4\frac{1}{2}$ 吨，等等。从这些实例，我们可以发现并总结出它们的共同特点，即都是“具有相反意义的量”。因为算术中的数不能表示具有相反意义的量，所以我们把算术中的数前面加上“+”号称为正数，前面加上“-”号称为负数。

学习每一新概念后，既要与有关概念区别清楚，又要把它纳入有关概念系统中，进而理解概念之间的内在联系。

数学中的结论，多是以公式、定理、法则等形式出现的。对于它们，不仅要掌握其本身，而且应考虑它们是怎样被发现的。例如，对勾股定理，不仅应理解其含义，掌握其证明过程，而且应考虑古人是怎样通过观察和归纳逐步猜想出来的，其证明方法又是怎样想出来的，证明的关键在哪里，这些问题虽然课本中没有，但通过深入思考，你定会有自己的答案。多想出智慧，经常这样做，你在读数学书的过程中，就会变得一天天聪明起来。

数学的应用，在课本上主要是解题。对于例题，你不应当去阅读，而应自己动手去做。当遇到障碍且自己不能解决时，再去看书。做完后，自己应找出解答的关键。如果做错了，应分析出错原因。同时，还应注意总结解题经验，并尽量提炼出具有普遍指导意义的数学思想和方法来。经常这样做，你的解题能力定会日渐提高起来。对于练习题的解答，特别是综合题的解答，你更应该重视解题思路的分析，多问自己：这种解法是怎样想出来的？解答的关键步骤是什么？从这道题的解答中，学到了哪些方法，取得了哪些经验？

读数学书，还应注意进行经常性的回顾，在自己头脑里形成知识要点的明确联系，不断掌握知识的整体结构。数学知识像一棵树一样，你要经常问自己：哪是根？哪是干？哪是枝叶？只有在头脑中逐步建立起“知识树”，你掌握的数学知识才是完整的，而不是支离破碎和杂乱无章的。这样，在解答问题时，你才能有效的调动头脑中数学知识的整体，并有机的联系起来，表现出较高的分析问题和解决问题的能力。

否则，你在问题面前，不是盲目乱碰，就是束手无策，你想提高自己的能力吗？请记住，要在头脑中，建立自己的“知识树”！

读课外数学书，还要特别注意，既不要急于求成，也不要好高骛远。要弄通每一个概念和结论，并反复思考其内在联系，精读细研，既动脑又动手。千万记住，要循序渐进，不要前面的知识不深不透，疑点累累，就急着读后面的，造成更多的知识缺陷，到头来事倍功半收获不了了。个别暂时不懂的，可临时搁置，但必须在适当的时候再反回来透彻理解。总之，千里之行始于足下，路必须一步一步地走！

还必须认识到，数学书不单纯是数学知识的仓库，而是知识、思想和方法的宝库。学习知识固然重要，但学习数学思想，灵活地运用数学方法，学会思考更为重要，因为后者是打开知识宝库的钥匙。

只要将知识、思想和方法融为一体，则读的数学书就自然会逐渐变“厚”起来。

“由厚到薄，由薄到厚”，多么深刻的经验！让我们在读数学书的实践中，去加深对这一名言的体验和理解吧。

谈数学语言的学习

航行，需要船只，船是航行的载体；飞行，需要飞机、宇宙飞船等飞行器，飞行器是飞行的载体。进行数学思维，也需要载体，载体就是数学语言。依靠数学语言，人们既可以学习也可以交流数学的知识、思想和方法。

翻开任何一本数学书，我们会发现，除了文字语言外，数学里充满了数字、字母、顺序符号、运算符号等各种各样的符号，同时也有众多的形形色色的图形，图形也可以看作一种特殊的符号。因此，从某种意义上来说，即从表达形式来看，数学是一门符号语言的科学。

为了帮助同学们掌握好数学的工具，我们把数学语言分为三类，即文字语言、符号语言和图形语言。

1. 文字语言

数学中的文字语言，既不需要生动形象的描述，也不需要修饰和润色，它的突出特点是简明、准确、严谨。

所谓简明，就是简练、明确，既不拖泥带水，又不含糊其辞。例如，方程的定义是“含有未知数的等式”。短短的一句话，却概括了一类特殊等式的本质属性（含有未知数）。用“含有未知数”这一特性把“方程”从“等式”中划分出来单独加以研究。在这里，方程的性质明明白白，且对任何等式我们都能据此判定是否是方程。这样解释后，你不感到这几个字蕴涵着丰富的内容吗？“方程”是无穷多个形形色色的同类等式共同的名字！又如，“对顶角相等”这一命题，仅用5个字，就把一类有着特殊位置关系的两个角的数量关系说得清清楚楚： $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 在位置关系上是对顶角，那么其数量“相等”！再如，若有3条直线，第一条与第二条相交，第二条与第三条相交，第三条又与第一条相交，在数学中则简化为“3条直线两两相交”。类似的例子在数学中俯拾皆是，举不胜举，数学中的文字，真是字字珠玑，惜字如金！

所谓准确，就是恰到好处，没有歧义。例如，“过两点有且只有一条直线”中，第一个“有”说明直线的存在性，“只

有”说明直线的唯一性。因此存在未必唯一，所以若仅有第一个“有”，就会产生有“多少条”的疑问，这在数学中是不允许的；又如，“ $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ ”只能概括为“ a, b 都不为零”，而不能概括为“ a, b 不都为零”，因为后者的含义是“ $a \neq 0$ 或 $b \neq 0$ ”，或“ a, b 至少一个不为零”。可见，“都不”和“不都”，“或”和“且”是何等不同！顺序不能颠倒，一字也不能出错。

所谓严谨，就是符合逻辑顺序，在叙述概念之间和命题之间的关系时，要合乎逻辑，且言必有据，步步有据。例如，“等边三角形是等腰三角形”，可以叙述为“等腰三角形包含等边三角形”，但不能叙述为“等腰三角形是等边三角形”；又如，一般命题正确时，其特殊命题必然正确，但特殊命题正确时，其一般命题却未必正确，因此不能用“特殊”代替“一般”。可见，不仅要把概念和命题叙述准确，而且应把它们之间的联系，用逻辑关系严密地叙述出来。

数学中文字语言的这些特点，要求我们在学习数学和读数学书的时候，字字推敲，句句斟酌，特别是对关键词语，既要明确它们本身的含义，又要把与它们易混的词语区别开来，将两者的词意辨析清楚。

2. 符号语言

数学世界是一个符号的世界。在这里，既有表示量的符号，又有表示关系的符号。代数里，有表示量的数字和字母，表示顺序关系和运算关系的符号；几何中，有表示图形的符号，如三角形用“ $\triangle$ ”表示，平行四边形用“ $\square$ ”表示等。也有表示图形位置关系的符号，如两直线垂直用“ $\perp$ ”表示，平行用“ $\parallel$ ”表示等。

例如，一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 中，既有表示已知量的符号 a 、 b 、 c 、 0 和表示未知量的符号 x ，又有表示加法、乘法、平方运算的符号，还有表示顺序关系的等号和不等号。这一简明的等式概括了所有的一元二次方程，由此得出的求根公式和根与系数的关系，自然也适合所有的一元二次方程。

在数学中，每个符号的形成都经历了漫长的历史。例如，表示零的符号“0”。起初人们没有表示“无”的符号，只是在书写时用空位表示，后来又用“□”表示，最后才演变为现在的“0”。“0”既表示“无”，又因位置不同表示不同的数，如 230 和 203。现在我们应该认识到，“0”不仅表示“无”，而且它有着丰富的含义，如它是正负数的分界线，是唯一的中性数，是数轴上的原点，任何数加 0 仍等于这个数本身，任何数乘以 0 均变为 0 等。可见，每个数学符号，都蕴含着生动的内容，有着丰富的含义。

符号语言的特点，一是抽象，二是简明。

数“3”，可以是 3 个苹果，3 棵树，3 本书，3 张课桌，……，它是所有与 3 本书一一对应的集合的共同特征，它是抽象思维的产物。

用字母表示数，是数学发展中的一次飞跃，它标志着由研究具体数到研究一般数的进步。因为 a 和 b 可以表示任何数，所以加法的交换律可以简明的表示为 $a+b=b+a$ ；三角形的面积，用文字语言叙述是：三角形的面积等于底乘高的一半。但用符号语言则异常简明： $S=\frac{1}{2}ah$ 。在这里， S 表示三角形的面积， a 表示三角形的底边长， h 表示底边 a 上的高