



# 非线性系统 鲁棒自适应 反演控制

*Robustness of Adaptive  
Backstepping Control  
for Nonlinear Systems*

胡云安 晋玉强 李海燕 著



电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

# 非线性系统鲁棒自适应 反演控制

Robustness of Adaptive Backstepping  
Control for Nonlinear Systems

胡云安 晋玉强 李海燕 著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

## 内 容 简 介

本书主要介绍非线性系统鲁棒自适应反演控制理论和方法。全书共分 9 章：首先综述了非线性反演控制及相关领域的研究情况；针对不确定性的非线性系统、相似组合系统，研究了鲁棒控制设计方法；讨论了非线性系统的多面滑模控制问题；研究了含不确定性且控制系数矩阵未知的系统控制问题，并用两种方法探讨了 NN 鲁棒自适应反演控制器设计问题；探讨了当控制方向未知时严格块反馈型非线性系统的鲁棒自适应控制设计问题；对不确定非仿射型块控系统，介绍了新颖的神经网络鲁棒自适应控制器设计，并讨论了其动态反演控制的设计方法；对未知控制方向的非仿射型块控系统鲁棒自适应控制问题进行了研究并讨论了主要设计方法的应用。

本书可作为博士生、硕士生学习“非线性控制”课程的参考教材，也可供工程技术人员参考。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

### 图书在版编目（CIP）数据

非线性系统鲁棒自适应反演控制/胡云安等著. —北京：电子工业出版社，2010.6

ISBN 978-7-121-10953-9

I. ①非… II. ①胡… III. ①非线性系统（自动化）—鲁棒控制：自适应控制 IV. ①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 094515 号

策划编辑：王春宁

责任编辑：窦昊

印 刷：北京天宇星印刷厂

装 订：三河市皇庄路通装订厂

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：787×1092 1/16 印张：14 字数：350 千字

印 次：2010 年 6 月第 1 次印刷

印 数：3 000 册 定价：39.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 [zlts@phei.com.cn](mailto:zlts@phei.com.cn)，盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

服务热线：(010) 88258888。

# 前　　言

世界的本质是非线性的，因此非线性系统的控制问题一直是控制理论界研究的热点问题，具有不确定性的非线性大系统的控制问题更是热点问题中的热点和难点问题。近 30 年来，非线性控制系统理论与应用研究取得了可喜的进展，特别是以微分几何为工具发展起来的反馈线性化方法和具有构造性特点的反演设计方法受到了普遍的重视，并称为非线性控制领域研究的两大突破。反演控制设计方法由于其独特的构造性的设计过程和对非匹配不确定性的处理能力，在飞机、导弹、电机、电力系统、机器人、通信系统等领域的控制器设计中得到了广泛的应用。这种方法的显著特点是：（1）易处理系统中的不确定性和未知参数，它是一种非线性系统的递推设计方法；（2）是一种系统的构造性设计方法；（3）反演设计方法解决了反馈线性化需要抵消系统中的非线性问题，即使这些非线性对于系统的镇定和跟踪是有用的。反演的一个主要优点是，它在避免抵消系统中的有用的非线性方面具有灵活性，以镇定和跟踪为追求的目标，而不是以线性化为追求目标。

本书主要介绍作者在非线性鲁棒自适应反演控制领域所取得的研究成果。按照循序渐进的思路组织本书的内容。第 1 章对非线性控制领域相关的研究情况进行了简要介绍。第 2、3 章讨论了相对简单的非线性系统的控制问题，其中第 2 章针对一类非匹配不确定性的非线性系统，基于块控原理，提出了一种结合块控制、神经网络控制和 backstepping 控制技术的设计方法，其特点是无须已知不确定性的界，利用反演设计方法来处理系统中的非匹配不确定性，利用多层前向神经网络来估计系统中的不确定性，再利用鲁棒控制方法来改善系统的性能；然后针对一类具有非匹配不确定性的非线性相似组合系统，基于块控模型和变结构思想，研究了一种鲁棒控制设计方法；第 3 章主要讨论 SISO、MIMO 非线性系统的多面滑模控制。第 4、5 两章讨论具有广义不确定性的非线性系统的鲁棒自适应反演控制问题，其中第 4 章讨论了含非匹配不确定性且控制系数矩阵未知、不确定性满足的形式要求满足比较严格的不等式的形式条件的系统的鲁棒反演控制问题；第 5 章首先研究了一类具有“块控标准型”的多输入多输出非线性系统，突破了当前大多数研究都是每一步相对于一个标量系统进行设计的限制，提出了一种基于块控原理，应用自适应反演设计技术设计的神经网络自适应控制器，并应用 Lyapunov 稳定性理论证明了系统的所有信号均有界且全局指数收敛至原点的一个邻域；然后引入神经网络，提出了一种基于反演设计技术和全调节 RBF 神经网络的新颖的非线性自适应控制系统设计方法。在有效地利用已知信息的情况下，成功地解决了一类多变量系统中控制系数矩阵未知情况下的控制器设计问题。设计中不要求估计系统未知的控制系数矩阵，这样就有效地避免了可能出现的控制器奇异问题，同时放宽了现有文献中对控制系数不确定性要小于标称系统控制系数的要求。第 6 章在严反馈块非线性系统的基础上，进一步考虑当控制方向未知时系统的鲁棒自适应控制设计问题，提出了一种在反演设计的过程中将 Nussbaum 型函数与神经网络理论相结合的自适应控制策略，该方法放宽了对系统的一些限制，如不确定性参数化、增长条件等，避免了控制器奇异问题和反演设计中的“计算膨胀”问题，保证了闭环系统的稳定性，实现了对状态的调节。前面章节考虑的对象均为仿射型。第 7 章则考虑非仿射型非线性系统的控制问题，而这个问题一直是控制领域的难点问题。首先针对单输入单输出不确定非仿射型块控系统，提出了一种新颖的神经网络鲁棒自适应控制

器。该设计方法应用神经网络理论、逆设计、自适应反演设计以及反馈线性化等设计技术解决了该类系统的控制问题，并应用 Lyapunov 理论推导出多层神经网络权重的自适应调节律，保证了整个闭环系统的稳定性；然后研究了针对多输入多输出不确定非仿射型块控系统的鲁棒自适应控制问题，首先设计伪虚拟控制量和伪控制量，应用神经网络来逼近近似模型与实际模型差异带来的误差项，引入连续鲁棒函数用来抵消神经网络逼近误差的影响，然后通过近似模型来求取虚拟控制量和实际控制量，利用 Lyapunov 稳定性理论证明了闭环系统的稳定性；最后讨论了多输入多输出非仿射型块控系统动态反演控制的设计方法。第 8 章考虑一个最难的问题，对未知控制方向的非仿射型块控系统进行了鲁棒自适应控制问题进行了研究，提出了一种基于隐函数定理、反演设计技术、Nussbaum 型函数和神经网络理论的新颖的自适应控制策略，为该类控制问题提出了一种解决思路。第 9 章讨论了主要设计方法的应用。

本书反映了本领域的研究前沿和主流方法，书中给出的设计方法在工程领域有一定的应用前景，可供工程技术人员参考。对于有关理论问题，书中给出了详尽的推导和证明，适合于博士生、硕士生在进行学位论文研究中学习、参考和使用，也可作为“非线性控制”课程的参考教材。

本书在撰写过程中得到了海军航空工程学院训练部、控制工程系和电子工业出版社各位领导和老师的热情支持，作者的博士生、硕士生在本书的撰写过程中贡献了自己的力量，在此一并表示最衷心的感谢！

感谢“军队 2110 工程”资助出版本书。

由于作者水平有限，书中缺点和不足之处在所难免，非常欢迎读者批评指正。

作者

2010 年 1 月

# 目 录

<b>第 1 章 绪论</b>	1
1.1 引言	1
1.2 反演控制设计方法	1
1.2.1 反演控制设计方法的特点	1
1.2.2 RCLF 的反演构造	2
1.2.3 反演中 ISS-CLF 的构造	3
1.2.4 自适应反演	4
1.2.5 神经网络自适应反演	5
1.2.6 逆优控制方法	6
1.2.7 块控标准型反演设计法	6
1.2.8 反演技术在飞行器控制中的应用	6
1.3 控制方向未知的不确定非线性系统的控制	7
1.4 非仿射型不确定非线性系统的控制	8
1.4.1 速率梯度设计法	8
1.4.2 反馈无源设计	8
1.4.3 微分几何方法	9
1.4.4 其他方法	9
<b>第 2 章 一类不确定非线性系统的鲁棒反演控制</b>	10
2.1 引言	10
2.2 一类含非匹配不确定性大系统的分散鲁棒控制	10
2.2.1 不确定大系统的描述	10
2.2.2 分散控制器设计及稳定性分析	11
2.2.3 仿真算例	13
2.3 一类具有非匹配不确定性块系统的分散反演鲁棒控制	15
2.3.1 不确定性块系统的描述	15
2.3.2 变结构鲁棒反演控制器设计	16
2.3.3 仿真算例	19
2.4 基于多层前向神经网络的反演块控制器设计	21
2.4.1 问题描述	21
2.4.2 神经网络函数逼近	21
2.4.3 控制器设计	22
2.4.4 仿真结果	25
2.5 严格反馈型非线性大系统的分散反演控制	26

2.5.1	严格反馈型非线性大系统的描述 .....	26
2.5.2	分散变结构控制器设计 .....	27
2.5.3	仿真算例 .....	29
2.6	本章小结 .....	31
<b>第3章</b>	<b>一类不确定仿射非线性系统的多面滑模控制</b> .....	<b>32</b>
3.1	引言 .....	32
3.2	单输入单输出非线性系统的多面滑模控制 .....	32
3.2.1	一类单输入单输出非线性系统的模型描述 .....	32
3.2.2	基于模糊 CMAC 神经网络的反演变结构控制 .....	33
3.2.3	一类单输入单输出非线性系统的仿真实例 .....	36
3.2.4	结论 .....	38
3.3	多输入多输出非线性系统的多面滑模控制 .....	38
3.3.1	引言 .....	38
3.3.2	一类多输入多输出非线性系统的模型描述 .....	38
3.3.3	基于模糊 CMAC 神经网络的反演变结构控制 .....	39
3.3.4	一类多输入多输出非线性系统的仿真实例 .....	42
3.4	本章小结 .....	44
<b>第4章</b>	<b>具有广义不确定性非线性系统的鲁棒反演设计</b> .....	<b>45</b>
4.1	引言 .....	45
4.2	一类非线性系统的鲁棒自适应设计方法 .....	45
4.2.1	系统描述 .....	45
4.2.2	鲁棒自适应控制器设计及稳定性分析 .....	46
4.2.3	机器人仿真实例 .....	50
4.3	含有输入未建模动态和不确定性的非线性系统鲁棒自适应控制器设计 .....	52
4.3.1	引言 .....	52
4.3.2	问题描述 .....	53
4.3.3	控制系统设计与稳定性分析 .....	53
4.3.4	仿真分析 .....	58
4.3.5	结论 .....	60
4.4	严格块反馈型非线性系统的鲁棒自适应控制 .....	60
4.4.1	严格块反馈型非线性系统描述 .....	60
4.4.2	鲁棒自适应控制器设计及稳定性分析 .....	61
4.5	本章小结 .....	66
<b>第5章</b>	<b>具有广义不确定性非线性系统的神经网络鲁棒反演控制</b> .....	<b>67</b>
5.1	引言 .....	67
5.2	全调节 RBF 神经网络 .....	67
5.3	一类非线性系统自适应神经网络块控制器设计 .....	69
5.3.1	引言 .....	69

5.3.2 问题的描述 .....	70
5.3.3 控制器设计与稳定性分析 .....	70
5.3.4 仿真研究 .....	82
5.3.5 结论 .....	83
5.4 利用系统结构特性的神经网络鲁棒反演设计 .....	83
5.4.1 基于神经网络的鲁棒反演控制器设计与稳定性分析 .....	83
5.4.2 仿真算例 .....	88
5.5 不利用系统结构特性的神经网络鲁棒反演设计 .....	90
5.5.1 严格反馈型块非线性系统描述 .....	90
5.5.2 控制矩阵未知时神经网络鲁棒反演控制器设计及稳定性分析 .....	90
5.6 本章小结 .....	97
<b>第6章 未知控制方向的严反馈非线性系统鲁棒自适应控制</b> .....	<b>98</b>
6.1 引言 .....	98
6.2 一类未知控制方向的严反馈非线性系统描述 .....	98
6.3 自适应控制设计 .....	99
6.4 仿真算例 .....	105
6.5 本章小结 .....	106
<b>第7章 非仿射型块控系统鲁棒自适应控制</b> .....	<b>107</b>
7.1 引言 .....	107
7.2 单输入单输出非仿射型非线性系统的神经网络控制 .....	108
7.2.1 单输入单输出非仿射型非线性系统的模型描述 .....	108
7.2.2 自适应控制器设计 .....	108
7.2.3 单输入单输出非仿射型非线性系统的仿真实例 .....	110
7.3 非仿射型多输入多输出非线性系统的神经网络自适应控制 .....	112
7.3.1 引言 .....	112
7.3.2 非仿射型多输入多输出非线性系统的模型描述 .....	112
7.3.3 NN 自适应跟踪控制器设计 .....	113
7.3.4 非仿射型多输入多输出非线性系统的仿真实例 .....	117
7.4 非仿射型块控系统定义 .....	119
7.5 SISO 非仿射型非线性系统的控制器设计 .....	119
7.5.1 问题描述 .....	119
7.5.2 控制系统设计与稳定性分析 .....	119
7.5.3 二阶 SISO 非线性系统仿真算例 .....	126
7.6 多输入多输出非仿射型块控系统 .....	128
7.6.1 问题描述 .....	128
7.6.2 控制系统设计与稳定性分析 .....	128
7.6.3 导弹块对角控制系统鲁棒自适应设计 .....	135
7.7 多输入多输出非仿射型块控系统动态反演控制 .....	139
7.7.1 问题描述 .....	139

7.7.2 控制系统设计与稳定性分析 .....	139
7.7.3 仿真算例 .....	147
7.8 本章小结 .....	148
<b>第 8 章 未知控制方向的非仿射型非线性系统鲁棒自适应控制 .....</b>	<b>149</b>
8.1 引言 .....	149
8.2 系统描述 .....	149
8.3 自适应控制设计 .....	149
8.4 仿真算法举例 .....	155
8.5 本章小结 .....	157
<b>第 9 章 控制系统反演设计及仿真研究 .....</b>	<b>158</b>
9.1 导弹控制系统反演设计方法及仿真 .....	158
9.1.1 导弹控制系统描述 .....	158
9.1.2 控制系统设计与稳定性分析 .....	159
9.1.3 导弹控制系统数学仿真结果 .....	160
9.2 BTT 导弹的大系统变结构控制方法 .....	164
9.2.1 BTT 导弹的大系统描述 .....	164
9.2.2 导弹的分散控制器设计 .....	165
9.2.3 BTT 导弹控制系统的仿真 .....	167
9.2.4 变轨机动时的六自由度仿真结果 .....	168
9.3 导弹鲁棒反演控制器设计及仿真 .....	175
9.3.1 控制器设计 .....	175
9.3.2 仿真研究 .....	175
9.4 基于神经网络的导弹鲁棒反演控制器设计及仿真 .....	178
9.4.1 基于神经网络的导弹鲁棒反演控制器设计 .....	178
9.4.2 导弹控制系统仿真研究 .....	178
9.5 基于全 RBF 调节神经网络的感应电机的块控自适应反步控制 .....	182
9.5.1 引言 .....	182
9.5.2 感应电机的数学模型 .....	182
9.5.3 控制系统设计与稳定性分析 .....	183
9.5.4 仿真分析 .....	186
9.6 本章小结 .....	188
<b>附录 A 理论基础 .....</b>	<b>189</b>
A.1 稳定性理论 .....	189
A.2 Backstepping 理论基础 .....	191
A.2.1 例子 .....	191
A.2.2 反演设计方法 .....	193
A.3 神经网络 .....	195
A.3.1 MLP .....	195

A.3.2 径向基函数神经网络 .....	196
A.3.3 RBF 神经网络的非线性逼近能力 .....	198
A.4 非线性跟踪-微分器 .....	199
A.4.1 非线性跟踪-微分器的一般形式及基本性质 .....	199
A.4.2 几种具体的非线性跟踪-微分器 .....	201
参考文献 .....	204

# 第1章 緒論

## 1.1 引言

反馈线性和反演并称为非线性系统控制器设计的两大突破。反演控制设计方法由于其独特的构造性设计过程和对非匹配不确定性的处理能力，在飞机、导弹、电机、机器人等控制系统设计中得到了成功地应用<sup>[1]</sup>。这种方法的主要特点是易于处理系统中的不确定性和未知参数，且是一种非线性系统的递推（recursive）设计方法。这里的非线性不必具有线性界，它是从离控制输入最远的那个方程开始向着控制输入“步退”（step back）的方法。基本的反演设计最开始被用于确定性系统，然后又推广到不确定性系统。反演发展的历程可简单地概括为：首先研究最基本的积分器反演，然后发展到针对一类严格反馈（strict feedback）系统，进而，由级联系统的镇定结果推广到“块反演”（block backstepping）。人们将自适应反演设计技术应用到一类所谓“严格反馈型”非线性系统设计中，得到了系统全局稳定和渐近跟踪的结果。其基本思想是利用系统特殊的下三角结构，通过一步步构建 Lyapunov 函数推导出稳定的控制律，最后获得合乎需要的控制器。本章将扼要介绍反演设计方法的基本概况。

## 1.2 反演控制设计方法

### 1.2.1 反演控制设计方法的特点

我们知道在反馈线性化的设计中，无论系统中的非线性是否有利于系统的稳定，都要将其抵消掉，而反演设计方法解决了反馈线性化（feedback linearization）需要抵消系统中的非线性的问题。反演的一个主要优点是，它在避免抵消系统中的有用的非线性方面具有灵活性，以镇定和跟踪为追求的目标，而不是以线性化为追求目标。

当系统中存在不确定性时，非线性控制器设计的任务更具有挑战性。当不确定性为匹配（matched）不确定性时，即当不确定性和控制输入出现在同一个方程中时，即使不确定性的界未知，仍可以利用非线性阻尼（nonlinear damping）设计方法保证系统的有界性。当不确定性为非匹配（unmatched）不确定性时，即当不确定性出现在控制输入所在方程的前面的方程中时，可以利用更先进的反演工具来获得系统的有界性。当处理具有一般形式的有界不确定性时，如果不确定性的界未知，反演成为一种无须自适应就能够获得系统有界性的关键工具。如果系统中的不确定性为未知常值时，自适应反演（adaptive backstepping）是一种更合适的反演形式。

非线性系统设计的目标是产生具有期望的稳定性质的闭环系统，而不是分析给定系统的性质，为此，可以扩展李雅普诺夫（Lyapunov）函数的概念，称为控制李雅普诺夫函数（Control Lyapunov Function, CLF）。因为本书主要涉及反演设计问题，故我们将对非线性系统的反演设计方法进行比较全面的概述，并通过简单的示例，介绍几种常用的反演设计方法的基本概念和原理。

反演设计技术具有处理特定结构、存在非匹配不确定性的非线性系统的能力。但是传统的反演设计技术消除不确定性通常采用动态阻尼的方法，而这种方法往往比较保守。同时，目前的大多数研究成果在进行递推设计中，每一步都是相对于一个标量系统进行的，这样就大大限制了该方法的应用范围，本书将讨论具有块控标准型的反演设计方法。M.Krstic 的专著<sup>[2]</sup>全面阐述了 1995 年以前反演控制设计方法的成果。

### 1.2.2 RCLF 的反演构造

反演通过构造各种类型的 CLF：鲁棒 CLF、自适应 CLF 等使系统稳定。鲁棒 CLF，即 RCLF (Robust CLF)，其反演构造方法是由 Freeman 和 Kokotovic 等人提出的，其基本思想可以用下面的例子来阐述<sup>[1]</sup>。

$$\dot{x}_1 = x_2 + \omega_1(x_1, t) \quad (1.1)$$

$$\dot{x}_2 = u + \omega_2(x, t) \quad (1.2)$$

这里， $x = [x_1, x_2]$ ， $\omega_1(x_1, t)$ 、 $\omega_2(x, t)$  由下面的已知函数所界定：

$$|\omega_1(x_1, t)| \leq \Delta_1(x_1), |\omega_2(x, t)| \leq \Delta_2(x) \quad (1.3)$$

这些已知的界函数可以比线性的界函数增长得快，如  $\Delta_1(x_1) = x_1^2$ 。为简单起见，假设  $\Delta_1(0) = 0$ ， $\Delta_2(0, 0) = 0$ ， $\Delta_1(x_1)$  的导数存在且  $\dot{\Delta}_1(0) = 0$ 。

反演方法对界函数有苛刻的要求： $\Delta_i$  只依赖于  $x_1, \dots, x_i$ 。反演从系统的某一部分开始，其 RCLF 的构造方法就如同不确定性是匹配的那样容易。

在式 (1.1) 中，不确定性  $\omega_1(x_1, t)$  与  $x_2$  是匹配的，这意味着，如果  $x_2$  为控制量，便可通过  $x_2 = \mu_1(x_1)$  抵消最坏的  $\omega_1(x, t)$ ， $\mu_1(x_1)$  称为虚拟 (virtual) 控制。

为了对式 (1.1) 设计  $\mu_1(x_1)$ ，可以选择作为 RCLF，并寻求使其负定的  $\mu_1(x_1)$ 。为使

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 2x_1[\mu_1(x_1) + \omega_1(x_1, t)] \\ &\leq 2[x_1\mu_1(x_1) + |x_1|\Delta_1(x_1)] \\ &< 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

一种简单的选择方法是

$$\mu_1(x_1) = -x_1 - \text{sgn}(x_1)\Delta_1(x_1) \quad (1.5)$$

这时

$$\dot{V}_1 \leq -2x_1^2 \quad (1.6)$$

式中， $\text{sgn}(\cdot)$  表示符号函数。接下来，设计实际 (actual) 控制，将误差  $x_2 - \mu_1(x_1)$  调节到零，以确保  $x_2$  为虚拟控制  $\mu_1(x_1)$ 。这提示我们选择  $V_2(x) = V_1(x_1) + [x_2 - \mu_1(x_1)]^2$  作为整个系统的 RCLF，并寻求使  $\dot{V}_2$  负定的实际控制  $u$ 。现在，我们应使

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= 2x_1(x_2 + \omega_1) + 2[x_2 - \mu_1(x_1)][u + \omega_2 - \mu_1'(x_1)(x_2 + \omega_1)] \\ &\leq -2x_1^2 + 2[x_2 - \mu_1(x_1)] \times [x_1 + u + \omega_2 - \mu_1'(x_1)(x_2 + \omega_1)] \\ &< 0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

这里,  $u$  与复合不确定性

$$\omega_c(x, t) \stackrel{\Delta}{=} \omega_2 - \mu_1'(x_1)\omega_1 \quad (1.8)$$

匹配, 且  $|\omega_c(x, t)| \leq A(x)$ 。取

$$u = \mu_2(x) = -[x_2 - \mu_1(x)] - x_1 + \mu_1'(x_1)x_2 + u_r(x) \quad (1.9)$$

其中

$$u_r(x) = -\text{sgn}[x_2 - \mu_1(x)]A(x) \quad (1.10)$$

这样

$$\dot{V}_2 \leq -2x_1^2 - 2[x_2 - \mu_1(x_1)]^2 \quad (1.11)$$

从而系统全局渐近稳定 (Globally Asymptotically Stable, GAS)。

可见, 反演递推的特点是: 构造第  $k+1$  步的 RCLF 为

$$V_{k+1} = V_k + [x_{k+1} - \mu_k(x_1, \dots, x_k)]^2 \quad (1.12)$$

并寻求使  $\dot{V}_{k+1}$  负定的  $\mu_k$ 。其中, 第  $k$  步的 RCLF 为  $V_k$ , 而  $\mu_{k-1}$  的选择应使  $\dot{V}_k$  负定。

### 1.2.3 反演中 ISS-CLF 的构造

反演的设计过程中也可以利用 ISS-CLF 的方法构造 CLF, 这里, ISS 表示输入到状态的稳定性 (Input-to-State Stability), Krstic 等人对这一问题进行了研究<sup>[2]</sup>。其基本思想可以用下面的简单系统来阐述:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\xi + p(x)\omega \quad (1.13)$$

$$\xi = u \quad (1.14)$$

假设  $V_1(x)$  是以  $\xi$  为虚拟控制的  $x$  子系统的一个 ISS-CLF, 我们可以寻找  $\mu_1(x)$ , 使得  $\xi = \mu_1(x)$  满足耗散 (dissipation) 不等式

$$\dot{V}_1 = L_{f+g\xi}V_1 + L_pV_1\omega \leq -\alpha_1(|x|) + \beta_1(|\omega|) \quad (1.15)$$

成立。这里,  $\alpha_1(\cdot)$  是一个  $k_\infty$  类函数,  $\beta_1(\cdot)$  是一个  $k$  类函数。

那么, 式 (1.13) 的一个 ISS-CLF 为

$$V_2(x, \xi) = V_1(x) + [\xi - \mu_1(x)]^2 \quad (1.16)$$

而控制规律为

$$u = \mu_2(x, \xi) = -\left(1 + |L_p\mu_1|^2\right)[\xi - \mu_1] - L_gV_1 + L_{f+g\xi}\mu_1 \quad (1.17)$$

整个闭环系统式 (1.13) ~ 式 (1.17) 具有 ISS 性质

$$\dot{V}_2 \leq -\alpha_2\begin{pmatrix} |x| \\ |\xi| \end{pmatrix} + \beta_2(|\omega|) \quad (1.18)$$

这和 ISS 性质 (式 (1.15)) 是类似的。

Teel 和 Praly 考虑了用一个一般的供给率 (supply rate) 代替式 (1.18) 中  $-\alpha_2 + \beta_2$  的问题<sup>[3]</sup>, 对于 ISS,  $L_2$  和类似的增益设定 (gain assignment) 任务的反演步骤都是其特例。Krstic 和 Deng 针对具有随机扰动的系统提出了类似的 ISS-CLF 构造方法<sup>[4]</sup>。Freeman 和 Praly 将反演方法推广到控制输入具有幅值限幅和速率限制的情况<sup>[5]</sup>。反演的一个不良性质是非线性增益

(nonlinear gain) 的增长, Freeman 和 Kokotovic 通过“变平的”(flattened) Lyapunov 函数来抵消其影响<sup>[6]</sup>。

### 1.2.4 自适应反演

Kanellakopoulos 等人给出了自适应反演的最初形式<sup>[7]</sup>, 这一结果解决了如下一类具有强非线性和未知参数系统的全局镇定和  $x \rightarrow 0$  这一公开难题。

$$\dot{x}_i = f_i(x^i) + g_i(x^i)x_{i+1} + p_i(x^i)^T \boldsymbol{\omega}, \quad i=1, \dots, n-1; \quad \dot{x}_n = f_n(x) + g_n(x)u + p_n(x)^T \boldsymbol{\omega}$$

其中, 上标 “T” 表示转置,  $x^i \triangleq (x_1, \dots, x_i)$ ,  $x = x^n x = x^n$ ,  $g_i \neq 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ 。但上述方法存在过参数化问题, 即对同样参数的多重估计问题。

Jiang 等人将过参数化减少了一半<sup>[8]</sup>。Krstic 等人提出的调节函数方法则完全解决了过参数化问题<sup>[2]</sup>, 其基本思想可以用下面的简单非线性系统来阐述。

$$\dot{x} = f(x) + F(x)\boldsymbol{\theta} + g(x)\xi \quad (1.19)$$

$$\xi = u, x \in R^n, \xi, u \in R, \boldsymbol{\theta} \in R^p \quad (1.20)$$

对于以  $\xi$  为虚拟控制的  $x$  子系统,  $V_1(x, \boldsymbol{\theta})$  是一个 ACLF (Adaptive CLF), 如果存在  $\alpha_1(x, \boldsymbol{\theta})$  使得对于所有的  $x \neq 0$  和所有的  $\boldsymbol{\theta}$ , 有

$$\frac{\partial V_1}{\partial x_1} \left[ f(x) + F(x) \left( \boldsymbol{\theta} + \frac{\partial V_1^T}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right) + g(x)\alpha_1(x, \boldsymbol{\theta}) \right] < -\sigma_1(x, \boldsymbol{\theta}) \quad (1.21)$$

其中,  $\sigma_1(x, \boldsymbol{\theta}) \geq 0$ 。那么, 对于  $x$  子系统的虚拟自适应控制为

$$\begin{aligned} \xi &= \alpha_1(x, \hat{\boldsymbol{\theta}}) \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} &= \tau_1(x, \hat{\boldsymbol{\theta}}) \stackrel{\Delta}{=} F^T(x) \frac{\partial V_1^T}{\partial x_1}(x, \hat{\boldsymbol{\theta}}) \end{aligned} \quad (1.22)$$

这里,  $\tau_1$  是第一个调节函数 (tuning function)。反馈系统式 (1.19)、式 (1.22) 的稳定性可以由

$$\bar{V}_1(x, \hat{\boldsymbol{\theta}}) = V_1(x, \hat{\boldsymbol{\theta}}) + \frac{1}{2} \|\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}\|^2 \quad (1.23)$$

建立。其中  $\|\cdot\|$  表示 2 范数。反演是一种递推的设计方法, 考虑到第二个子系统, 可以选择

$$V_2(x, \xi, \boldsymbol{\theta}) = V_1(x, \boldsymbol{\theta}) + \frac{1}{2} [\xi - \alpha_1(x, \boldsymbol{\theta})]^2 \quad (1.24)$$

则存在  $\alpha_2(x, \xi, \boldsymbol{\theta})$  和  $\sigma_2(x, \xi, \boldsymbol{\theta}) \geq 0$ , 使得

$$\frac{\partial V_2}{\partial (x, \xi)} \left[ f(x) + F(x) \left( \boldsymbol{\theta} + \frac{\partial V_2^T}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right) + g(x)\xi \right] < -\sigma_2(x, \xi, \boldsymbol{\theta}) \quad (1.25)$$

对于所有的  $x \neq 0$ ,  $\xi \neq 0$  成立。这里,  $\alpha_2(x, \xi, \boldsymbol{\theta})$  和  $\sigma_2(x, \xi, \boldsymbol{\theta})$  的表达式通过简短的计算即可得到。用  $V_2(x, \xi, \boldsymbol{\theta})$  作为一个 ACLF, 则系统的自适应控制器可设计为

$$u = \alpha_2(x, \xi, \hat{\boldsymbol{\theta}}) \quad (1.26)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \tau_2(x, \xi, \hat{\boldsymbol{\theta}}) \quad (1.27)$$

这里, 第二个调节函数的调整规律为

$$\tau_2(x, \xi, \hat{\theta}) = \tau_1(x, \hat{\theta}) - \left( \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \right)^T (\xi - \alpha_1) \quad (1.28)$$

由

$$\bar{V}_2 = V_1(x, \xi, \hat{\theta}) + \frac{1}{2} \|\hat{\theta} - \theta\|^2 \quad (1.29)$$

容易验证  $x, \xi, \hat{\theta}$  的有界性和  $x \rightarrow 0, \xi \rightarrow 0$  的收敛性。

ACLF 的递推公式  $V_i$  如式 (1.24) 所示, 调节函数的递推公式  $\tau_i$  如式 (1.28) 所示, 类似地, 可以得到  $\alpha_i$  的递推公式。

Krstic 和 Kokotovic 应用 ISS 反演设计了一种相对于  $\hat{\theta} - \theta$  所具有的 ISS 性质, 而将其导数作为未知的有界扰动的控制规律<sup>[9]</sup>。该 ISS 控制器需要一个参数估计器, 以保证  $\hat{\theta}$  及其导数的有界性, 这是几种标准的自适应估计器的一个共同性质。这种自适应控制器和估计器可以分开设计。

因为在传统的线性自适应控制中, 没有与这种新发展的自适应非线性控制器相对应的控制器, 因此, 把这种自适应非线性控制器专门应用于线性系统, 并和传统的线性自适应控制相比较, 是很有意义的。Krstic 等人证明, 这种新的设计在性能上远远超出传统的线性自适应控制器<sup>[10]</sup>。

Seto 等人将反演自适应控制方法推广到一类更广泛的系统<sup>[11]</sup>。Zhang 等人, Ikhouane 和 Krstic, Lin 和 Kanellakopoulos, Jiang 和 Praly, 还有其他一些学者, 进一步研究了这种新的自适应控制的渐近性质、瞬态性能、鲁棒性和动态扩展<sup>[12~15]</sup>。Freeman 通过将自适应和鲁棒反演结合起来处理含有未知参数和有界扰动的系统<sup>[12]</sup>。目前, 反演方法还存在计算膨胀等问题, 这些问题目前还远未得到很好的解决<sup>[13, 14]</sup>。对于仅利用系统的输出信息或部分状态信息的观测器-控制器设计问题的研究还很少, 对离散系统的研究也是值得重视的一个领域<sup>[15]</sup>。

## 1.2.5 神经网络自适应反演

近年来, Polycarpou 应用自适应反演的思想, 针对一类非匹配非线性系统, 提出了一种很有意义的基于神经网络的自适应控制器, 可以保证闭环系统的半全局 (semi-global) 稳定性<sup>[16]</sup>。Kwan 等人通过反演研究了机器人系统的鲁棒神经网络控制技术<sup>[17]</sup>。Ge 等人将神经网络自适应反演方法推广应用到一类非自治严格反馈系统<sup>[18]</sup>。Zhang 等人针对严格反馈非线性系统, 应用反演设计提出了一种神经网络自适应控制方法<sup>[19]</sup>, 这种方法的主要特点是通过引入一个修正的 (新颖的) 李雅普诺夫函数, 首先针对一阶对象, 提出一种光滑的非奇异的自适应控制器, 然后, 再将这一方法推广到高阶非线性系统, 利用神经网络来逼近控制器中所需要的有关未知非线性函数, 而利用反演设计方法得到最终的控制器, 这种方法能够保证闭环自适应控制系统的一致最终有界稳定性 (Uniform Ultimate Boundedness, UUB)。

反演设计方法通常需要假定非线性系统中的未知(不确定)的参数具有线性参数化 (linearly parameterized) 的形式, 并且系统中的非线性函数必须精确已知。为了克服线性参数化问题, Karsenti 等人通过引入一阶台劳近似, 解决了要求线性参数化的问题<sup>[20]</sup>, 但他们的方法对非线性函数的描述是必需的。为了同时克服以上困难, Knoll 等人针对一类单输入单输出 (SISO) 非线性参数化严格反馈 (nonlinear parametric strict feedback) 非线性系统, 应用反演设计提出了一种人工神经网络非线性自适应控制方法<sup>[21]</sup>, 即 ANNNAC (Artificial Neural Network Nonlinear Adaptive Control), 但这种方法只能保证当激励信号 (actuating signals) 不受约束时闭

环系统的稳定性。M.french 针对严格反馈型系统用多分辨率函数逼近器逼近未知非线性函数，使系统的性能与分辨率无关，并分析了系统的 LQ 性能<sup>[22]</sup>。神经网络由于具有逼近非线性函数的特性，引起了很多学者的广泛关注，在反演自适应控制领域也得到了广泛应用<sup>[23~25]</sup>。

### 1.2.6 逆优控制方法

反演控制设计是一种系统化的构造性设计方法，其主要优点是构造 Lyapunov 函数简单且容易处理非匹配不确定性，但如何进行最优控制器的设计却是一个很困难的问题。

反演控制设计中的逆优控制设计方法是在反演设计框架中引入了最优控制的思想<sup>[26~28]</sup>。如果直接应用最优控制的设计方法，需要求解 HJB 偏微分方程，而其求解非常困难，所以人们从另一角度来研究反演设计的最优问题。其方法是：先设计反演控制器，再分析系统满足什么最优性能指标。但最优性能与设计之间的关系有待进一步的认识。

### 1.2.7 块控标准型反演设计法

Vadim I. Utkin 针对一类可以转化为块控标准型的非线性系统，在没有非匹配不确定性的情况下，根据块控原理，提出了一种变结构控制算法<sup>[29]</sup>，并讨论了在旋转倒摆系统中的应用。块控原理是在“块控标准型”的基础上发展起来的，是近年来发展起来的一种控制方法。基于块控原理相继提出了一些控制及设计方法<sup>[29, 30]</sup>。文献[30]提出了一种结合块控制、滑模控制以及高增益鲁棒控制的控制方法。但该方法设计取得的系统的稳定性是局部的，而且仅允许在最后一块存在不确定性，这是一个十分苛刻的条件。S.Jagannathan 分别针对一类非线性连续、离散块控标准型系统，假设控制系数矩阵已知，用模糊的方法估计系统的不确定性，无须持续激励条件，设计了一种鲁棒控制算法<sup>[31]</sup>。块控方法的研究仍处于起步阶段，很多问题有待解决，例如，当控制系数矩阵未知时，还没有好的设计方法。

非线性系统的控制问题，特别是非线性非匹配不确定系统的控制问题一直是控制理论界和实际系统应用中的热点和难点。就理论研究来说，单一的非匹配不确定系统的自适应控制或非线性系统的控制均已具有足够的难度和复杂性使之成为历史难题和发展的挑战性研究课题。然而，在大量的实际系统中却常常是不容回避的，同时含有相当复杂的非匹配不确定性因素和非线性因素，导致现有的控制设计方法在实际应用中遇到了严重的困难和挑战，迫切需要研究能够同时抑制对象非匹配不确定性并克服非线性影响的控制方法。反演方法很可能发展成为对付非线性非匹配不确定系统的一种简单而有效的设计方法，但目前这种方法还不完善，还有很多问题有待解决。

### 1.2.8 反演技术在飞行器控制中的应用

反演技术和自适应反演技术的出现使非线性控制获得了巨大的成功。这种新型递推设计技术解决了许多其他非线性设计方法很难解决的问题。应用反演技术来设计飞行器控制系统的研究也相继出现<sup>[32, 33]</sup>。为保证系统的稳定性，近年来，基于 Lyapunov 稳定概念的综合方法重新受到人们的关注<sup>[34~36]</sup>，研究始于一种称做反演的控制设计方法的提出。反演设计方法，通过递推形式来构造 Lyapunov 函数，解决了长期以来没有规范的方法构造 Lyapunov 函数的问题。近期的文献中有大量的关于反演控制方法的研究及其在各种领域的应用研究<sup>[37~43]</sup>。1990 年，Saberi 和 Kokotovic 等最早给出了公式化的反演设计方法<sup>[44]</sup>。2000 年，Ramirez 研

究了一类具有不确定性的串联系统的退步设计方法<sup>[45]</sup>; Jaganathan 提出了鲁棒反演控制设计方法，并用模糊控制实现控制器<sup>[46]</sup>; Kwan 用鲁棒反演控制方法设计了工业马达的控制器，同样引入了神经网络<sup>[47]</sup>。2001 年，Ito 针对一类状态可按时间比例分离的系统，应用鲁棒反演方法设计控制器<sup>[48]</sup>; Ferrara 对  $n$  阶 MIMO 系统的前  $n-2$  阶子系统用反演方法进行递推设计，而后两阶则用滑模控制方法来设计<sup>[49]</sup>; Hsu 则将自适应模糊变结构和反演控制思想结合起来进行控制器设计<sup>[50]</sup>。从越来越多的研究文献中可以发现，反演控制的最突出特点是采用递推方式构造 Lyapunov 函数，系统的稳定性自然得到保证。当考虑系统的自适应和鲁棒性时，其他的一些方法可以很容易与反演相结合，因而可以使所设计的控制器更全面地保证系统的性能。Glad,S.T.针对某刚体运动，利用 Lyapunov 稳定性定理设计了反演控制系统，得到了渐近稳定的结果<sup>[51]</sup>。1995 年，Richard 首先将导弹纵向控制模型化成级联的形式，然后应用这种递推设计技术设计了导弹纵向运动控制器<sup>[52]</sup>。2001 年，Taeyoung 应用反演技术设计了飞行器非线性自适应控制器，取得了较好的控制效果，但中间存在对神经网络不合理的运用，最后收敛残集的确定也比较烦琐<sup>[53]</sup>。应用反演控制技术设计的控制系统可以解决导弹控制系统中存在的非匹配不确定性问题，为导弹设计方法提出了一个新的研究方向。

下面再谈谈该方法在航空航天控制方面的应用前景。众所周知，未来防空武器应具有超音速、远程、全空域高机动作战性能，这是现代高技术武器装备发展的必然趋势，这种高性能的飞行器系统正是一个具有非匹配不确定性的非线性系统。因此，对非线性非匹配不确定系统的反演自适应控制方法进行研究，既有十分重要的理论意义，也有很好的应用前景。

作者认为该领域未来的主要研究方向应包括以下几个方面：

- 1) 进一步将反演设计的思想扩展应用到更广泛的系统，包括离散系统、时滞系统、混沌系统等。
- 2) 目前，反演自适应控制仍然是一个主流的热点研究方向，还有很多问题有待于进一步解决，如非线性控制增益的增长过快问题，非线性参数化问题，控制系数矩阵未知时的设计问题等。
- 3) 进一步将反演设计的思想与各种智能控制、滑模控制、鲁棒控制方法等融合起来，得到性能更好的组合设计方法。
- 4) 进行该方法的应用研究。

### 1.3 控制方向未知的不确定非线性系统的控制

针对控制系数未知的严反馈系统，相关文献提出了一些控制策略，但是大多数研究成果要求未知控制系数的符号已知。如果控制系数的符号不能事先确定或确定错误，利用上述设计方法得到的控制律不能保证闭环系统的稳定，而且还有可能导致闭环系统的崩溃。因此有必要研究这类控制方向未知的不确定非线性系统的反馈镇定方法。

Nussbaum<sup>[54]</sup>在 1983 首次研究了控制方向未知的线性系统的稳定问题。他通过将一种 Nussbaum 型增益引入自适应控制器完成了闭环系统的稳定控制器设计。Nudgett<sup>[55]</sup>和 Martensson<sup>[56, 57]</sup>随后把含有 Nussbaum 型增益的自适应控制器推广到具有未知控制方向的一般线性系统。Lozano<sup>[56, 58]</sup>首先对控制方向未知的线性系统提出了一种模型，参考自适应控制方法并将其推广到控制方向未知的一阶非线性系统的稳定控制器设计上。Kaloust<sup>[59]</sup>讨论了二阶控制方向未知的一般非线性系统的稳定问题。他基于 Lyapunov 稳定理论和鲁棒设计思想给出了闭