

数学实验与数学模型

Shuxue Shixyan Yu Shuxue Moxing

主 编◎谭千蓉 林宗兵
副主编◎李思霖 于巍巍



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

数学实验与数学模型

主 编 谭千蓉 林宗兵
副主编 李思霖 于巍巍
编 委 刘冬兵 罗 森

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

内 容 简 介

本书包括上下两篇：上篇为数学实验，下篇为数学模型。上篇包括 MATLAB 基础、高等数学实验、线性代数及概率论与数理统计实验；下篇包括数学模型基础及微分方程、拟合与插值、概率分布与数理统计、回归分析、线性规划、非线性规划、动态规划、图论等八种常见的数学建模方法，各种方法配有典型案例分析。本书结构完整，除 MATLAB 基础外，各章节较为独立，可根据需要跳跃式选用，未在课堂上讲授的内容可作为课外阅读材料。

本书可作为普通高等院校本、专科学生“数学实验”、“数学模型”课程的教材，也可作为数学建模竞赛的培训教材，以及广大工程技术人员的参考用书。

图书在版编目 (C I P) 数据

数学实验与数学模型 / 谭千蓉, 林宗兵主编. — 成都: 西南交通大学出版社, 2009.11
ISBN 978-7-5643-0502-4

I. ①数… II. ①谭… ②林… III. ①高等数学—实验—高等学校—教材②数学模型—高等学校—教材 IV. ①013-33②022

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 214733 号

数学实验与数学模型

主编 谭千蓉 林宗兵

*

责任编辑 张宝华

封面设计 墨创文化

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段 111 号 邮政编码: 610031)

发行部电话: 028-87600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

四川森林印务有限责任公司印刷

*

成品尺寸: 170 mm × 230 mm 印张: 18

字数: 318 千字

2009 年 11 月第 1 版 2009 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5643-0502-4

定价: 29.50 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

本书是针对工科院校“打好数学基础，服务专业，支撑专业发展”的教学需要以及数学基础理论教学研究与改革，为加强数学应用而编写的。数学实验与数学模型作为新兴的数学课程，是工科数学CAI教学的一种重要形式，是对工科数学教育的重要补充，是一门将数学与计算机技术结合、理论与实际应用结合的实践型数学课程。本教材将为把学生培养成为基础知识扎实、知识面广、富有创新精神和工程实践能力的高素质应用型人才奠定良好的数学应用基础。

本书数学实验篇可以在“高等数学”、“线性代数”以及“概率论与数理统计”等课程学习结束后单独开设，也可同步开设，目的是借助数学实验学数学、表现数学、理解数学，体验课程中有关理论的基本思想和典型方法，加深对抽象概念的感性认识。数学模型篇讲了八种常见的数学建模方法，并配有案例分析。案例选取紧密结合专业特点，实用性较强，目的是让学生体会数学的应用以及计算机与数学理论结合的途径，建立数学模型，综合运用数学知识，借助数学软件，解决各种实际问题。

本书编写情况为：上篇第一章 MATLAB 基础及第三章线性代数部分实验由谭千蓉编写，第二章高等数学、第三章概率论与数理统计部分实验由林宗兵编写；下篇第四章数学模型基础由罗森编写，第五章微分方程方法、第十一章动态规划方法、第十二章图论方法由李思霖编写，第六章拟合与插值方法、第七章概率分布与数理统计方法由刘冬兵编写，第八章回归分析方法、第九章线性规划方法、第十章非线性规划方法由魏巍编写。

本书还参考了许多文献，列举在后，在此表示诚挚谢意。

由于编者水平有限，不足之处敬请批评指正。

编 者

2009年6月

目 录

上篇 数学实验

第一章	MATLAB 基础	3
1.1	MATLAB 入门	3
1.2	MATLAB 绘图	21
第二章	高等数学实验	38
2.1	函数作图与极限	38
2.2	一元函数微分	43
2.3	一元函数积分	49
2.4	多元函数微分	55
2.5	多元函数积分	60
2.6	无穷级数及函数逼近	65
2.7	常微分方程	72
第三章	线性代数及概率论与数理统计实验	84
3.1	行列式与矩阵	84
3.2	线性方程组	90
3.3	特征值与特征向量	94
3.4	概率论基础	97
3.5	参数估计和假设检验	111
3.6	方差分析与回归分析	119
3.7	插值与拟合	135

下篇 数学模型

第四章	数学模型基础	153
4.1	原型与模型	153
4.2	数学模型	153
4.3	数学建模的方法	154

4.4	数学建模的步骤	155
第五章	微分方程方法	158
5.1	微分方程模型的一般形式	158
5.2	微分方程解的概念	159
5.3	SARS 病毒传播的数学模型	160
第六章	拟合与插值方法	170
6.1	数据拟合和插值的概念	170
6.2	最小二乘函数拟合	170
6.3	多项式拟合	170
6.4	插 值	172
6.5	血管切片的三维重建模型	180
第七章	概率分布与数理统计方法	188
7.1	排列与组合	188
7.2	事件与概率	188
7.3	概率与条件概率	189
7.4	随机变量的数学期望与方差	190
7.5	常用的概率分布及数字特征	191
7.5	彩票问题	193
第八章	回归分析方法	204
8.1	一元线性回归分析方法	204
8.2	多元线性回归分析	206
8.3	投资额与生产总值和物价指数	209
第九章	线性规划方法	217
9.1	线性规划的数学模型	217
9.2	线性规划的求解	219
9.3	线性规划模型的求解	220
9.4	整数规划的数学模型	222
9.5	乘公车, 看奥运	224
第十章	非线性规划方法	240
10.1	非线性规划模型的基本概念	240

10.2	非线性规划模型的求解	241
10.3	电力市场输电阻塞管理模型	247
第十一章	动态规划方法	261
11.1	问题引入	261
11.2	动态规划的基本概念	262
11.3	动态规划的基本理论	263
11.4	生产与库存问题	264
第十二章	图论方法	272
12.1	问题引入	272
12.2	图的基本概念	272
12.3	最短路问题	273
12.4	树与最小树	275
参考文献		278

上篇 数学实验



第一章 MATLAB 基础

1.1 MATLAB 入门

1.1.1 MATLAB 认识

1.1.1.1 MATLAB 的发展史

20 世纪 80 年代初期, Cleve Moler 与 John Little 等利用 C 语言开发了新一代的 MATLAB 语言. 1984 年, Cleve Moler 与 John Little 等正式成立了 Mathworks 公司, 把 MATLAB 语言推向市场, 并开始了对 MATLAB 工具箱等的开发设计. 1993 年, Mathworks 公司推出了基于个人计算机的 MATLAB 4.0 版本, 到 2002 年又推出了 MATLAB 6.5 版本.

1.1.1.2 MATLAB 的应用功能

现在, MATLAB 已经发展成为适合多学科的大型软件, 在世界各高校, MATLAB 已经成为线性代数、数值分析、数理统计、优化方法、自动控制、数字信号处理、动态系统仿真等课程的基本教学工具.

概括地讲, MATLAB 系统由两部分组成, 即 MATLAB 内核与辅助工具箱, 两者的调用构成了 MATLAB 的强大功能. MATLAB 语言包括控制流语句、函数、数据结构、输入输出及面向对象等, 它具有以下主要功能:

(1) 数值计算和符号计算功能: MATLAB 以矩阵作为数据操作的基本单位, 提供了十分丰富的数值计算函数. MATLAB 和著名的符号计算语言 Maple 相结合, 使得 MATLAB 具有了符号计算功能.

(2) 绘图功能: MATLAB 的绘图功能很强大, 它既包括对二维和三维数据的可视化、图像处理、动画制作等高层次的绘图命令, 也包括修改图形及编制完整图形界面的、低层次的绘图命令.

(3) MATLAB 具有程序结构控制、函数调用、数据结构、输入输出、面向对象等程序语言特征, 而且简单易学、编程效率高.

(4) MATLAB 工具箱: MATLAB 包含基本的功能性部分和各种可选的工具箱这两部分内容. MATLAB 的工具箱分为两大类: 功能性工具箱和学科

性工具箱。功能性工具箱主要用来扩充其符号计算功能、图示建模仿真功能、文字处理功能以及与硬件实时交互的功能。学科性工具箱专业性比较强，包括优化工具箱、统计工具箱、控制工具箱、小波工具箱、图像处理工具箱、通信工具箱等。

1.1.1.3 MATLAB 的启动

MATLAB 的启动有多种方式，常用的方法是双击桌面的 MATLAB 图标。另外，也可以在开始菜单的程序选项中选择 MATLAB 组件中的快捷方式，或者在 MATLAB 的安装路径的子目录中选择双击可执行文件“MATLAB.exe”。启动 MATLAB 后，将进入 MATLAB 集成环境。MATLAB 6.5 集成环境包括 MATLAB 主窗口、命令窗口 (Command Window)、工作空间窗口 (Workspace)、命令历史窗口 (Command History)、当前目录窗口 (Current Directory) 和启动平台窗口 (Launch Pad)。

1.1.1.4 MATLAB 的退出

退出 MATLAB 系统有三种常用方法：

- (1) 在 MATLAB 主窗口 File 菜单中选择 Exit MATLAB 命令。
- (2) 在 MATLAB 命令窗口输入 exit 或 quit 命令。
- (3) 单击 MATLAB 主窗口的“关闭”按钮。

1.1.1.5 MATLAB 窗口简介

主窗口：除了嵌入一些子窗口外，还主要包括菜单栏和工具栏。MATLAB 主窗口是 MATLAB 的主要工作界面。在 MATLAB 6.5 主窗口的菜单栏中，共有 File、Edit、View、Web、Window 和 Help 6 个菜单项，各菜单的功能和常用软件的菜单类似。

工具栏：MATLAB 6.5 主窗口的工具栏共提供了 10 个命令按钮。这些命令按钮均有相应的菜单命令，但比菜单命令使用起来更快捷、方便。

命令窗口：命令窗口是 MATLAB 的主要交互窗口，用于输入命令并显示除图形以外的所有执行结果。

命令历史记录窗口：在默认设置下，命令历史记录窗口中会自动保留自安装起所有用过的命令的历史记录，并且还标明了使用时间，从而方便用户查询。而且，通过双击命令可进行历史命令的再运行。如果要清除这些历史记录，可以选择 Edit 菜单中的 Clear Command History 命令。

在 MATLAB 中，一方面可以使用 help 查询已知命令的用法。例如，inv

表示计算逆矩阵, 键入 `help inv` 即可得知有关 `inv` 命令的用法; 键入 `help help` 则显示 `help` 的用法. 另一方面, `lookfor` 用来寻找未知的命令. 例如, 要寻找计算逆矩阵的命令, 可键入 `lookfor inverse`, MATLAB 即会列出所有和关键字 `inverse` 相关的指令, 找到所需的命令后, 可用 `help` 进一步找出其用法.

MATLAB 命令窗口中的 “>>” 为命令提示符, 表示 MATLAB 正处于准备状态. 在命令提示符后键入命令并按下回车键后, MATLAB 就会解释执行所输入的命令, 并在命令后面给出计算结果.

一般来说, 一个命令行输入一条命令, 命令行以回车结束. 但一个命令行也可以输入若干条命令, 各命令之间以逗号分隔, 若前一命令后带有分号, 则逗号可以省略. 例如

```
x=3*5,y=x^2
```

```
x=3*5;y=x^2
```

如果一个命令行很长, 在一个物理行之内不能写完, 可以在第一个物理行的后面加上 3 个小黑点 “...” 并按下回车键, 然后在下一个物理行继续写命令的其他部分, 3 个小黑点称为续行符.

1.1.1.6 MATLAB 命令行环境的常用操作

(1) 常用的窗口命令.

```
help    启动联机帮助文件显示
what    列出当前目录下的有关文件
type    列出 M 文件
lookfor 查找 help 信息中的关键词
which   查找函数与文件所在的目录名
demo    运行 MATLAB 的演示程序
path    设置或查询 MATLAB 的路径
```

(2) 有关文件及其操作的语句 (见表 1.1).

表 1.1 有关文件及其操作的语句

函数	功 能	函数	功 能
cd	改变当前的工作目录	fprintf	将格式化数据写入文件
dir	列出当前目录的内容	fgetl	从文件中读行并放弃换行符
delete	删除文件	fgets	从文件中读行并保持换行符
getenv	获得环境参数	ferror	查询文件的输入输出的错误信息
unix	执行操作系统命令并返回结果	feof	检查文件结束标志

续表 1.1

函数	功 能	函数	功 能
diary	将 MATLAB 运行的命令存盘	fseek	设置文件位置指针
fopen	打开文件	ftell	得到文件位置指针的位置
fclose	关闭文件	prewind	反绕一个打开的文件
fread	从文件中读取二进制数据	tempname	建立临时的文件名
fwrite	向一个文件写二进制数据	tempdir	返回一个已存在的临时目录名
fscanf	从文件读取格式化数据		

(3) 管理变量工作空间的命令 (见表 1.2).

表 1.2 管理变量工作空间的命令

函数	功 能	函数	功 能
who	简要列出工作空间变量名	pack	整理工作空间的内存
whos	详细列出工作空间变量名	size	查询矩阵的维数
load	从文件中读入变量	disp	显示矩阵和文本
save	列出工作空间中变量存盘	length	查询矢量的维数
clear	删除内存中的变量与函数		

(4) 对命令窗口控制的常用命令.

↑	Ctrl+p	调用上一次的命令
↓	Ctrl+n	调用下一行的命令
←	Ctrl+b	退后一格
→	Ctrl+f	前移一格
Ctrl + ←	Ctrl+r	向右移一个单词
Ctrl + →	Ctrl+l	向左移一个单词
Home	Ctrl+a	光标移到行首
End	Ctrl+e	光标移到行尾
Esc	Ctrl+u	清除一行
Del	Ctrl+d	清除光标后字符
Backspace	Ctrl+h	清除光标前字符
	Ctrl+k	清除光标至行尾字
	Ctrl+c	中断程序运行

1.1.1.7 基本运算与函数

MATLAB 认识所有一般常用的加 (+)、减 (-)、乘 (*)、除 (/) 等数学运算符号, 以及幂次运算符号 (^). MATLAB 将所有变量均存为 double 的形式, 不需要经过变量定义.

如在命令窗口中输入 $3*5$ 并回车得到结果 $ans=15$, MATLAB 自动把运算结果赋给永久变量 ans (表示 answer).

若在命令窗口中输入 $y=2/6$ 并回车, 则结果显示 “ $y=0.3333$ ”. 在 MATLAB 中默认显示 4 位小数, 实际上在 MATLAB 中存储的是 y 的准确值, 可以用命令 “ $vpa(y,10)$ ” 显示有效数字十位, 也可以用 `format` 命令控制, 具体见 MATLAB 帮助系统.

在 MATLAB 中, 以 “;” 结尾的语句执行但不显示执行的结果, 以符号 “%” 开始的为注释行, “%” 所在行的后面的语句不执行.

在 MATLAB 中可以用一些常用的数学函数, 部分常用函数见表 1.3 和表 1.4.

(1) 常用的数学函数.

表 1.3 常用的基本数学函数

函数	功能	函数	功能
<code>abs(x)</code>	变量的绝对值或向量的长度	<code>floor(x)</code>	地板函数, 即舍去正小数至最近整数
<code>angle(z)</code>	复数 z 的相角 (Phase angle)	<code>ceil(x)</code>	天花板函数, 即加入正小数至最近整数
<code>sqrt(x)</code>	开平方	<code>fix(x)</code>	无论正负, 舍去小数至最近整数
<code>real(z)</code>	复数 z 的实部	<code>rats(x)</code>	将实数 x 化为多项分数展开
<code>imag(z)</code>	复数 z 的虚部	<code>sign(x)</code>	符号函数 (signum function) 当 $x < 0$ 时, $sign(x) = -1$ 当 $x = 0$ 时, $sign(x) = 0$ 当 $x > 0$ 时, $sign(x) = 1$
<code>conj(z)</code>	复数 z 的共轭复数		
<code>round(x)</code>	四舍五入至最近整数		
<code>rat(x)</code>	将实数 x 化为分数表示		

(2) 常用的三角函数.

表 1.4 MATLAB 中常用的三角函数

函数	功能	函数	功能
<code>sin</code>	正弦函数	<code>sinh</code>	双曲正弦函数
<code>cos</code>	余弦函数	<code>cosh</code>	双曲余弦函数
<code>tan</code>	正切函数	<code>tanh</code>	双曲正切函数

各函数的反三角函数，只要在上面的各函数前加 a 即可，如反双曲正弦函数为 asinh 。

1.1.1.8 变量命名的规则

(1) MATLAB 区分变量名的大小写。

(2) 变量的第一个字符必须为英文字母，MATLAB6.5 中，变量名长度不能超过 63 个字符，在后续版本中，变量名长度可能可以更长。

(3) 变量名可以包含大小写字母、数字和下划线，但不能为空格符、标点。

(4) 变量名不能取 MATLAB 系统中预定义的变量，系统中预定义的变量见表 1.5。

表 1.5 MATLAB 系统中预定义的变量

变量名	含 义	变量名	含 义
ans	预设的计算结果的变量名	ans	预设的计算结果的变量名
eps	MATLAB 定义的正的极小值 $=2.2204e-16$	nargin	函数输入参数个数
pi	内建的 π 值	nargout	函数输出参数个数
inf	∞ 值，无限大 $\left(\frac{1}{0}\right)$	realmax	系统所能表示的最大的正实数
NaN	无法定义一个数目 $\left(\frac{0}{0}\right)$	realmin	系统所能表示的最小的正实数
i 或 j	虚数单位 $i=j=\sqrt{-1}$	flops	浮点运算次数

1.1.2 矩阵及其运算

矩阵的运算是 MATLAB 语言的核心，在 MATLAB 语言系统中几乎一切运算均是以对矩阵的操作为基础的。下面介绍矩阵的生成、基本运算和数组运算。

1.1.2.1 矩阵的生成

(1) 直接输入法。

从键盘上直接输入矩阵是最方便、最常用的创建数值矩阵的方法，尤其适合较小的简单矩阵。在用此方法创建矩阵时应当注意：输入矩阵时要以

“[]”为其标识符号，矩阵的所有元素必须都在方括号内；矩阵同行元素之间由空格或逗号分隔，行与行之间用分号或回车键分隔；矩阵大小不需要预先定义；矩阵元素可以是运算表达式；若 “[]” 中无元素，则表示空矩阵。

在 MATLAB 语言中，可以用冒号来定义行向量，也可使用冒号截取指定矩阵中的部分。如程序 $a=1:3:10$ ，可得到如下结果：

```
a=1    4    7   10
```

程序 $A=[1\ 2\ 3;4\ 5\ 6;7\ 8\ 9];B=A(1:2,:)$ ，可得到如下矩阵：

```
B=
```

```
    1    2    3
    4    5    6
```

可以看出矩阵 B 是由矩阵 A 的第 1 行到第 2 行和相应的所有列的元素构成的一个新的矩阵。在这里，冒号代替了矩阵 A 的所有列。

(2) 外部文件读入法

MATLAB 语言也允许用户调用在 MATLAB 环境之外定义的矩阵。可以利用任意的文本编辑器编辑所要使用的矩阵，矩阵元素之间以特定分隔符分开，并按行列布置。读入矩阵可以利用 load 函数，其调用方法为：

Load+文件名[参数]

Load 函数将会从文件名所指定的文件中读取数据，并将输入的数据赋给以文件名命名的变量，如果不给定文件名，则将自动认为 MATLAB.mat 文件为操作对象，如果该文件在 MATLAB 搜索路径中不存在时，系统将会报错。

例如，事先在记事本中建立文件（并以 data1.txt 保存）：

```
1    1    1
1    2    7
1    4    6
```

在 MATLAB 命令窗口中输入：

```
load data1.txt,data1
```

得到结果：

```
data1=
    1    1    1
    1    2    7
    1    4    6
```

(3) 特殊矩阵的生成

对于一些比较特殊的矩阵（单位阵、矩阵中含 1 或 0 较多），由于其具有特殊结构，MATLAB 还提供了一些函数用于生成这些矩阵。常用的有下面几个：

zeros(m)	表示生成 m 阶全 0 矩阵
eye(m)	表示生成 m 阶单位矩阵
ones(m)	表示生成 m 阶全 1 矩阵
rand(m)	表示生成 m 阶均匀分布的随机阵
randn(m)	表示生成 m 阶正态分布的随机矩阵

1.1.2.2 矩阵的基本数学运算

矩阵的基本数学运算包括矩阵的四则运算、与常数的运算、逆运算、行列式运算、秩运算、特征值运算等。

(1) 四则运算.

矩阵的加、减、乘运算符分别为“+,-,*”，用法与数字运算几乎相同，但计算时要满足其数学要求（如同型矩阵才可以加、减等）。

在 MATLAB 中，矩阵的除法包括左除“\”和右除“/”。左除和右除的运算过程以及对矩阵的要求是不一样的，左除 $A \setminus B$ 表示求 $A^{-1}B$ ，右除 A/B 表示求 $A^{-1}B$ 。

(2) 与常数的运算.

常数与矩阵的运算为常数同该矩阵的每一元素进行运算，但进行数除时，常数通常只能做除数。

(3) 基本函数运算.

矩阵的函数运算是矩阵运算中最实用的部分，常用的主要有以下几个：

det(A)	表示求矩阵 A 的行列式
eig(A)	表示求矩阵 A 的特征值
inv(A)或 A^{-1}	表示求矩阵 A 的逆矩阵
rank(A)	表示求矩阵 A 的秩
trace(A)	表示求矩阵 A 的迹（对角线元素之和）

1.1.2.3 矩阵的数组运算

(1) 基本数学运算.

数组的加、减与矩阵的加、减运算完全相同，而乘除法运算则有较大的区别。数组的乘除法是指两同维数组对应元素之间的乘除法，它们的运算符为“.*”和“./”或“.\”。前面讲过常数与矩阵的除法运算中常数只能做除数，而在数组运算中由于有了“对应关系”的规定，故数组与常数之间的除法运算没有该限制。

另外，矩阵的数组运算中还有幂运算（运算符为.^）、指数运算（exp）、