

漢 譯

舒 塞 司
平 面 幾 何 學

玉 權 昌 南 民
佩 子 其 喬 佑
高 盧 蘇 王 王
譯 者

北 平 科 學 社 印 行

1 9 3 5

版權所有

翻印必究

漢譯

學何幾平面塞司舒

(全一冊)

實

價

洋宣精裝一 元四角
洋宣平裝一 元一角
報紙平裝九 角

譯

者

高佩玉 王佑民
盧子權 王喬南
蘇其昌

發行者

北平地安門內油漆作十二號
北平科學社
電話東局二九九三號

中華民國二十二年八月初版
中華民國二十四年一月四版
中華民國二十四年九月五版

序

現在幾何教本之中，本書算是第一，定義正確，次序井然，解釋簡明，體裁整齊，方法完備而易懂，習題實用而有趣，尤出奇者，講不可度，引用無理數，使初學者極易明了，亦備有極限證法，且其所講極限簡明至極，以上各點，實他書所不能及。

還有一層，本書高初中皆可適用，初中用之，可以不講極限對稱，極大極小等，習題標以(*)者為難題，初學者亦可略去，高中用之，須講全本，習題易者可以略去。

惟教材時時改良，教法時時進步，教本方能漸漸完備，教育方能漸漸提高，而改進之原則為：

- I. 去暇存瑜。
- II. 化無用為有用。
- III. 進小用為大用。
- IV. 化難為易。
- V. 化繁為簡。
- VI. 增加興趣。

依上之原則及現在之眼光觀之，本書尚有未盡善者，茲逐一述後：

(1) 直線定義，固然難以說明，但亦非無適當之定義，茲將直線之定義英漢對照述下：

設一線任分為兩段，以一段之兩端與原線上兩點相合，則此段處處與原線相合，此線謂之直線。

A line such that any part placed with its ends on any other part must lie wholly in the line is called a straight line.

本書第8節之直線定義實在欠妥。

(2) 直線形之定義應在直線定義以後，本書顛倒（閱第 6 節及第 3 節）不合科學方法。

(3) 本書第 12 頁習題 7, 3 顛倒，應當先作習題 3 後作習題 7。

(4) 本書第 12 頁底註說明「兩字母如上面所用的 DE 表示一直線。」後於第 49 頁又註明「兩字母如上面所用的 DE 表示一直線。」似乎畫蛇添足。

(5) 本書第 15 頁有句云「若已知一直線上的一點及此直線與某已知線所成的角，則此直線可以完全決定。」此句一則不能成立，因可作兩線故也；二則無用，宜刪去。

(6) 第 38 頁之習題 1, 2 與第 12 頁之習題 6, 11 重複宜刪去。

(7) 第 39 頁之習題 5, 6 皆宜刪去，因正方形之定義在 76 頁所作者是否正方形無從證明也。

(8) 第 100 頁習題 50 之 CE 應改為 CD 。

(9) 第 141 頁之 $E'A' = \frac{b}{2}$ 應加括弧，而改為 $E'A' (= \frac{b}{2})$ 方能一律。

(10) 各幾何本多無軌跡之定義，本書以證法為定義，固比無定義略強，但亦不妥，茲將其定義列後：

在幾何學內，一點限於一定之條件，而此點所有能到之處，謂之此點之軌跡。

The path of a point that moves in accordance with certain given geometric conditions is called the locus of the point.

(11) 第 218 頁中間原書為 $(a-c)(b+d) = ab + ad - bc - cb$ 應改為 $(a-c)(b+d) = ab + ad - bc - cd$ ，又本頁習題 (a) 原書為 $a(b+c+d) = ab + ac + bd$ 應改為 $a(b+c+d) = ab + ac + ad$ 。

(12) 第 255 頁 § 432 之「作圖」Construction 應改爲「解」
Solution.

(13) 第 269 頁 § 444 之證內。

$ABCF$ 的面積 $> A'B'C'F'$ 的面積

$FDEA$ 的面積 $> F'D'E'A'$ 的面積

應改爲

$ABCF$ 的面積 $> A'B'C'F'$ 的面積

$FDEA$ 的面積 $< F'D'E'A'$ 的面積

或 $ABCF$ 的面積 $< A'B'C'F'$ 的面積

$FDEA$ 的面積 $> F'D'E'A'$ 的面積。

(14) 本書定例，已知線爲實線，畫線爲虛線；但有不按此定理者，如第 99 頁之習題 26，第 101 頁之習題 62，似應改正。

(15) 第 308 頁 § 473 之例內 875-801 得 74 原書誤得 64。

(16) 幾何習題應按同一系統排列，方便於引用本書習題次序分爲若干段，引用時，必須註明之第某頁某習題或第某節第某習題。或命題某第某習題，未免繁瑣，實不如習題之方便也。

敝社見於現在初中幾何教本實無善者，依改進之原則將本書略加修改，作爲初中師範教本，將無用之習題刪去，增加有趣之習題。

本書譯出多年，因有譯出者，故將其擱起，後閱其他譯本錯誤太多，（尤其定義上錯誤太多，如圓之定義等）遂將本書整理出版，但敝社同人惟恐尚有錯誤之處，務望宏達見而教之，下版時必當改正，並酌贈圖書若干，將大名列爲校者。

貢 獻 於 學 者

學者研究此書須遵行以下各條：

1. 備妥工具——鉛筆，紙張，直尺，圓規——以便應用。
2. 要有一定時間及位置來讀此書。
3. 自己演作，須循序細心作之。
4. 常常復習主要的部分，不可忘記。
5. 備一副本，將角的相等，線的平行，三角形的全同諸條件，逐一列出，並將公式分類記出。
6. 讀此書要專心分析去研究。

記 號

+	加	~	相似
-	減	∠	角
=	等於或等積	△	諸角
≅	全同	△	三角形
≠	不等	△	諸三角形
>	大於	□	平行四邊形
<	小於	□	諸平行四邊形
∴	所以	○	圓
⊥	垂直或垂直線	○	諸圓
⊥s	諸垂直線	⌒	弧
∥	平行或平行線	rt.	直
∥s	諸平行線	st.	平

平面幾何學

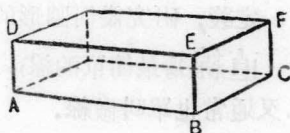
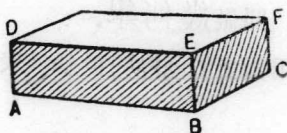
目 錄

引 子	1
第一編 直線和直線形	17
第二編 圓——作圖	102
第三編 比例。相似多邊形	153
第四編 多邊形的面積	205
第五編 正多邊形。圓的測量	234
附 錄	263

平面幾何學

引子 定義

1. 物理學上的體如木塊，鐵塊等，都佔有一定的空間，這一定的空間，就叫做幾何立體，或簡叫做體。



2. 定義。體居空間一有限部分，具有長，寬，高，三度。

3. 定義。面為體的界限，如圖 $ABED$ ，或 $BEFC$ ，僅有長和寬。

例如界面與空氣的中間的，就是沒有厚的一個面。

4. 定義。線為面的界限，如圖 AB ， AD ，只有長。

例如右邊的黑線 AB ，仍然



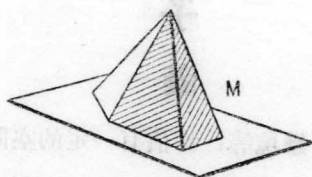
有寬，所以不能叫做幾何線。

僅於黑白兩色中間，才可代表真正幾何線。

5. 定義。點為線的界限，或線的極端，僅有位置，而無度可言。

這樣說來，面非體的部分，僅為體的界限而已，同樣，點，線也各各獨立在空間。

6. 定義。幾何形就是由點，線，面，體的一種或數種組合而成的圖形，如圖 M 或 N。



直線形就是以直線組成的圖形。

7. 定義。研究幾何圖形的科學，叫做幾何學。

8. 直線為最簡單的線，略可用緊張於兩點間的絲代表之；如圖 AB 。又通常也單叫做線。



直線雖是最簡單的線，且為幾何上的基礎之一，但要給以確當的定義，頗非容易。

9. 定義。無一處為直線的，叫做曲線；如 §3 的圖 CD 。

10. 定義。由幾條不同方向的直線連接而成的線，叫做折線。如 §8 的圖 EF 。

折線上沒有兩條隣接部分，可以重合在一條直線上。

11. 直線這個名詞，可用作表一無限長的直線，或直線的一部分。

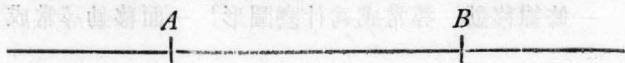
一有限長的直線，通常都叫做線段，它的兩端用記號表明之，如

圖 AB 。這線的長，也叫做 AB 兩點間的距離。



若線的兩端沒記號的，概為一無限長的直線。如圖 CD 。

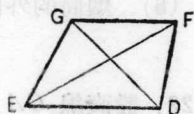
12. 直線 AB 的方向，就是從 A 到 B ; BA 的方向，就是從 B 到 A .



13. 引長直線 AB ，就是使他經過 B 點而引長；引長 BA ，就是使他經過 A 點而引長。

14. 定義。一直線連結一個面中的任意兩點，若這直線完全在這面上，這面就叫做平面。

15. 定義。一個幾何圖形，他的全部各點，都在同一平面上的，叫做平面形；
如 $EDFG$ 。



16. 定義。平面幾何學只研究平面形。

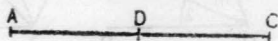
17. 定義。立體幾何學是研究不在同一平面上的圖形。又球面幾何學研究在一球面上的圖形。

18. 一個圖形能够放在另一個圖形的上面而各點互相密合的。這兩個圖形叫做重合。

19. 定義。能使他們重合的兩個圖形，叫做全同形。
全同的線，也叫等綫。同樣，全同的角，也叫做等角。(閱 205 頁)

20. 疊證法就是使兩個圖形重合而証明他們全同。

21. 平分一線，就是平分這線成為相等的兩部分。



那末，假如 $AD=DC$ ， AC 就是被平分。我們假定每一線段 (AC) 只有一個平分點，如 D 。

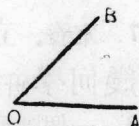
- (1) 點移動的跡是什麼？
- (2) 一條線移動，尋常成為什麼圖形？一面移動尋常成為什麼圖形？
- (3) 線移動了以後，其跡能否不成一面？
- (4) 石工怎樣用直尺，才能判定石面的平不平？
- (5) 室內的牆，可以代表那種面？
- (6) 烟筒的外面，是那種面？

角

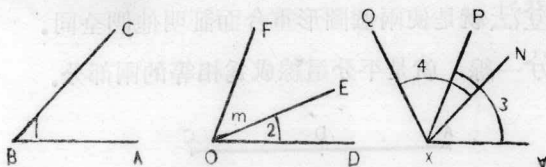
22. 設直線 OA 在一平面內繞點 O 而旋轉，其旋轉的量，叫做角 AOB 。而角的大小，顯然與旋轉線的長短無關。

線 OA 和 OB ，叫做角 AOB 的邊，點 O 叫做角 AOB 的頂。

角的構成，也可以用二射線或二半線由一點發出以說明之。



23. 記法。用三個文字記角時，角頂的文字，恆居他二文字的中間；如角 ABC 及角 EOF 。



如用角頂的文字記角時，即指最大的角而言，（數角會於這點時）
如 $\angle DOF$ 讀 $\angle O$ ； $\angle ABC$ 讀 $\angle B$ 。

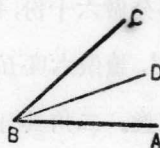
有時也可以拿一個數字，或一個小寫字母放在角的裏面來表示一個角，如角1，角2，角 m 。

角 FOD 是角2與角 m 的利。角2是角 FOD 與角 m 的差。

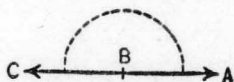
有時畫一條弧線，可以使所指的角格外的顯明。如角2，及角3。其所畫的弧須在指示角的數字的近旁。如角 MXP 可以讀“角3”。角 NXQ 可以讀“角4”。

24. 平分一個角，就是分這個角成為相等的兩個角，我們假定每個角只有一條平分線。

例如 BD 平分 $\angle ABC$ ，就是 $\angle ABD = \angle DBC$ 。 BD 叫做 $\angle B$ 的平分線。

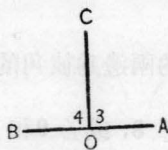


25. 定義。角的兩邊成一直線，他的兩邊反對伸長叫做平角，如 ABC 。

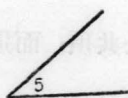


26. 定義。等於平角的一半的角，叫做直角。

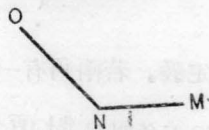
例如 OC 平分平角 AOB ，則 $\angle 3$ 與 $\angle 4$ 就叫做直角。



直角



銳角



鈍角

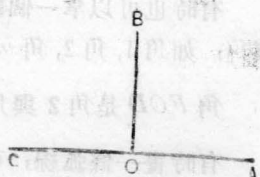
27. 定義。小於一直角的角，叫做銳角。如 $\angle 5$ 。

28. 定義。大於一直角而小於一平角的角，叫做鈍角；如 $\angle MNO$ 。

29. 定義。銳角和鈍角，統叫做斜角。

30. 定義。若二線相交，能構成直角，這二線叫做互相垂直。如 AC 和 BO 。

這交點(O)叫作垂足。

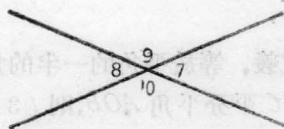
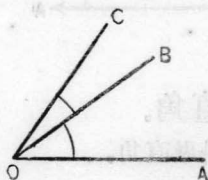


自線外一點至這線的距離，即是由這點到這線的垂線的長，如 BO 。

31. 量角的大小，就是求他包含某一個單位的多少倍，普通的單位是度(就是一直角的九十分之一)。一度等分做六十份，每份叫做分；一分等分做六十份，每份叫做秒；度，分，秒；常用記號來表示他。

如 $6^{\circ}50'12''$ ，讀做六度五十分十二秒。其他的單位還有直角和平角。

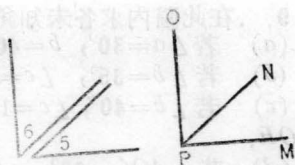
32. 定義。二角具有一個公共頂，並一公共邊居這二角的中間，叫做隣角。如 $\angle AOB$ 和 $\angle BOC$ 。



33. 定義。若兩角有一公共頂，而這角的兩邊為彼角的兩邊的引長線，則這兩角叫做對頂角。如 $\angle 7$ 和 $\angle 9$ ；或 $\angle 8$ 和 $\angle 10$ 。

34. 定義。把兩個角放在一起，使他們成隣角而相加。其不公共的二邊所成的角，叫做二角的和。

35. 定義。若兩個角的和等於一直角。這兩個角叫做互為餘角。



因此每一個角叫做他一個角的餘角。角5與角6,或角MPN與角NPO都是互為餘角。

36. 定義 若兩個角的和等於一平角(或兩直角),這兩個角叫做互為補角。



因此每一個角叫做他一個角的補角。角1與角2,角3與角4,都是互為補角。

習 題

1. 一個直角有若干度? 一個平角有若干度? 半個直角有若干度?
2. 三點鐘時,鐘面上兩針所成的角幾度? 六點鐘時幾度? 兩點鐘時幾度? 五點鐘時幾度?
3. 一點鐘時鐘面上兩針所成的角幾度? 兩點三十分時幾度? 五點三十分時幾度?
4. 當車輪的輻旋轉 $\frac{1}{2}$ 周的時候,其旋轉的角是若干度? 旋轉 $\frac{1}{4}$ 周時是若干度? 旋轉2周時是若干度?
5. 若一個餅從中心分做5等分,其每份的中心角是若干度? 分做六等分如何?
6. 若作二直線一向北一向東北,他們所成的角是若干度? 一向南而一向東南如何? 一向西北而一向南如何?
7. 若錶面的長針行10分鐘時,其所經的角是若干度? 行15分鐘時如何? 行30分鐘時如何? 行45分鐘時如何? 行一點鐘時如何?
8. 在第9題的圖中試用三個字母讀出: $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$, $\angle (a+b)$, $\angle (b+c+d)$.

9. 在此圖內求各未知角的數值:

- (a) 若 $\angle a = 30^\circ$, $\angle b = 40^\circ$, 求出 $\angle AOC$.
 (b) 若 $\angle b = 35^\circ$, $\angle c = 10^\circ$, 求出 $\angle BOD$.
 (c) 若 $\angle b = 40^\circ$, $\angle c = 10^\circ$, $\angle d = 50^\circ$, 求

$\angle BOE$.

- (d) 若 $\angle AOC = 60^\circ$, $\angle b = 40^\circ$, 求 $\angle a$.
 (e) 若 $\angle AOD = 90^\circ$, $\angle a = 35^\circ$, $\angle c = 10^\circ$,

求出 $\angle b$.

- (f) 若 $\angle AOE = 110^\circ$, $\angle a = 20^\circ$, 和 $\angle d = 30^\circ$,

求出 $\angle BOD$.

- (g) 若 $\angle AOC = 60^\circ$, $\angle a = \angle b$, 求 $\angle a$.
 (h) 若 $\angle AOD = 75^\circ$, $\angle a = \angle b = \angle c$, 求 $\angle c$.

10. 在前圖內何角是 $\angle BOC$ 的隣角? 何角是 $\angle COD$ 的隣角? 何角是 $\angle BOD$ 的隣角?

11. 在此圖內若 $\angle O = 90^\circ$.

- (a) 何角是 $\angle a$ 的餘角?
 (b) 何角是 $\angle AOC$ 的餘角?
 (c) 何角是 $\angle BOE$ 的餘角?
 (d) 若 $\angle d = 20^\circ$, 求 $\angle AOD$.
 (e) 若 $\angle b = 20^\circ$, $\angle COE = 55^\circ$, 求 $\angle a$.
 (f) 若 $\angle AOC = 55^\circ$, $\angle d = 15^\circ$, 求 $\angle c$.
 (g) 若 $\angle a = \angle b = \angle c = \angle d$, 求 $\angle a$.

12. 30° 的餘角是若干度? 35° 的餘角是若干度? $\frac{3}{4}$ 直角的餘角是若干度? n° 的餘角是若干度? $\frac{1}{n}$ 直角的餘角是若干度? $(10+x)^\circ$ 的餘角是若干度?

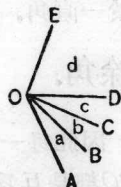
13. 一個角是他的餘角的 2 倍, 問這個角是若干度?

14. 如附圖, 若 FBA 是一直線.

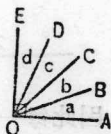
- (a) 何角是 $\angle p$ 的補角?
 (b) 何角是 $\angle DBF$ 的補角?
 (c) 何角是 $\angle ABE$ 的補角?
 (d) 若 $\angle p = 40^\circ$, 求 $\angle ABE$.
 (e) 若 $\angle m = 80^\circ$, $\angle p = 35^\circ$, 求 $\angle CBE$.
 (f) 若 $\angle DBF = 100^\circ$, $\angle m = \angle n$, 求 $\angle m$.
 (g) 若 $\angle p = 30^\circ$, $\angle m = \angle n = \angle c$, 求 $\angle c$.
 * (h) 若 $\angle FBC = 140^\circ$, $\angle ABD = 80^\circ$, 求 $\angle n$.
 * (i) 若 $\angle ABD = 80^\circ$, $\angle n = 35^\circ$, $\angle CBE = 85^\circ$, 求 $\angle p$.

15. 20° 的補角是若干度? 140° 的補角是若干度? 一平角的 $\frac{3}{4}$ 的補角是若干度? n° 的補角是若干度? $(50-3x)^\circ$ 的補角是若干度?

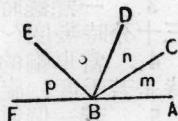
* 習題標以 (*) 的是難題。



習題 9



習題 11



習題 14