

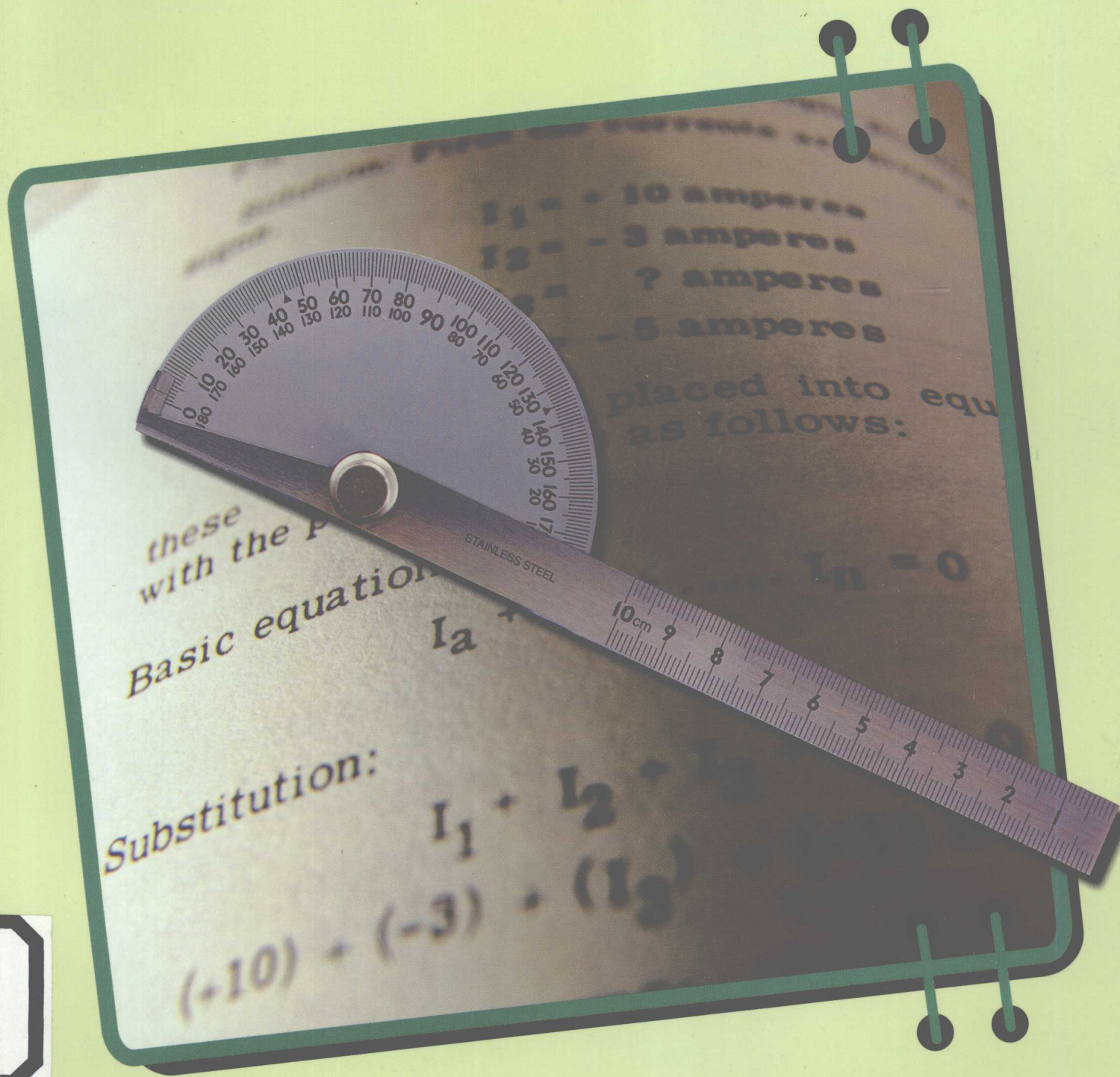


复旦卓越·全国学前教育专业系列

数学

(二)

总主编 孔宝刚
执行主编 樊亚东



962



复旦大学出版社

www.fudanpress.com.cn

卓越·全国学前教育专业系列

数 学

(二)

总 主 编 孙宝刚

执 行 主 编 樊亚东

本 册 主 编 孔宝刚

本册编写人员 (按姓氏笔画排列)

孔宝刚	汤小如	许文龙	何小敏	吴国胜
张芝芳	张德智	杨玉霞	周 云	周国祥
秦学成	董建德	鲍文澎	樊亚东	

图书在版编目(CIP)数据

数学(二)/孔宝刚主编. —上海:复旦大学出版社,2007.5
(复旦卓越·全国学前教育专业系列)
ISBN 978-7-309-05491-0

I. 数… II. 孔… III. 数学-幼儿师范学校-教材 IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 055809 号

数学(二)

孔宝刚 主编

出版发行 复旦大学出版社 上海市国权路 579 号 邮编 200433
86-21-65642857(门市零售)
86-21-65118853(团体订购) 86-21-65109143(外埠邮购)
fupnet@fudanpress.com http://www.fudanpress.com

责任编辑 黄 乐
装帧设计 冯小莉
总 编 辑 高若海
出 品 人 贺圣遂

印 刷 上海肖华印务有限公司
开 本 890 × 1240 1/16
印 张 14
字 数 414 千
版 次 2007 年 5 月第一版第一次印刷
印 数 1—5 100

书 号 ISBN 978-7-309-05491-0/O · 396
定 价 25.00 元

如有印装质量问题,请向复旦大学出版社发行部调换。
版权所有 侵权必究

内 容 提 要

本册书是高等幼儿师范学校学前教育专业数学课程教材的第二册（全书共三册）。内容包括平面向量、常用逻辑用语、直线与方程、圆锥曲线、直线与平面、多面体和旋转体等。通过本册书的学习，感受并体会几何的数学思想和方法以及几何与代数相互转化的过程，进一步发展空间想象能力和逻辑思维能力。

本书适合作为各类高等幼师、师范院校学前教育系的数学文化基础课教材。

丛书编审委员会

主 任 孟献忠

副主任 张昭济 陈志超 张永彬

委 员(按姓氏笔画排列)

王向东	王建平	王素珍	王莉娅	孔宝刚
由显斌	刘仁生	麦少美	杨丽华	张兰英
张加蓉	张宝臣	张祥华	陈代伟	陈雅芳
罗 峰	周玉衡	周 兢	姜亚林	洪 维
贺永琴	秦明华	秦金亮	贾任兰	夏 力
高云庆	郭亦勤	唐国光	黄景玉	薛宝林

总 序

1903 年是中国人独立设置幼稚园的开端,为促进幼儿教育的发展,幼儿师范教育也走上中国教育的大舞台。幼儿师范教育诞生初期,师资、课程、教材均借鉴于国外,但前辈幼师人从未停止过中国化、科学化幼师教育的探索,他们的不懈努力成为我们今天最宝贵的精神财富。

新中国成立以后,幼儿师范教育获得了新生,一批独立设置的幼儿师范学校逐步成为培养幼儿教师的基地,特别是《幼儿师范学校教学计划》的颁布,使新生的幼师教育在课程和教材领域开始走向规范化。经历了“文化大革命”大风暴之后,幼儿师范教育再次焕发青春。20 世纪 80 年代中期,国家教委审定并出版了全国幼儿师范学校通用教材和培训教材,为恢复和发展幼儿师范教育,规范幼教师资培养、培训规格和标准,起到了重要的指导作用。

进入新世纪以来,学前教育越来越受到全社会的重视,幼教师资学历层次上移成为大趋势,幼儿师范教育也基本完成从三级师范向二级师范的过渡,大部分三年制幼儿师范学校或改为五年制,或并入高师设置学前教育系,原有的教材体系已不能适应办学要求,适应专科层次幼儿师范教育新发展的教材体系成为“空白点”。正是由于新教材的空缺,使得相当一部分学校只能沿用旧教材,或选择高师本科教材,甚至采用小学教育专业或高中教材,而这显然不符合幼儿师范教育发展的自身规律和培养目标。教材问题成为制约幼儿师范教育培养目标实现的一个“瓶颈”。

教材是实施课程标准的基本工具。在基础教育课程改革的大背景下,我们对于教材功能的认识已发生深刻变革,教材不是“规范”和“控制”教学的工具,“为教学服务”是对其根本功能的重新定位。教材既承载知识和技能,更渗透思维方法的给予、认知结构的优化、实践能力的形成和创新精神的培养。在幼儿师范教育实现大专化的进程中,适时编写出版一套代表学前教育发展方向,体现幼教新理念、新思维和反映课程改革新成果的幼师系列教材,无疑将会为新时代的幼儿师范教育注入新的活力。

2003 年,正值中国幼儿教育百年庆典,一批长期工作在第一线的幼儿师范教育工作者,共聚上海,商讨教材建设问题,并达成编写五年制幼师新教材的意向。2004 年,这一意向受到复旦大学出版社有关领导和专家的重视,并得到国家教育部师范司有关领导的大力支持,来自全国近三十所高师学前教育系、幼儿师范学校的专家、学者和教师,再一次聚会上海,在研讨课程标准的基础上,正式确定了新教材的编写工作。

2005 年夏,第一批教材正式出版发行。我们希望这一套教材的出版,能成为新世纪为探索幼儿师范教育中国化、科学化,并逐步与国际接轨的一次有益尝试。课程改革,教材先行,希望能够有更多的人参与和重视幼儿师范教育,有更多的新教材问世,使我们的教材体系呈现多样化的特点,为幼师教育改革与发展,为中国幼教事业走向辉煌增色添彩。

“全国学前教育专业系列教材”编审委员会

2005 年 6 月

前 言

随着我国幼儿师范教育体制改革的不断深入,我国大部分中等幼儿师范学校已升格为专科学校,编写一套具有时代特征并且针对性较强的学前教育数学教材,就显得十分迫切和必要,因此我们组织编写了这一套学前教育数学教材.

本教材共分三册,每学年一册.教材的内容汲取国内外先进的数学教育思想、教育观念和教育方法,融合国家教育部《普通高中数学课程标准(实验)》的精神,贴近学前教育专业的目标与要求,体现学前教育专业数学课程的基本理念,突出数学基础知识和技能的系统性、科学性、示范性和实用性,旨在帮助学生认识数学的科学价值、文化价值和应用价值,并获得适应现代生活、胜任幼儿教育和未来发展所需要的数学素养.

教材具有以下几个主要特点:

1. 注重内容的基础性和系统性.教材在内容安排上突出知识 and 技能的基础性,在数学理论、方法、思想上体现了与时俱进的“双基”内涵,改变了“繁、难、偏、旧”状态,增加了符合时代要求的新的基础知识和基本技能.教材按知识发展、问题背景、思想方法、数学理论、简单应用等主要环节逐步展开,通过问题将知识贯通.

2. 注重理论与实践相结合.教材充分关注数学与自然、生活、科技、文化等多门学科的联系,力图使学生在丰富的、现实的、与他们经验密切联系背景中,感受数学思想、建立数学模型、运用数学方法;在知识的发展与运用过程中,培养学生的思维能力、创新意识和应用意识,让学生感受到数学与外部世界是息息相关、紧密相连的.

3. 突出选择性和针对性.教材在内容安排上分必学内容和选择性内容两部分(章节前面有*为选择性内容),充分考虑不同地区、不同学生的需求,为学生的不同发展提供了一定的选择空间,也为教师的教学留有一定的余地.另外,针对培养的学生是未来从事幼儿教育的实际,在每章内容安排上都有针对性地插入适量的“习题课”,以进行知识巩固练习和技能练习,提高学生的基本技能.

4. 教材编写结构新颖.全书主要按“问题背景→意义建构→思想方法→数学理论→实际应用→小结回顾”的呈现方式进行组织和编写,内容通俗易懂,特别重视知识与方法的发生过程,选题的起点虽低,但注重本质且形式多样,易于教,也易于学.

本教材在编写过程中,经过了专家的反复论证和编写人员的多次修改,并得到了参编学校领导的大力支持及有关专家的帮助,在此表示感谢.由于时间有限,难免有错误和不当之处,敬请各位专家、同行给予指正.

编 者

2006 年 7 月

目 录

第一章

平面向量 / 1

- 1.1 向量 / 2
- 1.2 向量的线性运算 / 4
 - 1.2.1 向量的加法与减法 / 4
 - 1.2.2 向量的数乘 / 9
- 1.3 平面向量的应用 / 11
- 1.4 习题课 / 13
- 小结 / 16

第二章

常用逻辑语言 / 19

- 2.1 命题及其关系 / 20
- 2.2 充要条件 / 23
- 2.3 简单的逻辑联结词 / 26
- 2.4 习题课 / 29
- 小结 / 31

第三章

直线和平面 / 33

- 3.1 平面及其性质 / 34
 - 3.1.1 平面 / 34
 - 3.1.2 平面的基本性质 / 35
 - 3.1.3 立体图形直观图的画法 / 36
- 3.2 空间两条直线的位置关系 / 39
 - 3.2.1 平行直线 / 39
 - 3.2.2 异面直线 / 41
- 3.3 习题课 1 / 44
- 3.4 直线和平面的位置关系 / 46
 - 3.4.1 直线和平面平行 / 47
 - 3.4.2 直线和平面垂直 / 49
 - 3.4.3 斜线在平面上的射影, 直线和平面所成的角 / 51
- 3.5 习题课 2 / 53
- 3.6 平面与平面的位置关系 / 55

3.6.1	平面与平面平行 / 55
3.6.2	平面与平面垂直 / 57
3.7	习题课 3 / 61
	小结 / 63

第四

多面体与旋转体 / 67

4.1	多面体 / 68
4.1.1	棱柱 / 68
4.1.2	棱锥 / 70
* 4.1.3	棱柱、棱锥的表面展开及体积 / 73
* 4.1.4	棱台 / 76
4.1.5	多面体与正多面体 / 78
4.2	习题课 1 / 80
4.3	旋转体 / 82
4.3.1	圆柱 / 82
4.3.2	圆锥 / 84
* 4.3.3	圆柱、圆锥的表面展开及体积 / 85
* 4.3.4	圆台 / 88
4.3.5	球 / 91
4.4	习题课 2 / 95
4.5	习题课 3 / 98
	小结 / 101

第五

直线和方程 / 105

5.1	直线的倾斜角和斜率 / 106
5.1.1	倾斜角与斜率 / 106
5.1.2	两条直线的平行与垂直 / 109
5.2	习题课 1 / 112
5.3	直线的方程 / 115
5.3.1	直线的点斜式方程 / 115
5.3.2	直线的两点式方程 / 117
5.3.3	直线的一般式方程 / 119
5.4	习题课 2 / 122
5.5	直线的交点 / 126
5.5.1	两条直线的交点 / 126
5.5.2	两点间的距离 / 128
5.5.3	点到直线的距离 / 130

5.5.4	两条平行线间的距离 / 131
5.6	习题课 3 / 133
* 5.7	简单的线性规划 / 136
	小结 / 140

第八章

圆锥曲线 / 143

* 6.1	曲线与方程 / 144
6.1.1	曲线与方程 / 144
6.1.2	求曲线的方程 / 145
6.1.3	曲线的交点 / 147
6.2	圆与方程 / 148
6.2.1	圆的方程 / 148
6.2.2	直线与圆的位置关系 / 151
* 6.2.3	圆与圆的位置关系 / 153
6.3	习题课 1 / 156
6.4	椭圆 / 159
6.4.1	椭圆的定义及标准方程 / 159
6.4.2	椭圆的简单几何性质 / 162
6.5	习题课 2 / 165
* 6.6	双曲线 / 168
6.6.1	双曲线的定义及标准方程 / 168
6.6.2	双曲线的简单几何性质 / 170
6.7	习题课 3 / 173
6.8	抛物线 / 175
6.8.1	抛物线的定义及标准方程 / 175
6.8.2	抛物线的简单几何性质 / 178
6.9	习题课 4 / 180
* 6.10	圆锥曲线及其光学性质 / 183
	小结 / 186

第七章

推理与证明 / 189

7.1	合情推理与演绎推理 / 190
7.1.1	合情推理 / 190
7.1.2	演绎推理 / 193
7.2	直接证明与间接证明 / 197
7.2.1	直接证明 / 197
7.2.2	间接证明 / 201
	小结 / 203

附 录

阅读材料 1 / 206

阅读材料 2 / 207

阅读材料 3 / 208

本书常用符号

/ 210

第一章 平面向量

- 1.1 向量
- 1.2 向量的线性运算
- 1.3 平面向量的应用
- 1.4 习题课
- 小结

在现实生活中，我们会遇到很多量，其中一些取定单位后，只用一个实数就可以表示出来，如长度、质量、时间、面积、温度等。还有一些量，如飞机从A地向西北方向飞行100 km到达B地。如果仅指出飞行了100 km而不指明“向西北飞行”，那么飞机就不一定到达B地了。这就是说，飞机飞行的位移是一个既有大小又有方向的量，这就是我们将来研究的向量。这一章我们学习向量的概念、运算及向量的简单应用。

1.1 向 量



问题

在拔河比赛中,小王用 200 N 的力向左拉绳,小李用 200 N 的力向右拉绳,两人的力相同吗?

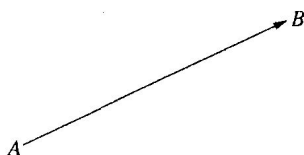


图 1-1-1

注:印刷体用黑体 a 、 b ,书写体用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$.

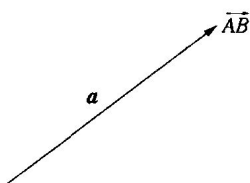


图 1-1-2

现实生活中,我们把只有大小的量叫做**数量**(物理上称为标量),如长度、面积、时间等;把既有大小又有方向的量叫做**向量**(物理上称为矢量),如力、速度、位移等.向量通常用一条有方向的线段(即有向线段)来表示,在有向线段的终点处画上箭头表示它的方向,以 A 为起点、 B 为终点的向量记作 $\overrightarrow{AB}$,如图 1-1-1 所示.

用有向线段来表示向量时,有向线段的长度表示向量的大小,有向线段的方向表示向量的方向,有向线段的起点和终点分别表示向量的起点和终点.向量也可以用字母 a 、 b 、 c 等来表示,如图 1-1-2 所示.

向量 $\overrightarrow{AB}$ 的大小也就是向量 $\overrightarrow{AB}$ 的**长度**(或称**模**)记作 $|\overrightarrow{AB}|$.长度等于 0 的向量叫做**零向量**,记作 0 .零向量的方向是任意的.长度(模)等于 1 的向量叫做**单位向量**.显然,向量的模是一个非负数.

方向相同或相反的非零向量叫做**平行向量**.图 1-1-3 中的 a 、 b 、 c 就是一组平行向量.向量 a 、 b 平行,记作 $a \parallel b$;同理,图 1-1-3 中 $a \parallel b \parallel c$.我们规定:零向量与任一向量平行.

长度相等且方向相同的向量叫做**相等向量**.向量 a 与 b 相等,记作 $a = b$.零向量与零向量相等.任意两个相等的非零向量都可用同一条有向线段来表示,并且与有向线段的起点无关,或者说向量可以任意平移.

如图 1-1-3,任作一条与 a 所在直线平行的直线 l ,在 l 上任取一点 O ,则可在 l 上分别作出 $\overrightarrow{OA} = a$, $\overrightarrow{OB} = b$, $\overrightarrow{OC} = c$.这就是说,任一组平行向量都可平移到同一直线上.因此,平行向量也叫**共线向量**.

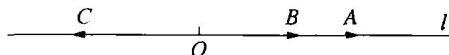
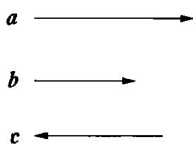


图 1-1-3

**例 1**

如图 1-1-4, 设 O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心, 分别写出图中与向量 $\vec{OA}$ 、 $\vec{OB}$ 、 $\vec{OC}$ 相等的向量.

解: $\vec{OA} = \vec{CB} = \vec{DO}$,

$\vec{OB} = \vec{DC} = \vec{EO}$,

$\vec{OC} = \vec{AB} = \vec{FO}$.

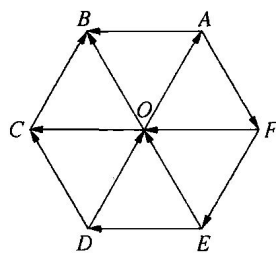


图 1-1-4

**思考**

$\mathbf{0}$ 与 $\mathbf{0}$ 相等吗? $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{a}$ 相等吗?

**练习****一、选择题**

- 下列各量中不是向量的是().
A. 浮力 B. 风速 C. 位移 D. 密度
- 下列命题中真命题的个数是().
(1) 单位向量都相等;
(2) 单位向量都共线;
(3) 共线的单位向量必相等.
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 下列说法正确的是().
A. 若 $|\mathbf{a}| = 0$, 则 $\mathbf{a} = \mathbf{0}$
B. 若 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$, 则 $\mathbf{a} = \mathbf{b}$
C. 若 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 是平行向量
D. 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a} = \mathbf{b}$

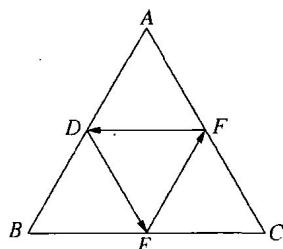


图 1-1-5

二、解答题

- 如图 1-1-5, D 、 E 、 F 分别表示 $\triangle ABC$ 各边的中点, 写出图中与 $\vec{DE}$ 、 $\vec{EF}$ 、 $\vec{FD}$ 相等的向量.
- 画出有向线段, 分别表示一个方向向上、大小为 18 N 的力和一个方向向下、大小为 28 N 的力(用 1 cm 的长度表示 10 N).
- 指出图 1-1-6 中各向量的长度.
- 一辆汽车从 A 点出发向西行驶了 100 km 到达 B 点, 然后再向北行驶了 200 km 到达 C 点.
(1) 作出向量 $\vec{AB}$ 、 $\vec{BC}$ 、 $\vec{AC}$;
(2) 求 $|\vec{AC}|$.

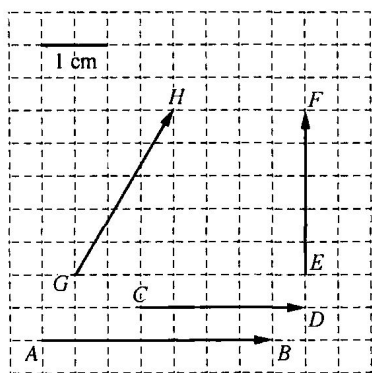


图 1-1-6

1.2 向量的线性运算

1.2.1 向量的加法与减法



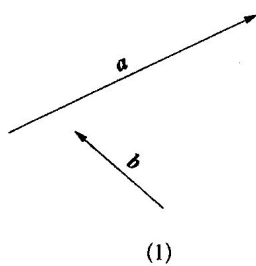
(1) 我们知道,两个实数可以进行加减运算得到新的实数,且满足交换律与结合律.那么,两个向量可以进行加减运算吗?

(2) 小明向东走 10 m,再向北走了 10 m,他一共走了多少米? 离开起点的位移是多少米? 方向是什么方向?

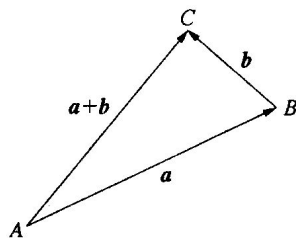
如图 1-2-1(1),已知向量 a 、 b . 在平面内任取一点 A ,作 $\overrightarrow{AB} = a$, $\overrightarrow{BC} = b$, 则向量 $\overrightarrow{AC}$ 叫做 a 与 b 的和,记作 $a+b$, 即

$$a+b = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$

求两个向量和的运算,叫做向量的加法. 这种根据定义求向量的和的方法叫做向量加法的三角形法则(即首尾相连法),如图 1-2-1(2)及图 1-2-2所示.

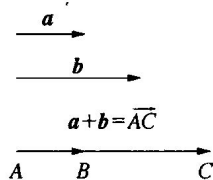


(1)

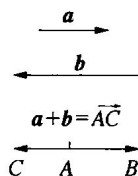


(2)

图 1-2-1



(1)



(2)

图 1-2-2

对于零向量与任一向量 a , 有

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

向量的加法满足交换律与结合律, 即

$$a + b = b + a,$$

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

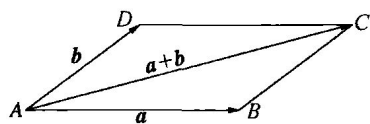


图 1-2-3

事实上, 如图 1-2-3, 作 $\square ABCD$, $\overrightarrow{AB} = a$, $\overrightarrow{AD} = b$, 则 $\overrightarrow{BC} = b$, $\overrightarrow{DC} = a$.

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = a + b,$$

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = b + a,$$

$$\therefore a + b = b + a.$$

由图 1-2-3 可知, 以同一点 A 为起点的两个已知向量 a 、 b 为邻边作 $\square ABCD$, 则以 A 为起点的对角线 $\overrightarrow{AC}$ 就是 a 与 b 的和, 我们把这种求两个向量和的方法叫做向量加法的平行四边形法则.

对于结合律, 请同学们自己验证.

由于向量的加法满足交换律与结合律, 因此, 多个向量的加法运算就可按照任意的次序与任意的组合来进行.

$$\text{例如, } (a + b) + (c + d) = (b + d) + (a + c),$$

$$a + b + c + d + e = [d + (a + c)] + (b + e).$$



例 1

如图 1-2-4, 一艘船从 A 点出发以 $2\sqrt{3}$ km/h 的速度向垂直于对岸的方向行驶, 同时河水的流速为 2 km/h, 求船实际航行的速度的大小与方向 (用与流速间的夹角表示).

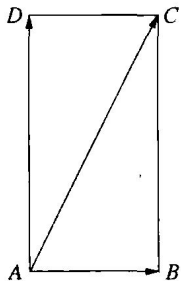


图 1-2-4

解: 设 $\overrightarrow{AD}$ 表示船垂直于对岸行驶的速度, $\overrightarrow{AB}$ 表示水流的速度, 以 AD 、 BC 为邻边作 $\square ABCD$, 则 $\overrightarrow{AC}$ 就是船实际航行的速度.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $|\overrightarrow{AB}| = 2$, $|\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{3}$.

$$\therefore |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4,$$

$$\therefore \tan \angle CAB = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle CAB = 60^\circ.$$

答: 船实际航行的速度大小为 4 km/h, 方向与水流速度间的夹角为 60° .



思考

对于给定的三个向量 a 、 b 、 c , 怎样作出 $a + b + c$?



练习

一、填空题

1. $\overrightarrow{AC} = \underline{\hspace{2cm}} + \overrightarrow{BC}$.

2. 如图 1-2-5, $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AF} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设 $|a| = 8$, $|b| = 12$, 则 $|a + b|$ 的最大

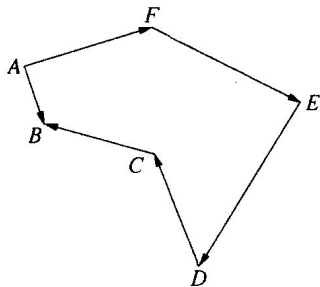


图 1-2-5

值和最小值分别是_____、_____.

二、选择题

1. 下列等式不正确的是().

A. $a + 0 = a$

B. $b + a = a + b$

C. $|a + b| = |a| + |b|$

D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$

2. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1, $\overrightarrow{AB} = a$, $\overrightarrow{BC} = b$, 则 $|a + b|$ 等于().

A. 0

B. 2

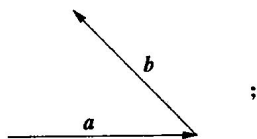
C. $\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{2}$

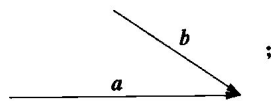
三、作图题

1. 如图 1-2-6, 已知 a 、 b , 用向量加法的三角形法则作出 $a + b$.

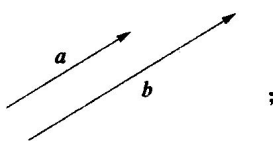
(1)



(2)



(3)



(4)

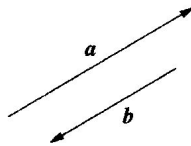
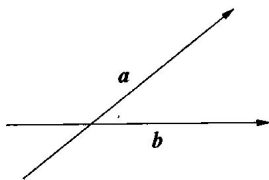
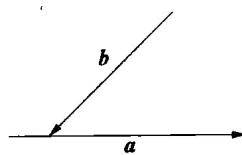


图 1-2-6

2. 如图 1-2-7, 已知 a 、 b , 用向量加法的平行四边形法则作出 $a + b$.



(1)



(2)

图 1-2-7

与 a 长度相等方向相反的向量, 叫做 a 的相反向量, 记作 $-a$, a 与 $-a$ 互为相反向量. 并且规定: 零向量的相反向量仍是零向量. 于是

$$-(-a) = a,$$

任一向量与它的相反向量的和是零向量, 即

$$a + (-a) = (-a) + a = 0.$$

所以, 如果 a 、 b 互为相反向量, 则

$$a = -b, b = -a, a + b = 0.$$

向量 a 加上 b 的相反向量, 叫做 a 与 b 的差, 即

$$a - b = a + (-b).$$