初中数学教学与测试

徐平五　孙国和
王宝菇　颜庆保　主编

上海科学普及出版社

初中数学教学与测试

徐平五　孙国和
王宝茹　颜庆保　主编

上海科学普及出版社

责任编辑　钟海谷

初中数学教学与测试

徐平五　孙国和
主编
王宝茹　颜庆保

上海科学普及出版社出版

（上海曹杨路500号　邮政编码200063）

新华书店上海发行所发行　江苏太仓印刷厂印刷

开本787×1092　1/32　印张8　字数178000

1991年9月第1版　1991年9月第1次印刷

印数　1—6000

ISBN 7-5427-0434-6/G·102　定价：2.65 元

前　　言

本书将教学大纲中规定的初中数学内容和方法加以精选、归纳，期望在较短时间内再现，使学生进一步牢固掌握双基、加强对数学概念的理解、提高解题能力。全书分七章按课时编写：第一章，数与式；第二章，方程与不等式；第三章，函数；第四章，解三角形；第五章，直线形；第六章，相似形；第七章，圆。每章每课时均有要点说明，每课时分基础知识训练，例题选讲，测试题三大部份；各部份选题充分注意基础性和典型性，难易适度，既体观双基训练，又突出数学思想方法的教学；为适应学生毕业和升学考试的实际情况，测试题分A、B两类。

参加本书编审的还有黄秀珠、谈国大、胡　伟、陈学礼、季林森、徐立群、王清华、何　辉、陈光华，戴建生、脱新祥、董　浩、袁芝英、马元鹿、张黔生、藏文虎、齐修贤、时大同、韦　超、单国令、李友良、刘继才、李式荣、熊瑞祥、田祥瑞、邓正中、陆　梅、赵　千等。

苏州大学《中学数学》编辑部对本书的出版给予极大支持，在此表示由衷的感谢。

编　者

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　数　与　式

本章主要内容是实数、整式、分式、根式和指数。要求学生能正确地理解实数、代数式和指数的有关概念、性质、法则，熟练地进行四则运算.本章难点是根式的概念和性质，重点是实数、代数式的运算。因式分解也是一种重要的恒等变形的手段。本章内容是今后学习解方程、解不等式、解三角形等函数关系变换内容的基础.必须认真学习，牢固掌握。

一、实数的概念

本节主要研究有理数和实数的概念，使学生明确数的分类和比较大小，并正确理解相反数、倒数和绝对值等概念。

【基础知识训练】

1.　是非题：

（1）数轴上的任何一点都表示一个实数。　　　　（　　）

（2）任何实数 a 的倒数是$\frac{1}{a}$.　　　　（　　）

（3）两个互为相反数的商是－1。　　　　（　　）

（4）两个不等于零的数的和一定不等于零。　　　　（　　）

（5）任何实数的绝对值都是正数。　　　　（　　）

（6）任何实数的平方都不会是负数。　　　　（　　）

（7）在数轴上表示的两个实数，距原点远的数比距原点近的数大。　　　　（　　）

2. 填空题：

(1) 最小的正整数是______，最大的负整数是______，最小的非负整数是______。

(2) 绝对值等于 4 的数是______。

(3) 平方得9的数是______。

(4) ______数的平方等于它的相反数。

(5) 绝对值小于 4 的整数有______个。

(6) 一个数的倒数等于它的本身，则此数是______。

(7) 一个数的绝对值等于它本身，则此数是______。

【例题选讲】

例 1　把下列各数填在相应的大括号内：

0.3，$-\frac{1}{3}$，$\left|-\frac{\pi}{4}\right|$，$0$，$-3.14$，$-\sqrt{121}$，$\sqrt[3]{-0.01}$，$\sin 45°$，$\operatorname{tg}^2 120°$，$\sqrt{\frac{1}{2}}$，$(1991)°$，$9.1\dot{9}\dot{2}$，$1010010001\cdots$

整数集合：{　　　，…}；负数集合：{　　　，…}；有理数集合：{　　，　　…}；无理数集合：{　　　，…}。

解：　整数集合：$\{0, -\sqrt{121}, \operatorname{tg}^2 120°, (1991)°, \cdots\}$；负数集合：$\{-\frac{1}{3}, -3.14, -\sqrt{121}, \sqrt[3]{-0.01}, \cdots\}$；有理数集合：$\{0.3, -\frac{1}{3}, 0, -3.14, -\sqrt{121}, \operatorname{tg}^2 120°, (1991)°, 9.1\dot{9}\dot{2}, \cdots\}$；无理数集合：$\left\{\left|\frac{-\pi}{4}\right|, \sqrt[3]{-0.01}, \sin 45°, \sqrt{\frac{1}{2}}, 1010010001\cdots, \cdots\right\}$。

说明：　在判定数的属性时，要注意从它的计算结果来判断。

例 2　比较下列各题中两个数的大小：

(1) π和$\frac{22}{7}$； (2) $-\frac{5}{7}$和-0.7； (3) $-\sqrt{6}$和$\sqrt[3]{-15}$。

解： (1) $\because \pi\approx3.14159$，$\frac{22}{7}\approx3.1428$，$\therefore \pi<\frac{22}{7}$；(2) $\because -\frac{5}{7}=-\frac{50}{70}$，$-0.7=-\frac{49}{70}$，而$\frac{50}{70}>\frac{49}{70}$，$\therefore -\frac{5}{7}<-0.7$；(3) $\because -\sqrt{6}=-\sqrt[6]{6^3}=-\sqrt[6]{216}$，$\sqrt[3]{-15}=-\sqrt[6]{15^2}=-\sqrt[6]{225}$，而$\sqrt[6]{216}<\sqrt[6]{225}$，$\therefore -\sqrt{6}>\sqrt[3]{-15}$。

说明： 比较两个实数的大小时要特别注意“两个负数中绝对值大的反而小”。

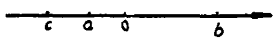
例 3 写出下列各数的相反数、倒数和绝对值：

(1) $-\frac{1}{3}$；(2) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$；(3) $a(a<0)$。

解： (1) $-\frac{1}{3}$的相反数是$\frac{1}{3}$，$-\frac{1}{3}$的倒数是-3，$-\frac{1}{3}$的绝对值是$\frac{1}{3}$；(2) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$的相反数是$\sqrt{3}-\sqrt{2}$，$\sqrt{2}-\sqrt{3}$的倒数是$-(\sqrt{2}+\sqrt{3})$，$\sqrt{2}-\sqrt{3}$的绝对值是$\sqrt{3}-\sqrt{2}$；(3) a的相反数是$-a$，$\because a<0$，$\therefore a$的倒数是$\frac{1}{a}$，a的绝对值是$-a$。

说明： 复习实数的相反数、倒数、绝对值的有关概念。

例 4 若a、b、c三个数在数轴上所表示的点的位置如图示，则abc______0，$c-b$______0，
$|c-a|+|b-c|-|a-b|$等于______。



解： (1) $\because a<0$，$b>0$，$c<0$，$\therefore abc>0$；

(2) $\because c<0$，$b>0$ $\therefore c-b<0$；

(3) $\because c-a<0$，$b-c>0$，$a-b<0$

$\therefore |c-a|+|b-c|-|a-b|=(a-c)+(b-c)+(a-b)=2a-2c$

例 5 如果$3+\sqrt{2}$的整数部分用a表示，小数部分用b表示，$3-\sqrt{2}$的整数部分用c表示，小数部分用d表示，试求$\frac{a-c}{b+d}$的值。

解： 由$3+\sqrt{2}=4+(\sqrt{2}-1)$得$a=4$，$b=\sqrt{2}-1$，

又由$3-\sqrt{2}=1+(2-\sqrt{2})$得$c=1$，$d=2-\sqrt{2}$

所以$\frac{a-c}{b+d}=\frac{4-1}{(\sqrt{2}-1)+(2-\sqrt{2})}=3$。

【测试题A】

1. 填空题：

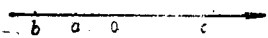
(1) 在①-5和$-\frac{1}{5}$，②-5和5，③$-\frac{2}{3}$和$-1\frac{1}{2}$，④$-1\frac{1}{2}$和$1\frac{1}{2}$，⑤-1和$1$⑥-1和$-1$⑦$0$和0各对数中，其中互为相反数的是______，互为倒数的是______。

(2) $|\sqrt{2}-\sqrt{3}|$的相反数是______，$|\sqrt{2}-\sqrt{3}|$的倒数是______。

(3) 若$|a|=2$，则$a^2=$______，$a^3=$______。

(4) 已知a、b两数在数轴上的位置如图所示：

则$|a-b|=$______，$|b-c|=$______。



2. 比较下列各组数的大小：

(1) $-\frac{3}{4}$和$-\frac{5}{7}$；(2) $\sqrt{3}$和$\frac{5}{3}$；(3) $\sqrt[6]{7}$和$\sqrt[4]{4}$。

3. 若$\frac{1}{\sqrt{2}-1}$的整数部分用m表示，小数部分用n表

示，试求(1) $m+n$、(2) $m-n$ 的值。

【测试题B】

1. 填空题：

(1) 实数a和它的相反数的差等于______。

(2) 在数轴上点A所对应的数是$-3\frac{1}{2}$，那么与点A的距离等于4个单位长度的点所表示的数是______。

(3) 若$a<b<0$，则$\frac{1}{a}$______$\frac{1}{b}$，$-a$______$-b$。

(4) 若$a+b=0$，则a与b是______，若$ab=1$，则a与b是______。

2. 选择题：

(1) 当$0<x<1$时，x^2、x、$\frac{1}{x}$之间的大小关系是 (　　)

(A) $x<x^2<\frac{1}{x}$；　(B) $\frac{1}{x}<x<x^2$；

(C) $x^2<x<\frac{1}{x}$；　(D) $x<\frac{1}{x}<x^2$。

(2) 若等式$(a+1)^2+\sqrt{a+b}+|b+c-a|=0$成立，则$a$、$b$、$c$的值分别为 (　　)

(A) -1，1，-2；　(B) -1，-1，1；

(C) -1，1，2；　(D) 1，-1，-2。

(3) 如图是一条漏画了原点和单位的数轴，下面说法中正确的是 (　　)

(A) B表示的数的绝对值比4大；

(B) A表示的数的绝对值比4小；

（C） A和B表示的数的和大于零；

（D） 以上说法都不对。

二、实数的运算

本节要求学生能灵活地运用实数的运算法则、运算律和运算顺序来进行计算，并能掌握简便的解题方法和技巧。

【基础知识训练】

1．计算：$(-3)^2=$______，$-3^2=$______，$(-1)^{2n}=$______，$(-1)^{2\ +1}=$______（n为正整数）。

2．化简：$|\sqrt{6}-3|=$____，$|-a|=$____（$a>0$），$|2-\sqrt{3}|-|\sqrt{3}-2|=$______。

3．计算：

（1） $(+17)+(-32)-(-23)$；

（2） $-2^3\div\left(-2\frac{1}{4}\times\right)\left(-\frac{2}{3}\right)^2$；

（3） $\left(1\frac{2}{3}\right)^3+(5-9)^2-\left|-18\frac{17}{27}+8\right|$；

（4） $41+42+43+\cdots+58+59$。

【例题选讲】

例1　计算：（1） $\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{8\times 9}+\frac{1}{9\times 10}$；

（2） $1.1\times 0.9\div|-0.1^2|-4^{51}\times 0.5^{99}-9.5^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left[\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}(3+2\sqrt{2})\right]^{1991}$。

解：　（1） 原式$=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

$$\cdots+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{9}\right)+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)=\frac{1}{1}-\frac{1}{10}=\frac{9}{10};$$

(2) 原式 $=(1+0.1)(1-0.1)\div|-0.01|-[2^{102}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{99}]-(9.5^2-0.5^2)+[-(1-\sqrt{2})^2(3+2\sqrt{2})]^{1991}$

$=(1-0.01)\div\frac{1}{100}-[2^{99}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{99}\times2^3]-(9.5+0.5)(9.5-0.5)+(-1)^{1991}=0.99\times100-8-90-1=0.$

说明： (1) 在运算中把数分解，例如 $\frac{1}{k(k+1)}=\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}$，常常能使计算简便。

(2) 严格按实数的运算法则和顺序，灵活运用指数性质和平方差公式进行分母有理化运算。在处理高指数幂运算时，把底数化为特殊数。

例 2 若 $x^2-3x+2<0$，试化简 $|x-2|+|1-x|$。

解： 由 $x^2-3x+2<0$ 解得 $1<x<2$，

所以 $|x-2|+|1-x|=-(x-2)-(1-x)$

$=-x+2-1+x=1$。

说明： 复习有关绝对值的概念。

例 3 (1) 若 $(x+1)^2+\sqrt{y-2}=0$，

试求 $(x-1)^2+\sqrt{y+2}$ 的值；

(2) 已知 a、b 满足 $\dfrac{\left(2a-\frac{1}{b}\right)^2+|2-a^2|}{a+\sqrt{2}}=0$

求 $\dfrac{a-b}{a+b}$ 的值。

解： (1) 由条件 $(x+1)^2+\sqrt{y-2}=0$ 得 $x+1=0$ 和

$y-2=0$，$\therefore x=-1$，$y=2$，因此$(x-1)^2+\sqrt{y+2}$

$=(-2)^2+\sqrt{2+2}=4+2=6$；

(2) 由条件可得：$\begin{cases}2a-\dfrac{1}{b}=0\\2-a^2=0\\a+\sqrt{2}\neq 0\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=\sqrt{2}\\b=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\end{cases}$

$$\therefore \frac{a-b}{a+b}=\frac{\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{4}}=\frac{3}{5}$$

说明： 若两个非负实数之和等于零，那么这两个数只能同时取零值；其中还要注意分母不能为零。

例 4 试求$2^{1988}+5^{1989}+3^{1990}+10^{1991}$和 的末位数字是几？

解：$\because 2^{1988}=(2^4)^{497}=16^{497}$，$\therefore$幂的末位数字是6；$5^{1989}$的末位数字是5，又$\because 3^{1990}=3^{4\times497+2}=81^{497}\cdot3^2=81^{497}\times9$，$\therefore$积的末位数字是9，而$10^{1991}$的末位数字是0，综上可得其和的末位 数 字 由 $6+5+9+0$得0，所以$2^{1988}+5^{1989}+3^{1990}+10^{1991}$的和的末位数字是0。

说明： 解这类题的关键是抓住“底数的末位数字是0、1、5、6四数的正整数次幂的末位数字仍是它本 身”，把 要判断的数转化为末位数字为上述特征数字之一解决。

【测试题A】

1. 计算：

(1) $\left|-\left(\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right|+\left|\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{2}\right|$

$\div\dfrac{|-2|}{2}-\left|\dfrac{5}{3}-\left(-\dfrac{1}{2}\right)\right|$；

(2) $\frac{1}{0.2^2}\div\left[2\frac{1}{2}-\left(-1+2\frac{1}{4}\right)\right]\times 0.4\div(-8)$;

(3) $1\frac{3}{5}\div\left(-\frac{4}{5}\right)^2-\left[\left(5\sqrt{12}-12\sqrt{3}\right)\div\sqrt{6}+\left|\frac{2}{3}-\sqrt{2}\right|\right]$;

(4) $\dfrac{23\frac{11}{12}+\ +10.125\div\left(-\frac{3}{4}\right)^3}{(-1)^{1001}-\dfrac{1}{\frac{1}{6}+\frac{1}{4}}}$.

2. 若$|a+3|+(b-1)^2=0$，求$\frac{4}{a-b}$的值。

3. 当$-3<x<1$时，化简$|x-1|+|3+x|$。

4. 试求7^{1002}的个位上的数字是几？

【测试题B】

1. 选择题：

(1) 在自然数中，前100个偶数的和减去前100个奇数的和的差是 (　　)

(A) 0；　(B) 50；　(C) 100；　(D) 200。

(2) 若$(a^2-b^2)^0=1$，则此等式成立的条件是 (　　)

(A) a、b可为任意实数；　(B) $a\neq b$；

(C) $a\neq -b$；　(D) $|a|\neq|b|$。

2. 当n是正整数时，求$(-2)^{2n+1}+2(-2)^{2n}$的值。

3. 若$|x+1|=-(x+1)$，求$|x|-2|x-1|+|2-x|$的值。

4. 若$|x|=3$，$\sqrt{y^2}=5$，求$x+y$的值。

三、整　　式

本节要求能理解代数式、整式、单项式、多项式的有关概念；能熟练地进行整式的四则运算（包括乘方）和混合运算；能灵活地运用运算律和乘法公式；能准确地求出代数式的值。

【基础知识训练】

1． 是非题：

(1) 不含分母的代数式叫整式。　　　　（　　）

(2) 代数式$\frac{3x+y}{4}$是单项式。　　　　（　　）

(3) $-\frac{1}{3}x^3y^2$与y^2x^3是同类项。　　　　（　　）

(4) 不论a和b为何实数，代数式$(a-b)^2+5$的值都不小于5。　　　　（　　）

2． 填空题：

(1) $-xy^2z^3$是____式，它的系数是____，次数是____。

(2) 在下列式中：$3x^2-x+1$，$\frac{2}{x}$，$\frac{2x+y}{3}$，-10，$\sqrt{m^2+2n}$，$\frac{b^2}{a}-c$，$x+3\sqrt{x}+2$，$\frac{1}{2}mn^2$中，单项式是________，多项式是________________。

(3) 多项式$x^2-2x-5x^3+5$是____次____项式，按x的升幂排列是________________。

(4) x是两位数，y是一位数，如果把y置于x的左边，那么所成的三位数表示为________。

【例题选讲】

例 1 计算：

(1) 求$3a^{n+3}-9a^{n+2}+5a^{n+1}-2a^{n}$与$-a^{n}+10a^{n+3}-5a^{n+1}-7a^{n+2}$的差；

(2) $(-8a^2)(3ab^2+2ab^2)^3-(2.5ab)^2(16a^3b^4)$。

解： (1) $(3a^{n+3}-9a^{n+2}+5a^{n+1}-2a^{n})$

$$-(-a^{n}+10a^{n+3}-5a^{n+1}-7a^{n+2})$$

$$=3a^{n+3}-9a^{n+2}+5a^{n+1}-2a^{n}+a^{n}-10a^{n+3}$$

$$+5a^{n+1}+7a^{n+2}$$

$$=-7a^{n+3}-2a^{n+2}+10a^{n+1}-a^{n}.$$

(2) 原式$=(-8a^2)(125a^3b^6)-(6.25a^2b^2)(16a^3b^4)$

$$=-1100a^5b^6$$

说明： (1) 整式的加、减运算主要是去括号、合并同类项；

(2) 整式的混合运算要注意运算顺序。

例 2 化简$[(x+2y)^2-2xy][(x-2y)^2+2xy](x+2y)(x-2y)$。

解： 原式$=(x^2+2xy+4y^2)(x^2-2xy+4y^2)(x+2y)\cdot(x-2y)=(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$

$$=[x^3-(2y)^3][x^3+(2y)^3]$$

$$=x^6-64y^6.$$

说明： 在进行多项式乘法时，应首先考虑是否可以使用乘法公式。

例 3 用竖式计算

$$(x^3+10y^3-5xy^2)\div(x^2+4y^2-3xy)$$

解：

$$
\begin{array}{r|l}
 & x \quad +3y \\
\hline
x^2-3xy+4y^2 & x^3 \qquad\qquad -5xy^2+10y^3 \\
 & x^3-3x^2y+4xy^2 \\
\hline
 & \qquad 3x^2y-9xy^2+10y^3 \\
 & \qquad 3x^2y-9xy^2+12y^3 \\
\hline
 & \qquad\qquad\qquad -2y^3
\end{array}
$$

∴　商式 $=x+3y$，余式 $=-2y^3$。

说明：　(1) 两多项式相除，首先都按某一字母进行降幂排列，被除式如缺项需留出空位，最后余式的次数必须低于除式的次数；

(2) 多项式的乘除法互为逆运算，有如下关系式：被除式 = 除式 × 商式 + 余式，若能整除，则余式为零。

例 4　用代数式表示：x的立方与y的差的平方减去 x 的立方与y的和的平方；当$x=-1\frac{1}{2}$，$y=2$时，求这个代数式的值。

解：　所求代数式为$(x^3-y)^2-(x^3+y)^2$；

当$x=1\frac{1}{2}$，$y=2$时，

$$(x^3-y)^2-(x^3+y)^2=(x^3-y+x^3+y)(x^3-y-x^3-y)$$

$$=-4x^3y=-4\times(-\frac{3}{2})^3\times2=27.$$

说明：　求代数式的值时，一般地都是先将代数式化简，再将字母的值代入计算。

【测试题A】

1．　填空题：

(1) 若$-\frac{1}{3}x^2y^{2m-1}$与$\frac{5}{7}x^{\ +1}y^5$是同类项，那么$m=$ ______，$n=$ ______；

(2) 当$m=$ ________时，$x^2-(m-1)x+4$是一个完全平

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com