

中等职业技术学校教材  
· 试用本 ·

# 应用数学 (基础部分二)



中等职业技术学校教材

·试用本·

# 应 用 数 学

(基础部分二)

高等教育出版社☆复旦大学出版社

## 内 容 提 要

本套教材是受上海市职业教育课程改革与教材建设委员会的委托,根据现代职业教育的需求和中等学校培养的目标,在大量社会调查的基础上,结合三类学校(中专、职高、技校)数学教学的共性编写的。

本册内容包括:空间图形(1)、空间图形(2)、直线、二次曲线、排列与组合、概率初步、数列。

本书可作为中专、职高、技校数学教学用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

应用数学:基础部分 (2)/张又昌主编;方绮綵等  
编.—北京:高等教育出版社,1999.2  
ISBN 7-04-007443-5  
I .应... II .①张... ②方... III .应用数学-教材  
IV .029  
中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 03190 号

---

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号  
邮政编码 100009  
电 话 010-64054588  
传 真 010-64014048  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>

复旦大学出版社  
上海国权路 579 号  
200433

经 销 新华书店上海发行所  
印 刷 上海印刷股份有限公司

开 本 787×1092 1/16  
印 张 10  
字 数 250 000

版 次 1999 年 2 月第 1 版  
印 次 2000 年 7 月第 3 次  
定 价 12.50 元

---

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

## 前　　言

我国的社会主义现代化建设不但需要高级科学技术专家,而且迫切需要中、初级技术人员、管理人员和技术工人,而这类人才的培养主要是通过职业技术教育来实现的,所以党和国家非常重视职业技术教育的改革和发展。努力培养出各行各业所需的职业人才,是社会、经济发展对职业技术教育提出的迫切要求。我国的职业技术教育长期实行的是“学科本位”的教学模式,这种模式重理论轻实践,重知识轻技能,培养出的学生不适应社会、经济发展的要求。因此,职业技术教育要深化改革,办出特色,为社会培养出既有理论又有技能,德、智、体全面发展的一代新人。

职业技术教育要办出自己的特色,关键在于课程改革与教材建设。为此,1996年上海市教委启动了职业技术教育课程改革与教材建设工程(简称“10181”工程),即用五年左右的时间,完成10门普通文化课程的改革及示范教材的编写工作;完成18个典型专业(工种)的课程改革以及同步编写出部分典型示范性教材;经过十年左右的改革实践,基本建成一个具有职教特色的课程结构和教材体系。

这次课程改革与教材建设是以社会和经济发展需要为出发点,以职业(岗位)需求为直接依据,以现行中等职业技术教育课程、教材的弊端为突破口,积极学习并借鉴国外职教课程、教材改革的有益经验,以实现办出职教特色的根本目的。在充分研究和广泛征求意见的基础上,确立了“能力为本位”的改革指导思想。目的是为了克服职教长期存在的重理论轻实践、重知识轻技能的倾向,真正培养出经济和社会发展所需要的中等职业技术人才。

在各方面的共同努力下,新的教材终于与广大师生见面了。这些新的教材并不是职业技术教育课程改革与教材建设的全部,它只是典型的示范性教材,因为职业技术教育的专业门类繁多,不可能在较短的时间内,依靠少数编写人员解决职教中全部的课程、教材问题。职教的课程改革和教材建设是一项系统的长期的工作,只有充分发挥广大教师的改革积极性,在教学过程中不断用“能力本位”的教育思想,主动进行课程与教材的改革,我们的课程、教材改革才能全面、持续而深入,才可能真正全面提高教学质量效益,以不断适应社会、经济发展的需要。因此,“10181”工程对于我市的职教课程改革来讲只起着一个领导、指导和引导的作用。

新的教材代表新的思想、新的教法和学法。希望通过这些教材,给大家一些启迪,同时也希望大家对新教材提出宝贵的意见。

在课程改革与教材建设过程中,得到了各方面的大力支持,特别是广大编审人员为此付出了辛勤的劳动。在此,向他们表示衷心的感谢!

上海市教育委员会副主任

上海市职业技术教育课程改革与教材建设委员会主任

薛喜民

1998年6月

## 编者的话

受上海市职业技术教育课程改革与教材建设委员会的委托,根据现代化职业教育的要求和中等职业学校的培养目标,我们重新编写了以能力为本位,注重学生全面素质提高的中等职业学校的数学教材。

这套教材是在大量社会调查的基础上,结合三类学校(中专、职高、技校)的教学共性,注意与九年义务教育制的数学课程的衔接,按照降低理论,强化能力,适度更新,兼顾体系的原则确定教学内容。

本课程分为核心数学(基础部分)和专业数学两大部分。选取在现代生活和生产中得到广泛使用的初等数学的基础知识和基本方法为核心数学,专业数学以模块结构出现,尽量做到各模块互相独立,以便按专业要求,适当选用。

本教材在处理教学内容时,按编写原则,淡化理论,删去难度较高的运算技巧,强化基本概念、基本运算、数形结合和实际应用能力。在讲授基本概念和基础知识时,力求从实际问题引入,又应用于实际。本教材中的基本运算一般要求学生用计算器求解,以提高学生使用计算器的能力,减轻学生负担。本套教材配备了足够的例题和习题,供教师和学生按专业及学生的基础水平适当选用,不再另编练习册。

本套教材的核心数学部分共分两册,即应用数学(基础部分一)和应用数学(基础部分二),教学内容分别是:

应用数学(基础部分一):集合与不等式的解集,函数,指数函数和对数函数,三角函数,平面向量、复数。

应用数学(基础部分二):空间图形,直线,二次曲线,排列与组合,概率初步,数列。

专业数学初步定为六种模块:

微积分初步;

级数与拉氏变换简介;

矩阵与线性规划;

概率与统计简介;

空间向量初步;

逻辑代数简介。

本教材适用于招收初中毕业生(三年制或四年制)的中等职业学校数学课使用,最低时数为160学时。根据专业、工种特点及实际需要,也可选学专业数学模块,学时要适当增加,但总学时不宜超过210学时。

我们编写的这套教材有一定的弹性。正文中用宋体字排印的内容和习题是应该基本掌握

的；王文中用楷体字排印的内容和习题是供各学校根据需要选学的内容。

由于编写时间仓促，水平有限，本书难免存在不少缺点和错误，尚需经过一段时间的试用，听取广大师生的意见后，进一步修改和完善。

编者

1998年5月

# 目 录

|                                     |      |  |                     |       |
|-------------------------------------|------|--|---------------------|-------|
| <b>第七章 空间图形(1).....</b>             | (1)  |  | § 10-3 双曲线 .....    | (84)  |
| § 7-1 平面的表示法和基本性质 .....             | (1)  |  | § 10-4 抛物线 .....    | (91)  |
| § 7-2 空间两条直线的位置关系 .....             | (6)  |  | § 10-5 坐标系的平移 ..... | (97)  |
| § 7-3 直线和平面的位置关系 .....              | (10) |  | 复习题十 .....          | (102) |
| § 7-4 两个平面的位置关系 .....               | (17) |  |                     |       |
| § 7-5 点到平面、直线到平面和平面到<br>平面的距离 ..... | (26) | <b>第十一章 排列与组合 .....</b>                | (104)               |       |
| 复习题七 .....                          | (30) | § 11-1 计数的两个基本原理 .....                 | (104)               |       |
| <b>第八章 空间图形(2) .....</b>            | (33) | § 11-2 排列与组合 .....                     | (107)               |       |
| § 8-1 正棱柱和正棱锥 .....                 | (33) | 复习题十一 .....                            | (120)               |       |
| § 8-2 圆柱、圆锥与球 .....                 | (38) |  |                     |       |
| 复习题八 .....                          | (44) | <b>第十二章 概率初步 .....</b>                 | (122)               |       |
| <b>第九章 直线.....</b>                  | (46) | § 12-1 随机事件 .....                      | (122)               |       |
| § 9-1 直线方程的概念 .....                 | (46) | § 12-2 概率的概念 .....                     | (124)               |       |
| § 9-2 直线方程的几种形式 .....               | (51) | § 12-3 互不相容事件的概率的<br>加法公式、逆事件的概率 ..... | (128)               |       |
| § 9-3 平面内两条直线的位置关系 .....            | (56) | 复习题十二 .....                            | (130)               |       |
| 复习题九 .....                          | (67) |  |                     |       |
| <b>第十章 二次曲线.....</b>                | (70) | <b>第十三章 数列 .....</b>                   | (132)               |       |
| § 10-1 圆 .....                      | (70) | § 13-1 数列的概念 .....                     | (132)               |       |
| § 10-2 椭圆 .....                     | (77) | § 13-2 等差数列 .....                      | (136)               |       |
|                                     |      | § 13-3 等比数列 .....                      | (142)               |       |
|                                     |      | 复习题十三 .....                            | (148)               |       |

## 第七章 空间图形(1)

我们生活在宇宙空间，无论是日月星辰、山岳河川，还是田野村庄、大桥高楼，还是黑板桌椅、书本文具等等，它们都不能容于平面之中，是空间图形，我们无处不与空间图形接触。

一般来说，如果一个图形上的点不全在同一个平面内，那么这种图形叫做空间图形。空间图形在空间占有一定的位置，具有长、宽和高三度。

在平面几何里，我们研究了平面图形的一些概念、性质和它们的应用。现在我们将研究空间图形的一些最基本的概念、性质和它们的应用。空间图形的研究，常要归结为对平面图形的研究，并运用平面图形的概念和性质。

### § 7-1 平面的表示法和基本性质

#### 一、平面和它的表示法

##### 1. 平面

我们常见的光滑平整的镜面、窗玻璃面、黑板面、课桌面都给我们以平面的形象。数学中所说的平面是在空间无限伸展的，而平整的镜面、窗玻璃面、黑板面、课桌面等，都可以看作是平面的一部分。

##### 2. 平面的表示法

我们研究空间图形时，常要在平面上把它表示出来。平面的表示方法，是表示空间图形的基础。

当我们从适当的距离和角度去观察长方形的黑板面、课桌面时，会感觉到它们都成了平行四边形。因此，在表示空间图形时，通常用平行四边形来表示平面（图 7-1）。

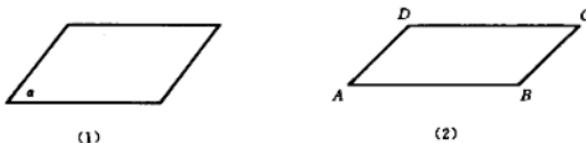


图 7-1

当平面是水平放置的时候，通常把平行四边形的锐角画成大约  $45^\circ$ ，横边画成大约等于邻边的两倍，如（图 7-1(2)）所示。当一个平面的一部分被另一个平面遮住时，通常把被遮住部分的

线段画成虚线或不画出来,如(图 7-2)所示.

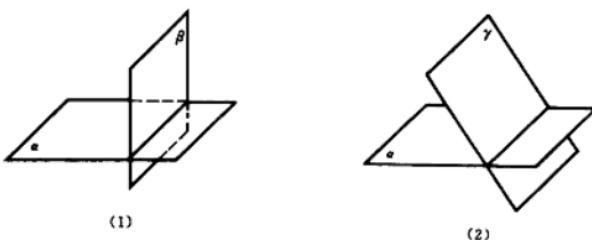


图 7-2

平面通常用一个希腊字母( $\alpha, \beta, \gamma \dots$ )来表示,如平面 $\alpha$ 、平面 $\beta$ 、平面 $\gamma$ 等(图 7-2),也可以用表示平行四边形的四个顶点或相对顶点的字母来表示,如平面 $ABCD$ 或平面 $AC$ (图 7-1(2)).

## 二、平面的基本性质

人们在生活和工作中,通过长期的实践与观察,得出关于平面的三个基本性质(当作公理).

例如,如果把一条拉直的绳子上的两点按在平整的桌面上,那么这条绳子与桌面没有间隙.这条拉直的整条绳子在桌面上,就是说这条绳子上的所有点都在桌面上.由此得到平面的第一个基本性质.

**基本性质 1** 如果一条直线上的两点在一个平面内,那么这条直线上所有的点都在这个平面内.

空间图形的线、面都可以看成是点的集合,点是集合的基本元素.如图 7-3 所示,点 $A, B$ 在直线 $l$ 上,记作 $A \in l, B \in l$ ;点 $A, B$ 在平面 $\alpha$ 内,记作 $A \in \alpha, B \in \alpha$ ;直线 $l$ 上所有的点都在平面 $\alpha$ 内,我们就说直线 $l$ 在平面 $\alpha$ 内,记作 $l \subset \alpha$ ,也可以说平面 $\alpha$ 经过直线 $l$ ,记作 $\alpha \ni l$ .

观察教室内的墙壁和天花板,在墙角处交于一个点,它们就交于过这个点的一条公共直线.这就是平面的又一个基本性质.

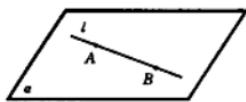


图 7-3

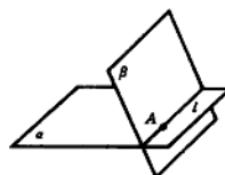


图 7-4

**基本性质 2** 如果两个平面有一个公共点,那么它们有且只有一条通过这个点的公共直线.如图 7-4 所示,如果平面 $\alpha$ 和 $\beta$ 有一个公共点 $A$ ,那么平面 $\alpha$ 和 $\beta$ 相交于过点 $A$ 的一条公  
· 2 ·

共直线  $l$ ,  $l$  是平面  $\alpha$  和  $\beta$  的交线, 记作  $\alpha \cap \beta = l$ .

我们再观察如图 7-5 所示的演奏钢琴, 它只有三只脚, 我们就可以平稳地把它放置在台面上. 从这里可得出平面的第三个基本性质.

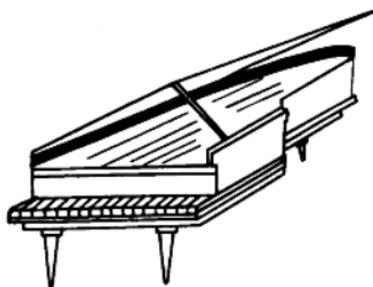


图 7-5

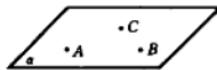


图 7-6

**基本性质 3** 经过不在同一直线上的三个点, 可画一个平面, 而且只能画一个平面.

如图 7-6 所示,  $A, B, C$  是不在同一直线上的三点, 过  $A, B, C$  三点的平面  $\alpha$  又可以记作“平面  $ABC$ ”.

基本性质 3 可以简单地说成: 不在同一直线上的三点确定一个平面”, 这里的“确定”是指“存在而且唯一”的意思.

例如, 教室的一扇门装上了两个合页, 它还可以转动, 根据基本性质 3, 要固定它, 还需再找一个不在两个合页连线上的点, 将它固定, 因此我们再装一把锁就可以将门固定了.

根据上述基本性质, 可以得出下面的推论.

**推论 1** 经过一条直线和这条直线外的一点, 可以确定一个平面(图 7-7(1)).



(1)

(2)

图 7-7

如图 7-7(2)所示, 点  $A$  在直线  $l$  外, 在直线  $l$  上任取两点  $B$  和  $C$ . 根据基本性质 3, 经过不在同一直线上的三点  $A, B$  和  $C$  确定一个平面  $\alpha$ . 因为点  $B, C$  都在平面  $\alpha$  内, 所以根据基本性质 1, 直线  $l$  在平面  $\alpha$  内, 或说平面  $\alpha$  是经过直线  $l$  和点  $A$  的平面. 这就是说, 经过一条直线和这条直线外一点, 可以确定一个平面.

例如, 图 7-5 所示, 用细棒支起三角钢琴的琴盖; 如图 7-8 所示, 用顶杠支起卸货汽车的车厢. 显然, 这些都是推论 1 的应用.

用同类方法,可以得出下面两个推论:



图 7-8

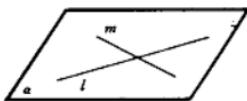


图 7-9

**推论 2** 两条相交直线可以确定一个平面(图 7-9).

**推论 3** 两条平行直线可以确定一个平面(图 7-10).

在生活中我们常看到木工钉板面时,经常是钉两条相交或者平行的木条(或铁皮)来固定板面(图 7-11(1));营业员用彩带交叉捆扎便于提起的礼品盒(图 7-11(2))等等.这些都是推论2或推论3的应用.

在研究空间图形时,我们通常把有关的点、线分别归结到一个或几个平面上去分析,这是因为平面几何中的定义、公理和定

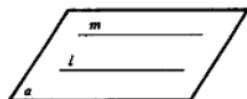
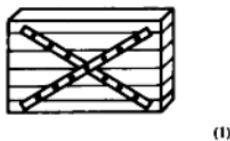


图 7-10



(1)

(2)

图 7-11

理对于同一个平面内的有关图形仍然成立.

**例** 长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ (图 7-12)中,直线  $B_1D_1$  在平面  $A_1B_1C_1D_1$  内吗? 为什么?

**解** 直线  $B_1D_1$  在平面  $A_1B_1C_1D_1$  内.

因为对于长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ , 点  $B_1, D_1$  都在平面  $A_1B_1C_1D_1$  内, 根据基本性质 1, 所以直线  $B_1D_1$  在平面  $A_1B_1C_1D_1$  内.

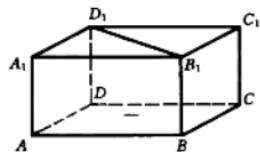


图 7-12

### 练习 7-1

1. 是非题 (正确的打“√”, 不正确的打“×”):

(1) 任意三点可以确定一个平面;

( )

- (2) 一条直线和一个点可以确定一个平面; ( )  
 (3) 一条直线和两条平行直线相交, 则三线共面; ( )  
 (4) 两条直线可以确定一个平面; ( )  
 (5) 线段  $AB$  在平面  $\alpha$  内, 则直线  $AB$  也在平面  $\alpha$  内; ( )  
 (6) 平面  $\alpha$  和平面  $\beta$  可以只有一个公共点. ( )

2. 画图题:

- (1) 画平面  $ABCD$ ;  
 (2) 画直线  $AB$  在平面  $\beta$  内;  
 (3)  $l \cap m = P$ , 过直线  $l$ 、 $m$  画平面  $\gamma$ .

3. 问答题:

- (1) 能不能说一个平面长 8 m、宽 5 m, 为什么?  
 (2) 能不能说点  $A$  在平面  $\alpha$  的边界上, 为什么?  
 (3) 三角形一定是平面图形吗? 为什么?  
 (4) 分别举出生活中的实例, 以说明基本性质 1、2、3, 以及推论 1、2、3 的应用.

### 习题 7-1

1. 填空题:

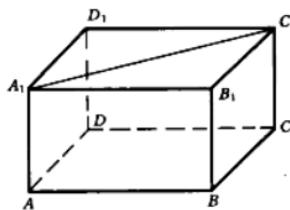
- (1) 点  $A$ 、 $B$  在直线  $m$  上, 记作\_\_\_\_\_;  
 (2) 点  $E$ 、 $F$  在平面  $\beta$  内, 记作\_\_\_\_\_;  
 (3) 直线  $l$  在平面  $\gamma$  内, 记作\_\_\_\_\_;  
 (4) 平面  $\alpha$ 、 $\beta$  相交于直线  $n$ , 记作\_\_\_\_\_.

2. 画图题:

- (1) 画平面  $\alpha$ ;  
 (2)  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点不在同一直线上, 过  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点画一个平面;  
 (3) 画平面  $\beta$  和平面  $\gamma$  相交, 它们的交线是  $l$ .

3. 梯形是一个平面图形吗? 为什么?

4. 如下图, 长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ,  $A_1B_1$ 、 $B_1C_1$ 、 $C_1A_1$  所在的直线在同一平面  $A_1B_1C_1D_1$  内吗? 为什么?



(第 4 题)

## § 7-2 空间两条直线的位置关系

在学习平面几何时,我们已经知道,不重合的两条直线的位置关系只有两种:相交或平行.那么在空间图形中,不重合的两条直线的位置关系又怎样呢?

我们观察图 7-13 中的过街桥面和路面的边缘分别所在的直线;图 7-14 中的长方体的棱  $AD$  和  $CC_1$  所在的直线,可以看出,它们不在同一个平面内,不相交也不平行.

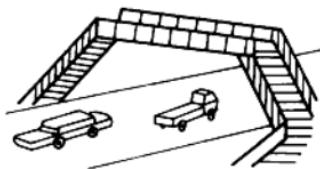


图 7-13

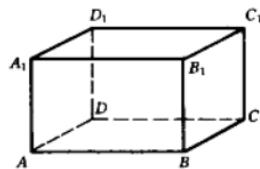


图 7-14

对于空间两条直线这样的位置关系,给出下面的定义:

**定义 1** 不在同一个平面内的两条直线叫做异面直线.两条异面直线是没有公共点的,它们既不相交也不平行.(想一想:为什么?如果相交或平行,能否还是异面直线?)

由此可见,空间两条不重合的直线的位置关系有三种:

(1) 两条直线相交——在同一个平面内,有且只有一个公共点(图 7-15).

两条直线  $l_1$  与  $l_2$  相交于点  $A$ ,记作  $l_1 \cap l_2 = A$ .

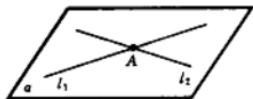


图 7-15

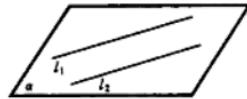


图 7-16

(2) 两条直线平行——在同一平面内,没有公共点(图 7-16).

两条直线  $l_1$  与  $l_2$  平行,记作  $l_1 \parallel l_2$ ,则  $l_1 \cap l_2 = \emptyset$ .

(3) 两条直线异面——不能在同一个平面内,没有公共点(图 7-17).

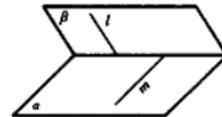
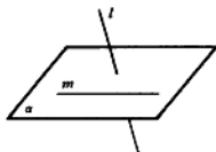


图 7-17

画异面直线的图形时,为显示“异面”的特点,要把两条直线明显地画在不同的平面内,清晰地表示出它们既不相交也不平行,如图 7-17 所示.

两条直线  $l_1$  与  $l_2$  为异面时,也有  $l_1 \cap l_2 = \emptyset$ .

因此,当两条直线  $l_1 \cap l_2 = \emptyset$  时, $l_1$  与  $l_2$  平行或异面.

## 一、空间的平行直线

在平面几何中,我们已经知道,“如果两条直线都和第三条直线平行,那么这两条直线也平行”.那么在空间图形中又是怎样的呢?

我们观察图 7-18 所示的长方体,其中  $B_1C_1 \parallel BC$ 、 $AD \parallel BC$ 、 $B_1C_1 \parallel AD$ 、 $AA_1 \parallel BB_1$ 、 $CC_1 \parallel BB_1$ 、 $AA_1 \parallel CC_1$ .

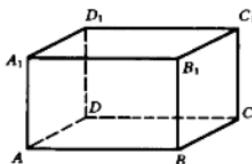


图 7-18

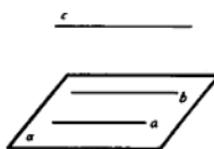


图 7-19

可以看到,对于空间图形的三条直线,有下面的性质:

**基本性质 4** 平行于同一条直线的两条直线互相平行(图 7-19).

若直线  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ,  $a \parallel b$ ,  $b \parallel c$ , 则  $a \parallel c$ .

例如,制图用的工具三棱尺的三条棱,  $AA_1 \parallel CC_1$ ,  $BB_1 \parallel CC_1$ , 则  $AA_1 \parallel BB_1$ (图 7-20).

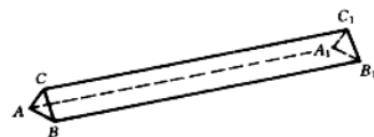


图 7-20

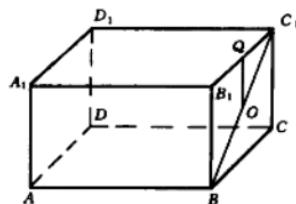


图 7-21

**例** 长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ (图 7-21),  $O$ 、 $Q$  分别是  $BC_1$ 、 $B_1C_1$  的中点,问直线  $OQ$  平行于直线  $AA_1$  吗? 为什么?

**解** 直线  $OQ$  平行于直线  $AA_1$ .

因为  $O$ 、 $Q$  分别是  $BC_1$ 、 $B_1C_1$  的中点,所以在三角形  $BC_1B_1$  中  $OQ \parallel BB_1$ , 又因为长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中棱  $BB_1$ 、 $AA_1$  互相平行,根据基本性质 4,所以直线  $OQ$  平行于直线  $AA_1$ .

## 二、异面直线及其所成的角

在平面几何中,我们研究两条相交直线的位置关系,需要研究它们之间所成的角.同样,在空间图形中,研究两条异面直线的位置关系,也要研究它们之间所成的角.

对于两条异面直线所成的角给出下面的定义:

**定义 2** 经过空间任意一点分别作与两条异面直线平行的直线,这两条直线相交所成的锐角(或直角)叫做两条异面直线所成的角(图 7-22).

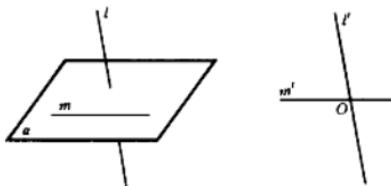


图 7-22

如图 7-22 所示,直线  $l, m$  是异面直线,我们经过空间任意一点  $O$ ,分别作直线  $l' \parallel l$ 、 $m' \parallel m$ ,我们把直线  $l'$  和  $m'$  的成的锐角(或直角)叫做异面直线  $l$  和  $m$  所成的角.

为了简便,通常把点  $O$  取在两条异面直线中的一条上,如图 7-23 所示.把点  $O$  取在直线  $l$  上,然后过点  $O$  作直线  $m' \parallel m$ ,显然,直线  $l$  和  $m'$  所成的锐角(或直角)就是异面直线  $l$  和  $m$  所成的角.

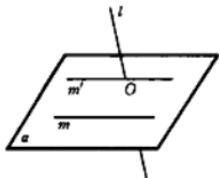


图 7-23

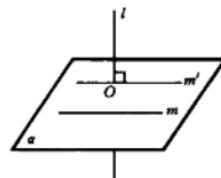


图 7-24

如果两条异面直线所成的角是直角,那么称这两条异面直线互相垂直.如图 7-24 所示.

异面直线  $l$  和  $m$  垂直,记作  $l \perp m$ .

例 如图 7-25 所示的长方体中,  $\angle A_1D_1B_1 = 60^\circ$ .

(1) 哪些棱所在的直线分别与直线  $B_1D_1$  成异面直线;

(2) 写出分别与直线  $AA_1$  垂直的棱;

(3) 求直线  $AB$  和  $B_1D_1$  所成的角.

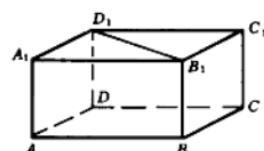


图 7-25

解 根据长方体的性质：

(1) 棱  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 、 $DA$ 、 $AA_1$ 、 $CC_1$  分别所在的直线都和直线  $B_1D_1$  成异面直线.

(2) 棱  $AB$ 、 $DC$ 、 $D_1C_1$ 、 $A_1B_1$ 、 $AD$ 、 $BC$ 、 $B_1C_1$ 、 $A_1D_1$  分别与直线  $AA_1$  互相垂直.

(3)  $\because A_1B_1 \parallel AB$ ,

$\therefore A_1B_1$  和  $B_1D_1$  所成的锐角就是  $AB$  和  $B_1D_1$  所成的角.

$\because$  在直角三角形  $A_1B_1D_1$  中,  $\angle A_1D_1B_1 = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle A_1B_1D_1 = 30^\circ$ ,

因此,  $AB$  和  $B_1D_1$  所成的角是  $30^\circ$ .

### 练习 7-2

1. 是非题(正确的打“√”, 不正确的打“×”):

(1) 垂直于同一条直线的两条直线互相平行; ( )

(2) 平行于同一条直线的两条直线互相平行; ( )

(3) 两条直线分别在两个平面内, 它们一定是异面直线; ( )

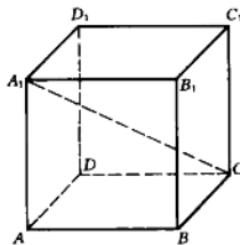
(4) 两条直线互相垂直, 它们一定相交; ( )

(5) 如果两条异面直线所成的角是直角, 那么称这两条异面直线互相垂直. ( )

2. 问答题:

(1) 空间两条不重合的直线的位置关系有哪几种? 分别举出实例?

(2) 观察下图的正方体, 哪几条棱所在的直线与  $AA_1$  平行? 哪几条棱所在的直线与  $A_1C$  是异面直线?  $DC$  与  $AA_1$  所成的角的度数?  $AB$  与  $A_1C$  所成的角的度数?



(第 2(2)题)

### 习题 7-2

1. 填空题:

(1) 直线  $a$  和直线  $b$  相交于  $Q$ , 记作 \_\_\_\_\_;

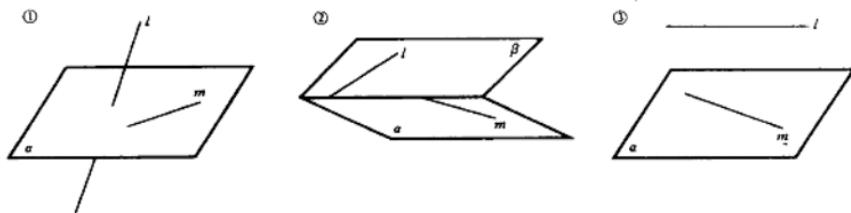
(2) 直线  $a$  和直线  $b$  互相平行, 记作 \_\_\_\_\_;

(3) 两条直线不平行也不相交, 它们一定是 \_\_\_\_\_.

2. 画图题:

(1) 画出一种表示两条异面直线的图形;

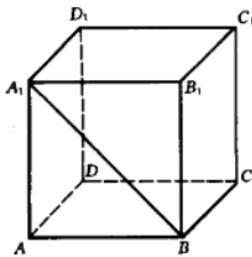
(2) 画出下列图形中异面直线  $l$  与  $m$  所成的角.



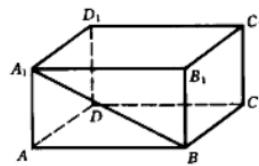
(第 2(2)题)

3. 如图中正方体,求下列各组异面直线所成的角分别是多少度.

- (1)  $AA_1$  和  $BC$ ;
- (2)  $DC$  和  $A_1B$ .



(第 3 题)



(第 4 题)

4. 如图所示,长方体中  $\angle ABA_1 = 30^\circ$ ,求  $A_1B$  和  $C_1C$  所成的角的度数.

### § 7-3 直线和平面的位置关系

我们观察到教室里悬挂的日光灯管所在的直线和地面所在的平面没有公共点;运动场上运动员投掷的标枪插在地平面上,标枪所在的直线和地平面只有一个公共点;操场直道上的跑道线所在的直线和地平面有无数个公共点.它们反映出直线和平面之间存在着不同的位置关系.对于直线和平面的前两种位置关系,分别给出下面的定义:

**定义 1** 如果一条直线和一个平面没有公共点,那么称这条直线和这个平面平行.

**定义 2** 如果一条直线和一个平面有且只有一个公共点,那么称这条直线和这个平面相交.

由此可见,一条直线和一个平面的位置关系有三种:

- (1) 直线和平面平行——直线和平面没有公共点(图 7-26);

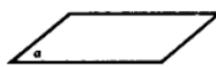


图 7-26