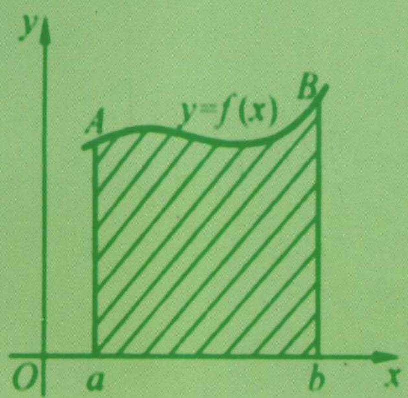
21 世纪高等院校经典教材同步辅导
ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

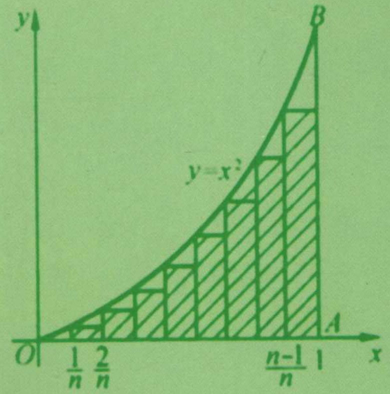
经济应用数学基础（一）

微积分（人大三版）

全程导学及习题全解

主编　苗明川　编委　吴娟娟　杨　蕤　审核　杨增逵





◆知识归纳　梳理主线重点难点
◆习题详解　精确解答教材习题
◆提高练习　巩固知识迈向更高

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

21世纪高等院校经典教材同步辅导

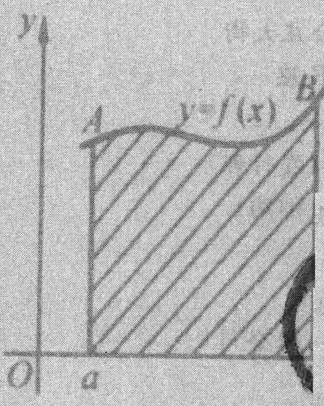
ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

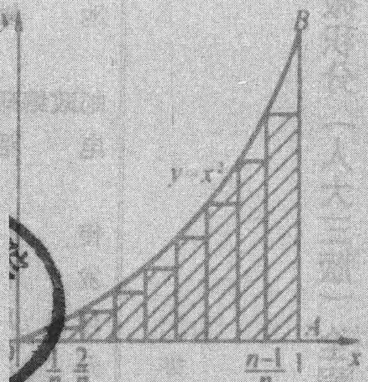
经济应用数学基础（一）

微积分（人大三版）

全程导学及习题全解

主编 苗明川 编委 吴娟娟 杨 蕤 审核 杨增逵





◆知识归纳 梳理主线重点难点

◆习题详解 精确解答教材习题

◆提高练习 巩[illegible]高

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

图书在版编目（CIP）数据

微积分（人大三版）全程导学及习题全解/苗明川主编. —北京：中国时代经济出版社，2009.9

（21世纪高等院校经典教材同步辅导）

ISBN 978—7—80221—937—3

Ⅰ. 微… Ⅱ. 苗… Ⅲ. 微积分—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. 0172

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第131906号

微积分（人大三版）全程导学及习题全解

苗明川 主编

出版者	中国时代经济出版社
地址	北京市西城区车公庄大街乙5号鸿儒大厦B座
邮政编码	100044
电话	（010）68320825（发行部） （010）88361317（邮购）
传真	（010）68320634
发行	各地新华书店
印刷	北京鑫海达印刷有限公司
开本	787×1092 1/16
版次	2009年9月第1版
印次	2009年9月第1次印刷
印张	21
字数	300千字
印数	1～5000册
定价	25.00元
书号	ISBN 978—7—80221—937—3

前　言

“微积分”是解决文科数学问题的重要理论基础和实用工具，也是经济类各专业研究生入学考试的内容。为了帮助广大学生更好的学习和掌握“微积分”课程的理论精髓和解题方法，我们根据中国人民大学出版社出版，由赵树嫄教授编写的教材《经济应用数学基础(一)微积分(第三版)》，编写了这本配套辅导用书。

本辅导教材对应《微积分》教材中各章的内容，着重编写了以下几方面的内容：

知识要点精讲：精练了各章中的主要知识点，理清各知识点之间的脉络联系，囊括了主要定理及相关推论，重要公式和解题技巧等，帮助读者融会贯通，系统理解各章的体系结构，奠定扎实的理论基础。

习题全解：依据教材各章节的习题，进行详尽的解答。考虑到不同层次读者的需求，在解答过程中，对于重点和难点习题进行了详尽的分析和讲解，并归纳了解题技巧。

内容小结：根据各章的基本理论和习题中出现的常见问题，对重要的解题方法与经验进行总结，帮助广大读者站在一个较高的位置上，整体把握各章的理论精华与解题技巧，融会贯通，增强解决问题的能力，从而提高应试水平。

本书各部分内容均从基础着手，深入浅出，既适合初学者掌握基础知识，也适用于考研复习强化训练。

本教材由苗明川、吴娟娟、杨蕤、杨晓叶、潘大伟等同志编写，全书由杨增逵审核，并得到周小平老师的指导。周小平老师高深的造诣及严谨的治学态度，使编者受益匪浅，在此深表感谢。本书编写过程中得到任卉、谢婧等同志的大力协助，并得到中国时代经济出版社的领导和有关编辑的大力支持，为此表示衷心的感谢！对《微积分》教材的作者中国人民大学赵树嫄教授表示衷心感谢！

由于编者水平有限，加之时间仓促，本书难免有缺点和疏漏，这些不妥之处敬请各位专家及广大读者批评指正。

编　者

2009 年 8 月

内容简介

本书是根椐中国人民大学出版社出版的教材《经济应用数学基础(一)微积分(第三版)》编写的一本配套学习辅导和习题解答教材。编写的重点在于将教材各章节中的全部习题进行了精解详答，并对典型习题做了很详细的分析和提纲挈领的点评，思路清晰，逻辑缜密，循序渐进的帮助读者分析并解决问题，内容详尽，简明易懂。本书对各章的知识点进行了归纳和提练，帮助读者梳理各章脉络，统揽全局。作者在对习题进行全面解答的基础上，又对每章的知识重点及要点进行了逐一讲解，方便读者迅速掌握重点和难点。

本书可做为文科各专业本、专科学生《微积分》课程教学辅导材料和复习参考用书，及文科考研强化复习的指导用书，同时也可以做为《微积分》课程教师的教学参考用书。

目　　录

第一章　函　　数

一、本章知识要点精讲

1. 集合的概念

(1) 集合是具有某种属性的事物的全体，或者说是一些确定对象的汇总，用大写字母表示，如 A、B、C.

(2) 构成集合的事物或对象，称为集合的元素，用小写字母表示，如 a、b、c.

2. 集合的分类(按照包含的元素的数量划分)

(1) 有限集合：由有限个元素构成的集合.

(2) 无限集合：由无限多个元素构成的集合.

3. 集合的表示法

(1) 列举法

按任意顺序列出集合的所有元素，并用花括号"{}"括起来，不得遗漏和重复，如

$A=\{a,b,c,d\}$

(2) 描述法

设 $P(a)$ 为某个与 a 有关的条件或法则，A 为满足 $P(a)$ 的一切 a 构成的集合，则记为

$A=\{a\mid P(a)\}$

4. 全集与空集

(1) 全集：由所研究的所有事物构成的集合称为全集，记为 U.

(2) 空集：不包含任何元素的集合称为空集，记作 $\varnothing$.

5. 子集

(1) 子集的定义

如果集合 A 中的每一个元素都是集合 B 的元素，即"如果 $a \in A$，则 $a \in B$"，则称 A 为 B 的子集. 记为 $A \subset B$ 或 $B \supset A$，读作 A 包含于 B 或 B 包含 A.

(2) 集合相等的定义

设有集合 A 和 B，如果 $A \subset B$ 且 $B \subset A$，则称 A 与 B 相等，记作 $A = B$.

6. 集合的运算

(1) 集合运算的定义

并：设有集合 A 和 B，由 A 和 B 的所有元素构成的集合，称为 A 和 B 的并，记为 $A \cup B$.

交：设有集合 A 和 B，由 A 和 B 的所有公共元素构成的集合，称为 A 与 B 的交，记为 $A \cap B$.

差：设有集合 A 和 B，属于 A 而不属于 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的差，记为 $A - B$.

补：全集 U 中所有不属于 A 的元素构成的集合，称为 A 的补集，记为 $\overline{A}$.

(2) 性质

①$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$

②$A \subset A \cup B, B \subset A \cup B$

③ 对任何集合 A，有 $A \cup \varnothing = A, A \cup U = U, A \cup A = A$

④$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$

⑤$A \cap B \subset A, A \cap B \subset B$

⑥ 对任何集合 A，有 $A \cap \varnothing = \varnothing, A \cap U = A, A \cap A = A$

⑦$A - B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \overline{\in} B\}$

⑧$A' = \{x \mid x \in U \text{ 且 } x \overline{\in} A\}$

⑨$A \cup A' = U, A \cap A' = \varnothing$

7. 集合运算律

(1) 交换律：(Ⅰ)$A \cup B = B \cup A$

(Ⅱ)$A \cap B = B \cap A$

(2) 结合律：(Ⅰ)$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

(Ⅱ)$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(3) 分配律：(Ⅰ)$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

(Ⅱ)$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

(4) 摩根律：(Ⅰ)$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

(Ⅱ) $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

8. 集合的笛卡尔乘积

设有集合 A 和 B. 对任意的 $x\in A, y\in B$,所有二元有序数组 (x,y) 构成的集合,称为集合 A 与 B 的笛卡尔乘积,记为 $A\times B$,即

$A\times B=\{(x,y)\mid x\in A, y\in B\}$

9. 实数

- 实数
  - 有理数(可表示为有穷小数或无穷循环小数)
    - 整数
      - 正整数(自然数)
      - 0
      - 负整数
    - 分数
      - 正分数
      - 负分数
  - 无理数(可表示为无穷不循环小数)

10. 绝对值

$|x|$ 表示数轴上点 x 与原点之间的距离.

(1) $|x|=\begin{cases} x & x\geqslant 0 \\ -x & x<0 \end{cases}$

(2) 性质

① $|x|=\sqrt{x^2}$

② $|x|\geqslant 0$

③ $|-x|=|x|$

④ $-|x|\leqslant x\leqslant |x|$

⑤ 如果 $a>0$,则 $\{x\mid |x|<a\}=\{x\mid -a<x<a\}$

⑥ 如果 $b>0$,则 $\{x\mid |x|>b\}=\{x\mid x<-b$ 或 $x>b\}$

$=\{x\mid x<-b\}\cup\{x\mid x>b\}$

⑦ $|x+y|\leqslant |x|+|y|$

⑧ $|x-y|\geqslant |x|-|y|$

⑨ $|xy|=|x|\cdot|y|$

⑩ $\left|\frac{x}{y}\right|=\frac{|x|}{|y|},\quad y\neq 0$

11. 区间

设 a,b 为实数,且 $a<b$.

(1) 开区间 (a,b):满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数 x 的集合.

(2) 闭区间 $[a,b]$:满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的所有实数 x 的集合.

(3) 半开区间 $(a,b]$(或 $[a,b)$):满足不等式 $a<x\leqslant b$(或 $a\leqslant x<b$) 的所有实数 x 的集合.

(4) $(a,+\infty)=\{x\mid x>a\}$

$[a,+\infty)=\{x\mid x\geqslant a\}$

(5) $(-\infty,b)=\{x\mid x<b\}$

$(-\infty,b]=\{x\mid x\leqslant b\}$

(6) $(-\infty,+\infty)=\{x\mid -\infty<x<+\infty\}$

12. 邻域

(1) 点 x_0 的 δ 邻域:开区间 $(x_0-\delta,x_0+\delta)$

(2) 以 x_0 为中心,半径为 δ 的空心邻域:$\{x\mid 0<|x-x_0|<\delta,\delta>0\}=(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta)$

13. 函数关系

(1) 函数的定义

若 D 是一个非空实数集合,设有一个对应法则 f,使每一个 $x\in D$,都有一个确定的实数 y 与之对应,则称这个对应法则 f 为定义在 D 上的一个函数关系,或称变量 y 是变量 x 的函数,记作 $y=f(x),x\in D$.

(2) 定义域:集合 D 称为函数的定义域,记作 $D(f)$.

(3) 值域:全体函数值的集合 $\{y\mid y=f(x),x\in D(f)\}$ 称为函数 $y=f(x)$ 的值域,记作 Z 或 $Z(f)$.

(4) 多值函数

非空集合 D 中的 x 值有多个 y 值与之对应的函数关系称为多值函数.

(5) 函数表示法:公式法、表格法、图形法

(6) 分段函数:如 $y=|x|=\begin{cases}x & x\geqslant 0\\ -x & x<0\end{cases}$

(7) 隐函数:用方程 $F(x,y)=0$ 表示因变量与自变量的对应规则.

14. 函数的几种简单性质

(1) 函数的奇偶性

$\begin{cases}\text{奇函数:对所有的 } x \in D(f)\text{,有 } f(-x) = -f(x). \\ \text{偶函数:对所有的 } x \in D(f)\text{,有 } f(-x) = f(x).\end{cases}$

(2) 函数的周期性

对于函数 $y = f(x)$,如果存在正的常数 T,使得 $f(x) = f(x + T)$ 恒成立.

(3) 单调增减性:$y = f(x)$ 对区间(a,b) 内的任意两点 x_1, x_2.

① 单调递增:当 $x_1 < x_2$ 时,有 $f(x_1) < f(x_2)$.

② 单调递减:当 $x_1 < x_2$ 时,有 $f(x_1) > f(x_2)$.

(4) 函数的有界性

设函数 $y = f(x)$ 在区间(a,b) 内有定义((a,b) 可以是函数 $f(x)$ 的整个定义域,也可以是定义域的一部分).如果存在一个正数M,对于所有的$x \in (a,b)$,恒有 $|f(x)| \leqslant M$,则称函数 $f(x)$ 在(a,b) 内是有界的.如果不存在这样的正数 M,则称 $f(x)$ 在(a,b) 内是无界的.

15. 反函数

设 $y = f(x)$ 是定义在 $D(f)$ 上的一个函数,值域为 $Z(f)$,如果对每一个 $y \in Z(f)$,使有一个确定的且满足 $f(x) = y$ 的$x \in D(f)$ 与之对应,其对应规则记作 f^{-1},这个定义在 $Z(f)$ 上的函数 $x = f^{-1}(y)$ 称为 $y = f(x)$ 的反函数.

16. 复合函数

设函数 $y = f(u)$ 的定义域为 $D(f)$,若函数 $u = \varphi(x)$ 的值域为 $Z(\varphi)$,$Z(\varphi) \cap D(f)$ 非空,则称 $y = f[\varphi(x)]$ 为复合函数.

17. 初等函数

(1) 常数:$y = c$

(2) 幂函数:$y = x^{\alpha}$(α 为任何实数)

(3) 指数函数:$y = a^{x}$($a > 0, a \neq 1$)

(4) 对数函数:$y = \log_{a}x$($a > 0, a \neq 1$)

(5) 三角函数:$y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x, y = \sec x, y = \csc x$

(6) 反三角函数:$y = \arcsin x, y = \arccos x y = \arctan x$

$y = \operatorname{arccot} x, y = \operatorname{arcsec} x, y = \operatorname{arccsc} x$

18. 函数图形的简单组合与变换

(1) 迭加:$y = f(x) + g(x)$

(2) 翻转:$y = - f(x)$

(3) 放缩:$y = kf(x)$

(4) 平移:$y = f(x) + c$

二、习题一全解

(A)

1. 按下列要求举例:

(1) 一个有限集合

(2) 一个无限集合

(3) 一个空集

(4) 一个集合是另一个集合的子集

解:(1)VCD 机,DVD 机,录像机(包含 3 个元素);

(2) 全体奇数(无限多个元素);

(3) 小于 0 的正数(没有满足限定条件的元素);

(4)1981 年 9 月 20 日出生的人,1981 年 9 月出生的人(所有在 1981 年 9 月 20 日出生的人一定是在 1981 年 9 月出生的).

2. 用集合的描述法表示下列集合:

(1) 大于 5 的所有实数集合

(2) 方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的根的集合

(3) 圆 $x^2 + y^2 = 25$ 内部(不包含圆周)一切点的集合

(4) 抛物线 $y = x^2$ 与直线 $x - y = 0$ 交点的集合

解:用描述法描述集合时,应写清与集合中的元素有关的条件或法则.

(1)$A = \{x \mid x$ 为实数,且 $x > 5\}$

(2)$A = \{x \mid x^2 - 7x + 12 = 0\}$

(3)$A = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 < 25\}$

(4)$A = \{(x,y) \mid y = x^2$ 且 $x - y = 0\}$

注意:描述集合的具体形式时,应先写出集合中的元素所能抽象出的符号形式,然后再列出限制条件.

3. 用列举法表示下列集合:

(1) 方程 $x^2-7x+12=0$ 的根的集合

(2) 抛物线 $y=x^2$ 与直线 $x-y=0$ 交点的集合

(3) 集合 $\{x \mid |x-1| \leqslant 5$ 的整数$\}$

解:根据给出的集合中元素满足的条件,确定集合中的所有元素,注意不能遗漏.

(1) 求解方程 $x^2-7x+12=0$ 的根,根据一元二次方程的求根公式可以求得方程的两个根分别为 $x_1=3, x_2=4$,则集合可表示为 $A=\{3,4\}$.

(2) 求两条曲线交点的问题表现在方程中,就是求方程组的根的问题,因此抛物线 $y=x^2$ 与直线 $x-y=0$ 的交点为方程组

$$\begin{cases} y=x^2 & ① \\ y-x=0 & ② \end{cases}$$

的根将 ② 式代入 ① 式,得 $x=x^2$,则 $x_1=0, x_2=1$

则方程组的解为

$$\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=0 \end{cases} \text{和} \begin{cases} x_2=1 \\ y_2=1 \end{cases}$$

因此,集合可表示为 $A=\{(0,0),(1,1)\}$.

(3) 根据绝对值的性质,可知

$$\begin{aligned} A &= \{x \mid |x-1| \leqslant 5 \text{ 的整数}\} \\ &= \{x \mid -5 \leqslant x-1 \leqslant 5, x \text{ 为整数}\} \\ &= \{x \mid -4 \leqslant x \leqslant 6, x \text{ 为整数}\} \end{aligned}$$

则 $A=\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6\}$

4. 写出 $A=\{0,1,2\}$ 的一切子集.

解:$\varnothing$ 中不含任何元素,因此它是所有集合的子集,即 $\varnothing \subset A$;

仅由一个元素组成的集合且为 A 的子集的集合有:$\{0\},\{1\},\{2\}$,

由两个元素组成的集合且为 A 的子集的集合有:$\{0,1\},\{1,2\},\{0,2\}$,

由三个元素组成的集合且为 A 的子集的集合有:$\{0,1,2\}$.

$\therefore A=\{0,1,2\}$ 的一切子集为:$\varnothing,\{0\},\{1\},\{2\},\{0,1\},\{1,2\},\{0,2\},\{0,1,2\}$.

5. 设 $A=\{1,2,3\}, B=\{1,3,5\}, C=\{2,4,6\}$,求:

(1)$A \cup B$　　(2)$A \cap B$　　(3)$A \cup B \cup C$

(4)$A \cap B \cap C$　　(5)$A-B$

解:这道题的求解主要依据集合交、并、差运算的定义.

交运算的结果应该是由两个集合的所有公共元素组成的集合;

并运算的结果是由两个集合的所有元素构成的集合;

差运算的结果是属于第一个集合而不属于第二个集合的所有元素组成的集合.

(1)$A \cup B=\{1,2,3,5\}$

注意:列举法表示集合时,集合中的元素不应重复或遗漏.

(2)$A \cap B = \{1,3\}$

(3)$A \cup B \cup C = \{1,2,3,4,5,6\}$

(4)$A \cap B \cap C = \varnothing$

(5)$A - B = \{2\}$

6. 如果 $A = \{x \mid 3 < x < 5\}$,$B = \{x \mid x > 4\}$,求:

(1)$A \cup B$　　(2)$A \cap B$　　(3)$A - B$

解:在数轴上,分别作出集合A和集合B所代表的部分,就可以很直观的得到所求的集合.

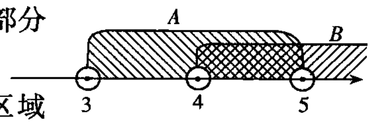


图 1－1

(1)$A \cup B$表现为图 1－1 中出现任意一种阴影的部分 $A \cup B = \{x \mid x > 3\}$;

(2)$A \cap B$在图 1－1 中表现为两阴影线交叉的区域 $A \cap B = \{x \mid 4 < x < 5\}$;

(3)$A - B$在图 1－1 中表现为出现A种阴影线但不出现B种阴影线的区域$A - B = \{x \mid 3 < x \leqslant 4\}$.

7. 设集合 $A = \{(x,y) \mid x + y - 1 = 0\}$,集合 $B = \{(x,y) \mid x - y + 1 = 0\}$,求 $A \cap B$.

解:本题求解主要依据交集的定义,两集合公共元素组成的集合,即两直线的交点.

$A \cap B = \{(x,y) \mid x + y - 1 = 0$ 且 $x - y + 1 = 0\} = \{(0,1)\}$

8. 如果$A = \{(x,y) \mid x - y + 2 \geqslant 0\}$

$B = \{(x,y) \mid 2x + 3y - 6 \geqslant 0\}$

$C = \{(x,y) \mid x - 4 \leqslant 0\}$

在坐标平面上标出 $A \cap B \cap C$ 的区域.

解:在同一坐标平面内分别作出各个集合所表示的区域,如图 1－2 所示.

集合A在坐标平面内代表的区域为直线$x - y + 2 = 0$及其右下方的区域;

集合B在坐标平面内代表的区域为直线$2x + 3y - 6 = 0$及其右上方的区域;

集合C在坐标平面内代表的区域为直线$x - 4 = 0$及其左边的区域.

$\therefore A \cap B \cap C$的区域即为$A$、$B$、$C$三个区域的公共部分,即带阴影的三角形区域.

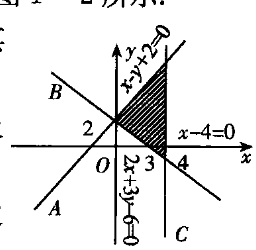


图 1－2

9. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,4,6\}$，

求：(1)$\overline{A}$　(2)$\overline{B}$　(3)$\overline{A}\cup\overline{B}$　(4)$\overline{A}\cap\overline{B}$

解：(1)$\overline{A}=\{4,5,6\}$　(2)$\overline{B}=\{1,3,5\}$

(3)$\overline{A}\cup\overline{B}=\{1,3,4,5,6\}$　(4)$\overline{A}\cap\overline{B}=\{5\}$

10. 已知 $A=\{a,3,2,4\}$，$B=\{1,3,5,b\}$，若 $A\cap B=\{1,2,3\}$，求 a 和 b.

解：交运算是求解两个集合的公共元素所组成的集合的运算，因此，$A\cap B=\{1,2,3\}$ 中的元素应该既出现在集合 A 中，又出现在集合 B 中.

$\because A\cap B\subset A$，$\therefore 1\in A$，则 $a=1$；

$\because A\cap B\subset B$，$\therefore 2\in B$，则 $b=2$.

11. 用集合运算律证明：$X\cup\overline{X\cap Y}\cup Y=U$.

证明：考虑各个运算的优先级，应首先计算$\overline{X\cap Y}$.

根据摩根律，得

$\overline{X\cap Y}=\overline{X}\cup\overline{Y}$

$\therefore X\cup\overline{X\cap Y}\cup Y=X\cup\overline{X}\cup\overline{Y}\cup Y$

由结合律，可以得出

$\therefore$ 原式 $=(X\cup\overline{X})\cup(\overline{Y}\cup Y)=U\cup U=U$，得证.

12. 如果 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{a,b,c\}$，求 $A\times B$.

解：$A\times B$ 是集合 A 与集合 B 的笛卡尔乘积的形式.

计算结果应该是所有的二元有序数组构成的集合的形式.

在求解时，依次取出集合 A 中的每一个元素，将其与集合 B 中的所有元素逐个组成二元有序数组，如(a,a)，(a,b)，(a,c)，(b,a)，$(b,b)\cdots$

注意：笛卡尔乘积的计算结果也是一个集合，且集合中的元素为二元有序数组，通常，这种集合的表示方法依赖于已给出的两个集合的表示方法. 例如，本题中的集合 A 和集合 B 都是采用列举法进行描述的，所以笛卡尔乘积也应该用列举法来进行描述，列举集合元素时，要避免重复和遗漏.

$\therefore A\times B=\{(a,a),(a,b),(a,c),(b,a),(b,b),(b,c),(c,a),(c,b),(c,c),(d,a),(d,b),(d,c)\}$

13. 如果 $X=Y=\{3,0,2\}$，求 $X\times Y$.

解：**注意**：笛卡尔乘积是以集合形式定义的，因此，在采用列举法描述笛卡尔乘积的时候，集合中的元素不能重复或遗漏.

则 $X\times Y=\{(3,0),(3,2),(0,2),(0,3),(2,3),(2,0),(3,3),(0,0),(2,2)\}$

14. 设集合 $A=\{$北京，上海$\}$，$B=\{$南京，广州，深圳$\}$，求 $A\times B$ 与 $B\times A$.

解：笛卡尔乘积一般不满足交换律，集合由二元有序数组构成，应注意各元素中数组元素的有序性.

$A\times B=\{$(北京,南京),(北京,广州),(北京,深圳),(上海,南京),(上海,广州),(上海,深圳)$\}$

$B\times A=\{$(南京,北京),(南京,上海),(广州,北京),(广州,上海),(深圳,北京),(深圳,上海)$\}$

15. 设集合 $X=\{x_1,x_2,x_3\}$,$Y=\{y_1,y_2\}$,$Z=\{z_1,z_2\}$,求 $X\times Y\times Z$.

解:三个集合的笛卡尔乘积的运算规则与两个集合求笛卡尔乘积的情形相同,只是将原来的二元有序数组替换为三元有序数组,我们可以分步求解.

首先,计算 $X\times Y$

$X\times Y=\{(x_1,y_1),(x_1,y_2),(x_2,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_1),(x_3,y_2)\}$

然后将计算结果与集合 Z 做笛卡尔乘积,得

$X\times Y\times Z=\{(x_1,y_1,z_1),(x_1,y_1,z_2),(x_1,y_2,z_1),(x_1,y_2,z_2),(x_2,y_1,z_1),(x_2,y_1,z_2),(x_2,y_2,z_1),(x_2,y_2,z_2),(x_3,y_1,z_1),(x_3,y_1,z_2),(x_3,y_2,z_1),(x_3,y_2,z_2)\}$

16. 解下列不等式:

(1)$x^2<9$　　(2)$|x-4|<7$　　(3)$0<(x-2)^2<4$

(4)$|ax-x_0|<\delta$　$(a>0,\delta>0,x_0$ 为常数)

解:利用绝对值的性质,可得

(1)$x^2<9$ 有 $|x|<3$,则 $-3<x<3$

(2)$|x-4|<7$ 有 $-7<x-4<7$,则 $-3<x<11$

(3)$0<(x-2)^2<4$ 有 $0<|x-2|<2$

则$\begin{cases}-2<x-2<2\\x\neq 2\end{cases}$即$\begin{cases}0<x<4\\x\neq 2\end{cases}$

(4)$|ax-x_0|<\delta$,$(a>0,\delta>0,x_0$ 为常数) 有 $-\delta<ax-x_0<\delta$

则 $x_0-\delta<ax<x_0+\delta$ 即$\dfrac{x_0-\delta}{a}<x<\dfrac{x_0+\delta}{a}(a>0,\delta>0,x_0$ 为常数)

17. 用区间表示满足下列不等式的所有 x 的集合:

(1)$|x|\leqslant 3$　　(2)$|x-2|\leqslant 1$

(3)$|x-a|<\varepsilon(a$ 为常数,$\varepsilon>0)$

(4)$|x|\geqslant 5$　　(5)$|x+1|>2$

解:利用绝对值的性质先将不等式化简,然后根据区间的定义将不等式转化为与之对应的各种区间的形式.

(1)$|x|\leqslant 3$ 有 $-3\leqslant x\leqslant 3$,则 $x\in[-3,3]$

(2)$|x-2|\leqslant 1$ 有 $-1\leqslant x-2\leqslant 1$ 即 $1\leqslant x\leqslant 3$,则 $x\in[1,3]$

(3)$|x-a|<\varepsilon(a$ 为常数,$\varepsilon>0)$

有 $-\varepsilon<x-a<\varepsilon$ 即 $a-\varepsilon<x<a+\varepsilon$,则 $x\in(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$