

基于状态转移的 组合优化方法

王正元 著



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

基于状态转移的 组合优化方法

王正元 著



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

内容简介

本书介绍了优化方法的相关概念、函数优化方法和启发式组合优化方法,重点阐述了基于状态转移的组合优化方法,并介绍了使用基于状态转移的组合优化方法研究 0/1 背包问题、加工排序问题、旅行推销员问题以及武器-目标分配问题求解方法的成果。

本书可作为优化技术相关专业高年级本科生、研究生的教学、辅导用书,也可作为相关科研工作者和技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

基于状态转移的组合优化方法/王正元著. —西安:西安交通大学出版社,2010.8

ISBN 978-7-5605-3587-6

I. ①基… II. ①王… III. ①最优化算法 IV. ①O224

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 139661 号

书 名 基于状态转移的组合优化方法
著 者 王正元
责任编辑 叶涛 刘雅洁

出版发行 西安交通大学出版社
(西安市兴庆南路 10 号 邮政编码 710049)
网 址 <http://www.xjtupress.com>
电 话 (029)82668357 82667874(发行中心)
(029)82668315 82669096(总编办)
传 真 (029)82668280
印 刷 陕西向阳印务有限公司

开 本 880mm×1230mm 1/32 印张 8.5 字数 241 千字
版次印次 2010 年 8 月第 1 版 2010 年 8 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5605-3587-6/O·343
定 价 17.00 元

读者购书、书店添货、如发现印装质量问题,请与本社发行中心联系、调换。

订购热线:(029)82665248 (029)82665249

投稿热线:(029)82664954

读者信箱:jdldy@Yahoo.cn

版权所有 侵权必究

前 言

随着社会的发展,出现了大量组合优化问题,如资源配置、生产调度、VLSI 技术、指挥控制等,迫切需要对这些问题进行快速、高效地求解。一般情况下,由于组合优化问题的可行解的数量随问题规模增大呈指数增长趋势,难以用较短时间精确求解较大规模的组合优化问题,人们只好采用简单的启发式方法获得问题的近似解,如贪婪算法、局部搜索方法等,这些简单的启发式方法对改进解的质量影响有限。从 20 世纪 80 年代开始,人们对现有方法存在的不足进行分析,并借鉴自然界的相关规律,陆续提出了一些新的优化算法,如模拟退火、禁忌搜索、遗传算法、神经网络、粒子群算法和蚁群算法等。这些方法的共同目标是减少搜索量、提高搜索效率。为达到这一目标,不同方法从各个角度完善搜索策略,希望能够得到最优解。依据“没有免费的午餐”定理,为了得到更好的解,就得付出更大的代价。如导引式局部搜索方法,求解时随着近似解的改进修改目标函数,使用同一种搜索方法就能得到更好的近似解,但是计算量成倍增加。如果利用问题的领域知识,可以设计更加快速高效的算法。如 Pisinger 等人提出了某些条件下 0/1 背包问题的快速精确求解方法,可以在很短的时间内获得问题的最优解;改进的 Lin-Kernighan 方法可以快速求取旅行推销员问题高质量的近似解。因此,怎样利用问题的领域知识设计更加有效的算法是组合优化方法研究的重点。

基于状态转移的组合优化方法是一种研究组合优化方法的方法。对于一个组合优化问题,它的状态用问题的近似解及其目标函数值、最优解中元素集、非最优解中元素集、不同情况下问题的目标函数值的界等六个元素描述。不同状态下获得的知识不同,利用这些知识可实现问题的转化。随着状态的转移,一个复杂的组合优化问题将转化为一个相对简单的问题。为了获得问题的快速高质量近似解法,甚至是快速精确求解方法,基于状态转移的组合优化方法综合利用现有近似求解方法、定界算法、降维方法和精确求解方法,结合问题的领域知识构造它的基

于状态转移的求解方法。

优化理论、模型的内容很多,国内、外已经出版了一些教材、专著,介绍了函数优化理论和现代优化方法,这些文献偏重于引导读者使用现有方法,而不是设计更高效率的优化方法。

本书内容既包含函数优化方法,又包含组合优化方法。重点突出不同方法的基本理论与基本思想。重点是基于状态转移的组合优化方法,针对加工排序问题、0/1 背包问题、旅行推销员问题和武器-目标分配问题研究了相应的求解方法。

基于状态转移的组合优化方法是一种综合方法,它的各个子内容仍然处于不断发展与完善中,随着科技进步,更多新方法将融入该方法,用于解决各领域的组合优化问题。

感谢国防科技大学谭跃进教授、汪浩教授和王正明教授等给予的热心指导和建议,感谢中科院武汉数学与物理研究所范文涛研究员等人的支持与鼓励。本书的完成得到第二炮兵工程学院专著基金资助,在此表示衷心感谢。

由于作者水平有限,恳请读者对本书中不足之处批评指正。

王正元
2009 年 8 月

目 录

前言

第 1 章 概述	(1)
1.1 最优化问题及其分类	(1)
1.1.1 函数优化问题	(2)
1.1.2 组合优化问题	(3)
1.2 优化方法	(4)
1.3 邻域、计算复杂性与 NP	(7)
1.3.1 邻域	(7)
1.3.2 计算复杂性	(9)
1.3.3 P、NP、NP-hard 与 NPC	(10)
1.4 近似求解方法及其评价	(11)
1.4.1 近似求解方法	(11)
1.4.2 基于目标函数值的评价方法	(12)
1.4.3 基于计算时间的评价方法	(13)
1.4.4 近似方法的综合评价	(14)
第 2 章 函数优化方法	(16)
2.1 凸集与凸函数	(16)
2.1.1 凸集	(16)
2.1.2 凸函数	(17)
2.2 线性规划	(19)
2.2.1 线性规划问题及其数学模型	(19)
2.2.2 基本概念	(21)
2.2.3 线性规划问题的解的特点	(22)
2.2.4 单纯形法	(22)

2.3	一维搜索方法	(25)
2.3.1	0.618 法	(26)
2.3.2	二分法	(27)
2.3.3	插值法	(28)
2.3.4	五点法	(31)
2.4	无约束函数优化方法	(33)
2.4.1	梯度法	(34)
2.4.2	共轭梯度法	(34)
2.4.3	变尺度法	(35)
2.4.4	步长加速法	(36)
2.5	有约束函数优化方法	(37)
2.5.1	最优性条件	(38)
2.5.2	二次规划	(40)
2.5.3	可行方向法	(41)
2.6	动态规划方法	(42)
2.6.1	基本概念	(42)
2.6.2	最优性原理与动态规划的基本方程	(44)
第 3 章	组合优化方法	(48)
3.1	启发式方法	(48)
3.1.1	一步启发式方法	(48)
3.1.2	重复迭代搜索方法	(50)
3.1.3	常用的启发式策略	(51)
3.2	模拟退火	(57)
3.2.1	模拟退火的起源	(57)
3.2.2	模拟退火算法	(57)
3.2.3	模拟退火算法的关键问题	(60)
3.3	禁忌搜索	(62)
3.3.1	禁忌搜索的思想起源	(62)
3.3.2	禁忌搜索算法	(62)
3.3.3	禁忌搜索算法的关键问题	(63)
3.4	遗传算法	(65)

3.4.1	遗传算法的起源	(65)
3.4.2	遗传算法及其基本原理	(66)
3.4.3	遗传算法的关键问题	(71)
3.5	粒子群算法	(74)
3.5.1	粒子群算法的起源	(74)
3.5.2	原始粒子群算法	(75)
3.5.3	标准粒子群算法	(77)
3.5.4	粒子群算法的关键问题	(78)
3.6	神经网络方法	(79)
3.6.1	绪言	(79)
3.6.2	Hopfield 神经网络	(82)
3.6.3	弹性网络	(86)
3.7	混合优化算法	(88)
第 4 章	基于状态转移的组合优化方法	(91)
4.1	基于状态转移的组合优化方法的起源与发展	(91)
4.1.1	基于状态转移的组合优化方法的起源	(91)
4.1.2	基于状态转移的组合优化方法研究与发展	(93)
4.2	基于状态转移的组合优化方法的概念与思想	(94)
4.2.1	基于状态转移的组合优化方法的基本概念	(94)
4.2.2	基于状态转移的组合优化方法的基本思想	(98)
4.2.3	基于状态转移的组合优化方法的主要内容	(100)
4.3	问题分类方法	(100)
4.4	定界算法	(102)
4.4.1	线性规划松弛方法	(103)
4.4.2	代理松弛方法	(104)
4.4.3	拉格朗日松弛算法	(105)
4.4.4	删除约束方法	(106)
4.4.5	小结	(107)
4.5	降维方法	(108)
4.5.1	利用当前最优解与上界(下界)相比较的降维方法	(108)

4.5.2	利用元素间的关系进行降维	(109)
4.5.3	基于特征值的降维方法	(110)
4.5.4	把问题分解成多个子问题的降维方法	(111)
4.5.5	基于推理的降维方法	(113)
4.5.6	基于评价函数的降维方法	(115)
4.5.7	小结	(116)
4.6	改进近似解的方法	(117)
4.6.1	改进近似解的方法	(118)
4.6.2	获取较好的近似求解方法、定界算法的一般思路 ...	(119)
4.7	精确求解方法	(120)
4.7.1	网络方法	(120)
4.7.2	深度优先搜索方法	(122)
4.7.3	广度优先搜索方法	(124)
4.7.4	启发式规则与深度优先搜索方法、广度优先搜索方法 结合的方法	(124)
4.7.5	启发式深度-广度优先搜索方法	(125)
4.7.6	小结	(129)
第 5 章	同顺序加工调度问题的求解方法	(130)
5.1	引言	(130)
5.2	三机床同顺序加工调度问题的下界	(131)
5.3	三机床同顺序加工调度问题的近似求解方法	(134)
5.3.1	选择后续工件应考虑的因素	(134)
5.3.2	选择后续工件的评价函数	(136)
5.3.3	参数调整	(137)
5.3.4	解的评价	(138)
5.3.5	三机床同顺序加工调度问题的求解步骤与计算量	(138)
5.3.6	实验结果	(139)
5.4	一般同顺序加工调度问题的近似求解方法	(141)
5.4.1	三机床同顺序加工调度问题的求解方法的推广	(141)
5.4.2	NEH 方法	(142)

5.4.3	使用迭代改进方法时初始解对解的影响	(143)
5.4.4	同顺序加工调度问题的问题求解的近似方法	(144)
5.4.5	实验结果	(146)
5.4.6	小结	(148)
5.5	同顺序加工调度问题的精确求解方法	(148)
5.5.1	求解同顺序加工调度问题的启发式广度-深度优先搜索方法	(148)
5.5.2	加工总时间的计算	(149)
5.5.3	求解同顺序加工调度问题的启发式双侧广度优先搜索方法	(150)
5.5.4	实验结果分析	(152)
5.6	小结	(154)
第 6 章	0/1 背包问题的精确求解方法	(156)
6.1	引言	(156)
6.2	0/1 背包问题的上界算法	(157)
6.2.1	求取物品价值与重量强线性相关的 0/1 背包问题的上界算法	(158)
6.2.2	线性松弛方法	(158)
6.2.3	求取物品价值与重量线性相关的 0/1 背包问题的上界算法	(159)
6.2.4	求取第二类背包问题的上界算法	(160)
6.3	简化方法	(174)
6.3.1	降维方法	(175)
6.3.2	改善近似解的方法	(178)
6.3.3	简化 0/1 背包问题的步骤	(179)
6.4	0/1 背包问题的精确求解方法	(179)
6.5	实验结果	(182)
6.6	小结	(184)
第 7 章	旅行推销员问题求解方法	(185)
7.1	引言	(185)
7.2	旅行推销员问题的特点	(186)

7.3	最小 1-树与旅行推销员问题	(187)
7.3.1	最小 1-树与旅行推销员问题的下界	(187)
7.3.2	基于最小 1-树的权值矩阵变换方法	(188)
7.3.3	基于最小 1-树的初始解	(191)
7.4	边对权值	(192)
7.4.1	α -度量	(192)
7.4.2	边对与边对权值	(194)
7.5	旅行推销员问题的近似求解方法	(197)
7.5.1	近邻法	(197)
7.5.2	加权法	(198)
7.5.3	LKH 算法	(200)
7.5.4	MLKH 方法	(202)
7.5.5	基于边对权值的旅行推销员问题求解方法	(203)
7.6	降维方法	(204)
7.6.1	基于特征值的降维方法	(205)
7.6.2	基于推理的降维方法	(205)
7.6.3	基于下界的降维方法	(208)
7.6.4	基于问题分解的降维方法	(209)
7.7	旅行推销员问题的精确求解方法	(209)
7.8	小结	(212)
第 8 章	武器-目标分配问题求解方法	(213)
8.1	引言	(213)
8.2	静态武器-目标分配问题求解方法	(214)
8.2.1	静态武器-目标分配问题的定界算法	(215)
8.2.2	静态武器-目标分配问题求解的仿真方法	(218)
8.2.3	静态武器-目标分配问题求解的启发式方法	(223)
8.3	坦克战中武器-目标分配问题求解方法	(227)
8.3.1	坦克战中武器-目标分配问题	(227)
8.3.2	坦克战中动态武器-目标分配问题的求解方法	(232)
8.3.3	动态武器-目标分配问题求解步骤	(234)
8.3.4	实验结果分析	(235)

8.3.5	小结	(236)
8.4	目标选择方法	(237)
8.4.1	目标优先权的确定	(237)
8.4.2	只考虑对方威胁的目标选择方法	(240)
8.4.3	考虑命中概率、目标毁伤情况和对方威胁的目标选择 方法	(243)
8.4.4	目标选择模型求解方法	(244)
8.4.5	小结	(251)
8.5	坦克作战中的弹药选择模型	(251)
8.5.1	坦克战中弹药选择的依据	(252)
8.5.2	弹药选择过程的量化	(253)
8.6	小结	(255)
参考文献		(256)

第 1 章 概述

优化方法是解决工程中出现的优化问题的方法,以便做出最合理的规划、选择最佳策略或者获得最佳方案。伴随着社会的发展,优化方法广泛应用于各个领域,如火力分配、生产调度、系统控制、资源优化、模式识别等。由于对优化方法的研究可以进一步改进、完善优化方法,形成算法体系,并且优化方法的应用将带来显著的效益,因而优化方法研究具有重要的理论意义和应用价值。由于优化问题千差万别,求解不同类型的优化问题采用的优化方法也将不同。任何一种优化方法不一定能解决所有优化问题,都存在自身的应用范围和不足。本书将介绍一些重要的优化方法及其思想,引导读者针对具体问题更好地设计、选择较好的优化方法。

1.1 最优化问题及其分类

根据最优化问题中变量的取值范围可以把优化问题分为函数优化问题与组合优化问题两大类。而根据不同分类准则又可以把优化问题分成不同类别,如图 1.1.1 所示。

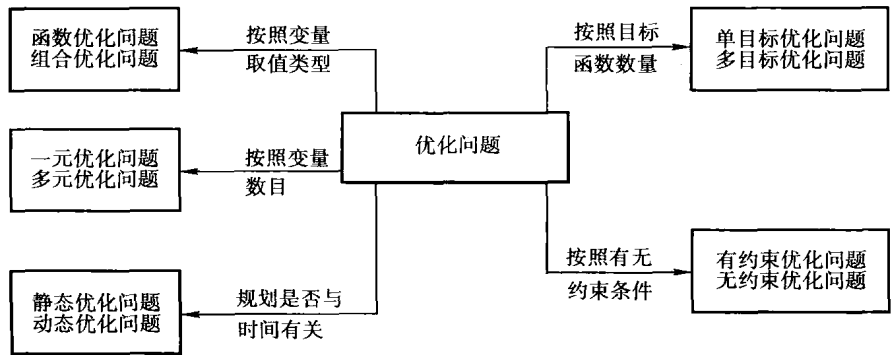


图 1.1.1 优化问题分类

1.1.1 函数优化问题

函数优化问题可以用一个四元组描述如下:

$$\langle G, F, D, opt \rangle \quad (1.1)$$

其中 F 表示约束函数集, G 表示目标函数(集), D 表示变量取值范围, $opt \in \{\max, \min\}$ 表示最大化或者最小化目标函数。

例 1.1.1 对于线性优化问题(1.2)

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s. t.} \quad &x_1 + x_2 \leq 7 \\ &3x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

这里 $z = 2x_1 + 3x_2$ 为目标函数, x_1, x_2 为决策变量, 不等式 $x_1 + x_2 \leq 7$, $3x_1 + 2x_2 \leq 12$ 为约束条件。使用函数优化问题的描述方法表示为 $\langle G, F, D, opt \rangle$, 其中

$$G: z = 2x_1 + 3x_2$$

$$F = \{x_1 + x_2 \leq 7, 3x_1 + 2x_2 \leq 12, x_1, x_2 \geq 0\}$$

$$D = \{(x_1, x_2) | x_1 + x_2 \leq 7, 3x_1 + 2x_2 \leq 12, x_1, x_2 \geq 0\}$$

$$opt = \max$$

一般而言, 优化问题都会有约束条件, 如例 1.1.1 中线性优化问题。如果没有约束条件, 就是无约束优化问题, 例如优化问题(1.3)

$$\min x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 \quad (1.3)$$

优化问题(1.2)、(1.3)都是静态优化问题, 下面看一个动态优化问题。

例 1.1.2 图 1.1.2 中两点之间连线上的数字表示两点间的距离, 求一条从点①到点⑤的线路, 使得从点①到点⑤的距离最短。

从例 1.1.2 不难看出, 求取一条线路使得从节点①到节点⑤的距离最短时, 可以把问题求解分为几个阶段, 每一个阶段都要做出决策, 使得整个过程达到最好的效果。这种决策过程一般都与

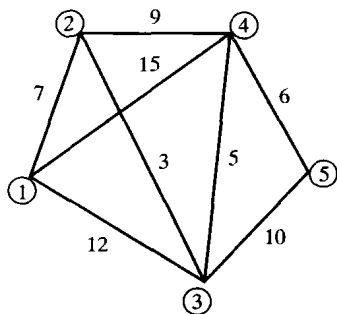


图 1.1.2 管道布线网络图

时间有关,决策依赖于当前状态并引发状态转移,形成的决策序列就是在变化的状态中产生的,具有动态的意义,因而这类优化问题称为动态优化问题。对于不随时间变化的优化问题,就称为静态优化问题。有时引入时间因素也能把静态优化问题转化为动态优化问题。

1.1.2 组合优化问题

组合优化问题(Combinatorial optimization problem,简称 COP)以最优化决策变量的一个函数为目标,这些变量本身只能取离散值,并且还可能受一些约束条件的限制。实际上,组合优化问题的目标就是寻找离散事件的最优编排、分组、次序或筛选等。最小化目标函数值的组合优化问题可以表示为

$$\begin{aligned} \min & f(x) \\ \text{s. t. } & g_i(x) \geq b_i, i = 1, \dots, m \\ & x \in X \subset \mathbf{R}^n \end{aligned} \quad (1.4)$$

与函数优化问题类似,组合优化问题 Q 可以描述成一个五元组

$$Q = \langle I, C, Y, F, opt \rangle \quad (1.5)$$

其中 I 表示问题 Q 的输入数据组成的集合; C 表示可行解中元素组成的集合; Y 是问题 Q 的可行解组成的集合; F 是 Q 的可行解对应目标函数值组成的集合, $opt \in \{\max, \min\}$ 表示问题 Q 是一个最大化问题还是最小化问题。

例 1.1.3 0/1 背包问题中给定 n 件物品,任意物品 i 的重量、价值分别为 w_i, c_i , 怎样选择一些物品装入容量为 v 的背包中,使得装入物品的总价值最大,如图 1.1.3 所示。

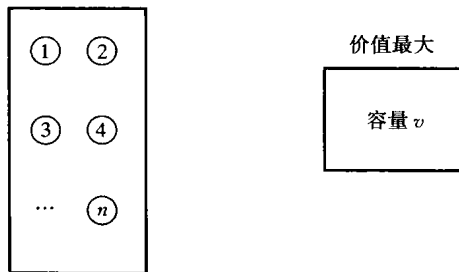


图 1.1.3 0/1 背包问题示意图

0/1 背包问题使用五元组表示时,各分量可以表示为

$$I = \{w_1, w_2, \dots, w_n; c_1, c_2, \dots, c_n; v\}$$

$$C = \{(w_i, c_i) \mid w_i \leq v, i = 1, 2, \dots, n\}$$

$$Y = \{y \mid y = \{(w_{r_i}, c_{r_i}) \mid \sum_i w_{r_i} \leq v; 1 \leq r_i \leq n\}\}$$

$$F = \{f \mid f = \sum_i c_{r_i}, (w_{r_i}, c_{r_i}) \in y, y \in Y\}$$

$$opt = \max$$

组合优化是运筹学的一个重要分支。典型的组合优化问题有 0/1 背包问题,旅行推销员问题,加工调度问题,武器-目标分配问题,图着色问题等。

武器-目标分配问题(Weapon-target assignment,简称 WTA)的基本提法是 W 个武器平台受到 T 个目标(一种具备攻击能力的武器)的攻击,第 j 个目标对第 k 个武器平台的毁伤概率是 p_{kj} ;第 k 个武器平台的重要性为 w_k ,并且有 m_k 件武器可用于防御,它的第 i 件武器对第 j 个目标的毁伤概率是 γ_{kij} ;在对第 j 个目标进行还击时最多使用 W 个武器平台上的 n_j 件武器。WTA 求解目标就是确定武器分配方案使得己方损失最少。

旅行推销员问题的一般提法是给定 n 个城市(节点)以及任意两个城市之间的距离,确定一条经过每一个城市仅一次的回路,使得回路长度最短。例如,在图 1.1.2 中,从节点①出发,依次经过节点④、⑤、③、②,最后回到节点①,就是一条最短回路,回路长度为 41。

从 0/1 背包问题、武器-目标分配问题和旅行推销员问题等不难看出,组合优化问题具有以下显著特点:

- (1) 组合优化问题的决策变量取值数目有限;
- (2) 组合优化问题的解的数目是有限的;
- (3) 组合优化问题可用整数规划模型描述;
- (4) 简单的组合优化问题是可以求解的。

1.2 优化方法

优化方法是用于求解最优化问题的方法。优化方法一般根据问题

的固有特性进行设计,不同类型的优化问题都有较为合适的求解方法。下面先结合优化问题的类别给出相应的优化方法,再分析优化方法的特点。

线性优化问题一般采用单纯形法求解,非线性优化问题则用非线性优化方法求解,而动态优化问题主要采用动态规划方法求解。下面简略介绍不同优化问题求解方法,具体情况如表 1.2.1 所示。

表 1.2.1 优化问题及其求解方法

优化问题类别	优化方法
线性函数优化问题	单纯形法
无约束非线性函数优化问题	梯度法、共轭梯度法、变尺度法、步长加速法
有约束非线性函数优化问题	可行方向法、制约函数法
动态优化问题	动态规划方法
多目标优化问题	多目标函数化为单目标函数求解
组合优化问题	反复试验法(trial and error),主要是启发式方法,包括一步启发式算法、迭代改进算法、解空间松弛算法、禁忌搜索方法、模拟退火方法、遗传算法、蚁群算法、粒子群算法、神经网络方法以及混合方法

由于函数优化问题的决策变量一般为连续取值变量,因此函数优化方法一般利用函数的连续性、可微分等特性把相对复杂的优化问题化为简单的问题处理。总的来说,函数优化方法呈现以下特点:

- (1) 多目标函数优化问题化为单目标函数优化问题求解;
- (2) 多阶段优化问题按照单阶段优化问题求解思想逐步求解;
- (3) 多元非线性函数优化问题按照一元函数优化问题求解思想逐步求解;
- (4) 非线性函数优化问题转化为线性函数优化问题求解;
- (5) 有约束优化问题转化为无约束优化问题求解。

不同函数优化方法的基本思想如表 1.2.2 所示。