



全国高等院校土建类专业实用型规划教材

材料力学

CAILIAO LIXUE

王吉民 主编



中国电力出版社
www.cepp.com.cn

全书共分 11 章，包含了材料力学课程中的基本内容和有关专题部分，内容包括：绪论，拉伸、压缩与剪切，扭转，弯曲内力，弯曲应力，弯曲变形，应力、应变分析和强度理论，组合变形，压杆稳定，能量法，动荷载及交变应力，截面的几何性质等。

本教材主要面向土木工程专业的本科学生，可作为高等学校相关专业的教材，也可供成人教育的有关专业的学生和工程技术人员参考。

学大粹林

图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学/王吉民主编. —北京：中国电力出版社，2010.2

全国高等院校土建类专业实用型规划教材

ISBN 978 - 7 - 5083 - 9673 - 6

I. ①材… II. ①王… III. ①材料力学 - 高等学校 - 教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 208922 号

中国电力出版社出版发行

北京三里河路 6 号 100044 <http://www.cepp.com.cn>

责任编辑：关童 E-mail: tong-guan@ydm.sgcc.com.cn

责任印制：郭华清 责任校对：李楠

北京市铁成印刷厂印刷 · 各地新华书店经售

2010 年 8 月第 1 版 · 第 1 次印刷

印数：0001 ~ 3000 册

787mm × 1092mm 1/16 · 17.25 印张 · 414 千字

定价：32.00 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签，加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

本社购书热线电话（010 - 88386685）



前　　言

本教材的教学内容是在参照国内各院校土木工程专业现行教学计划基本上编写的。为了适应土木工程专业“材料力学”课程的教学需要，突出实用型和应用型，贯彻以必须、够用为度的原则，在编写过程中力求做到内容精简，由浅入深，联系工程实际；从整体上理顺构架，优化内容体系，克服不必要的重复，既防止脱节又节省学时；在文字的阐述方面尽量做到通顺易懂，便于自学，把握好课程的知识点。采用本教材时，可根据不同层次的教学要求，对内容酌情取舍。

本教材除了重视加强基本概念、基本理论、基本方法的训练外，还及时反映了现代工程科技的一些新成果，注重标准规范内容的及时更新。附录 C 中的热轧型钢使用了 2008 版国家标准的新数据。在编写的过程中，参考了近年来国内外一些著名的材料力学教材、习题集和试题，在此一并致以衷心地感谢。

本教材是全国高等院校土建类专业实用型规划教材。本书是从工程实践中提出问题，对传统教材的教学内容进行了认真地取舍，在保障课程体系完善的前提下，教材删繁就简，层次清晰，力求符合教与学的规律。

全书共分 11 章，包含了材料力学课程中的基本内容和有关专题部分，内容包括：绪论，拉伸、压缩与剪切，扭转，弯曲内力，弯曲应力，弯曲变形，应力、应变分析和强度理论，组合变形，压杆稳定，能量法，动荷载及交变应力，截面的几何性质等。

本教材主要面向土木工程专业的本科学生，可作为高等学校相关专业的教材，也可供成人教育的有关专业的学生和工程技术人员参考。

本教材由王吉民主编，王小岗、杜留记、王静担任副主编，孙炳楠担任主审。教材的编写分工为：王吉民，第 1、4 章和附录 B、附录 C；王小岗，第 5 章；杜留记，第 2、3 章；王静，第 11 章、附录 A；任倩，第 7 章；金辉，第 6、8 章；姜凤华，第 10 章；陈合龙，第 9 章。本教材由王吉民统稿，王小岗负责第 5 章、第 6 章、第 8 章、第 9 章、第 10 章的审稿工作。

由于编者的水平有限，书中难免存在不少缺点和不妥之处，恳请广大师生和读者批评指正。

编　者

目 录

前言

第1章 绪论	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 可变形固体的性质及基本假设	2
1.3 内力、截面法和应力的概念	3
1.4 变形与应变	5
1.5 杆件的几何特征及其基本变形形式	6
习题	8
第2章 拉伸、压缩与剪切	9
2.1 轴向拉伸和压缩的概念与实例	9
2.2 轴向拉伸和压缩时的内力和应力	10
2.3 材料拉伸和压缩时的力学性能	14
2.4 轴向拉伸和压缩时的强度计算	20
2.5 轴向拉伸和压缩时的变形	23
2.6 轴向拉伸和压缩时的应变能	26
2.7 简单拉压超静定问题	28
2.8 应力集中的概念	35
2.9 剪切与挤压的实用计算	36
习题	39
第3章 扭转	44
3.1 扭转的概念和实例	44
3.2 外力偶矩的计算 扭矩和扭矩图	45
3.3 纯剪切	48
3.4 圆杆扭转时的应力	50
3.5 圆杆扭转时的变形	56
3.6 圆杆扭转时的应变能	59
3.7 非圆截面杆的扭转	60
习题	61
第4章 弯曲内力	65
4.1 弯曲的概念及梁的计算简图	65

4.2 剪力和弯矩 剪力图和弯矩图	67
4.3 剪力、弯矩与荷载集度间的关系	73
4.4 用叠加法作梁的弯矩图	75
4.5 平面刚架和曲杆的内力图	77
习题	78
第5章 弯曲应力	81
5.1 纯弯曲时的正应力	81
5.2 横力弯曲时的正应力	84
5.3 弯曲切应力	90
5.4 提高弯曲强度的措施	96
习题	99
第6章 弯曲变形	106
6.1 梁的位移——挠度和转角	106
6.2 梁的挠曲线微分方程	107
6.3 用积分法求梁的位移	108
6.4 用叠加法求梁的位移	112
6.5 梁内的弯曲应变能	114
6.6 简单超静定梁	116
6.7 梁的刚度条件与合理刚度设计	117
习题	118
第7章 应力、应变分析和强度理论	125
7.1 点的应力状态	125
7.2 平面应力状态分析——解析法	127
7.3 平面应力状态分析——图解法	132
7.4 空间应力状态分析简介	136
7.5 材料物理性关系	137
*7.6 平面应变状态分析	142
7.7 强度理论概述	146
7.8 四种常用强度理论	146
*7.9 莫尔强度理论	151
习题	152
第8章 组合变形	156
8.1 概述	156
8.2 斜弯曲	157
8.3 拉伸（压缩）与弯曲的组合	159

8.4 扭转与弯曲的组合	163
习题	167
第 9 章 压杆稳定	173
9.1 压杆稳定的概念	173
9.2 两端饺支细长压杆的临界荷载	174
9.3 其他支承条件下细长压杆的临界压力	176
9.4 欧拉公式的应用范围 经验公式和临界应力总图	178
9.5 压杆稳定条件与合理设计	181
习题	184
第 10 章 能量法	188
10.1 概述	188
10.2 应变能和余能	188
10.3 卡氏定理	196
10.4 莫尔积分法	200
习题	203
第 11 章 动荷载及交变应力	208
11.1 动静法的应用	208
11.2 构件受冲击荷载作用时的动应力计算	211
11.3 交变应力和疲劳破坏	215
11.4 $S-N$ 曲线和疲劳极限	218
11.5 钢结构构件及其连接的疲劳计算	220
习题	223
附录 A 截面的几何性质	226
A.1 静矩和形心	226
A.2 极惯性矩 惯性矩 惯性积	228
A.3 平行移轴公式	230
A.4 转轴公式 主惯性轴	233
习题	236
附录 B 简单荷载作用下的挠度和转角	239
附录 C 型钢规格表 (热轧型钢 GB/T 706—2008)	241
习题答案	254
参考文献	265

第1章

绪 论

材料力学主要研究弹性体受力后产生变形，以及由变形而产生的内力、应力，由此提出构件的强度要求、刚度要求和稳定性要求，在此基础上导出工程结构设计的基本方法。

材料力学的分析方法是在实验基础上，对问题做一些科学的假定，将复杂的问题加以简化，从而得到便于工程应用的理论与数学公式。

本章主要介绍材料力学的任务，变形固体的基本假设，内力、应力、变形等基本概念以及杆件变形的基本形式。

1.1 材料力学的任务

工程结构和机械通常都受到各种外力作用，如拦水坝受到的侧向水压力，厂房外墙受到的风压力，隧道受到的山体围岩压力，起重机的钢缆绳受到的起吊物的重力等，这些力统称为荷载。建筑物中承受荷载并起到骨架作用的部分称为结构。组成结构的单个组成部分统称为构件，如建筑物的梁和柱、机床的轴等。

为保证工程结构或机械的正常工作，每个构件都应当有足够的能力负担起应当承受的荷载。因此，它应该满足下述要求：

(1) **强度要求**。在规定荷载作用下，构件不能破坏。例如，房屋建筑物的横梁不能折断，隧道不能坍塌，储气罐不能破裂。强度要求就是指构件应有足够的抵抗破坏的能力。

(2) **刚度要求**。在规定荷载作用下，构件除满足强度要求外，还要求不能有过大的变形。例如，铁路桥梁在列车通过时若变形过大，则将影响列车的正常行驶，危及行车安全；车床主轴的变形过大将影响加工精度。刚度要求就是指构件应有足够的抵抗变形的能力。

(3) **稳定性要求**。有些细长的受压构件，如房屋中的柱、铁路桁架桥中的受压弦杆、千斤顶的螺杆等，在压力超过一定限度后会显著地压弯，甚至可能整体倒塌。稳定性要求就是指构件应有足够的保持原有平衡形态的能力。

在工程中为了保证每一构件具有足够的强度、刚度和稳定性要求，应该合理选择构件的材料、截面尺寸和形状。如果选用不当，将不能满足上述要求，从而不能保证结构的安全工作。但也不应不恰当地加大横截面尺寸或选用优质材料，这虽满足了上述要求，却增加了成本而造成浪费。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性要求的前提下，为设计既经济又安全的构件提供必要的理论基础和计算方法。

研究构件的强度、刚度和稳定性时，应了解材料在外力作用下表现出的变形和破坏等方面性能，即材料的力学性能，而力学性能要由实验来测定。此外，经过简化建立的理论是否可信，也要由实验来验证。尚无理论结果的问题，还要借助实验方法来解决。所以实验分析和理论研究同是材料力学解决问题的方法。

1.2 可变形固体的性质及基本假设

在理论力学中，曾把固体看作是绝对刚体。实际上，任何固体受力后都会发生变形——包括物体尺寸的改变和形状的改变。因此，这些材料统称为可变形固体。

固体受力后将产生变形，当荷载不超过某一限度，卸除荷载后变形可自行消失。固体材料在卸除荷载后恢复其原来的形状和尺寸大小的这种性质称为弹性。卸除荷载后能消失的变形称为弹性变形。在弹性变形过程中，若力与变形服从线性规律，称为线弹性变形；不服从线性规律的变形称为非线弹性变形。如果荷载超过了一定的限度，则材料在卸除荷载后只有部分变形可自行消失，部分变形不能消失而残留下来。材料的这种性质称为塑性，部分不能消失而残留下来的变形则称为塑性变形。

固体材料通常分为晶体和非晶体，其内部微观结构由于材料的不同而不同。在研究固体变形时，如果考虑这些微观结构上的差异，不仅在理论分析中会遇到极其复杂的数学问题和物理问题，而且在将理论应用于工程实际时也会带来极大的不便。因此，在材料力学中对可变形固体作了以下假设：

(1) 连续性假设。认为组成固体的物质无空隙地充满了固体的体积。实际上，组成固体的粒子之间存在着空隙并不连续。但这种空隙与构件的尺寸相比极其微小可以不计，从统计学的角度看可以认为固体在其整个体积内是连续的。根据这一假设，变形后的固体仍保持其连续性，即变形后的固体既不引起“空隙”，也不产生“挤入”现象。这样，描述构件应力和变形等物理量可表示为各点坐标的连续函数，从而有利于建立相应的数学模型。

(2) 均匀性假设。认为在固体内各点处的力学性能完全相同。实际上，组成构件的各个微粒或晶粒，彼此的性能并不完全相同。但因构件或它的任意一部分中都包含为数极多的晶粒，而且无规则地排列。固体每一部分的力学性能都是为数极多的晶粒的性能的统计平均值，所以可以认为各部分的力学性能是均匀的。这样，如从固体中任意地取出一部分，不论从何处取出，也不论大小，力学性能总是一样的。

(3) 各向同性假设。认为在固体内沿任何方向的力学性能都是相同的。就单一的金属晶粒来说，沿不同方向性能并不完全相同。但金属构件包含数量极多的晶粒，且又无序地排列，这样沿各个方向的性能就接近相同了。具有这种属性的材料称为各向同性材料。如铸钢、铸铜、玻璃等即为各向同性材料。

也有些材料沿不同方向性能并不相同，如木材、纤维织品和某些人工合成材料等，这类材料称为各向异性材料。

按照连续、均匀、各向同性假设而理想化了的变形固体成为理想变形固体。采用理想可变形固体模型不但使理论分析和计算得到了简化，而且计算所得的结果在大多数情况下能满足工程精度要求。

材料力学所研究的构件在承受荷载作用时，其变形与构件的原始尺寸相比通常甚小，可

以略去不计，这类变形称为小变形。所以，在研究构件的平衡和运动以及内部受力和变形等问题时，均可按构件的原始尺寸和形状进行计算。但是，在工程实际中也会遇到一些柔性构件，在荷载作用下其变形常常很大，这时必须按变形后的形状计算。对于大变形问题的研究，已超出了本书涉及的范围。

综上所述，在材料力学中是把实际材料看作均匀、连续、各向同性的可变形固体，且在大多数情况下限于弹性变形范围内和小变形条件下进行研究。

1.3 内力、截面法和应力的概念

1.3.1 内力与截面法

内力是指弹性体内部相邻部分之间的相互作用力。弹性体不受外力作用时，其内部各相邻质点之间已存在相互作用的内力，正是这种内力使各质点之间保持一定的相对位置，从而使弹性体具有一定的几何形状和尺寸。在外力作用下，弹性体发生变形，同时内部质点间的相对距离发生了改变，质点之间的相互作用力也随之改变。这种由外力作用引起弹性体内部作用力的改变量，称为附加内力，简称为内力。

为了分析弹性体在外力作用下 $m-m$ 截面上的内力 [图 1-1 (a)]，用平面假想地把弹性体分成左、右两部分。任取其中一部分，如左侧部分作为研究对象。根据均匀连续性假设，截面上的内力是连续分布的，在假想截开的 $m-m$ 截面上应存在着右侧部分材料对其作用的分布力 p [图 1-1 (b)]。这一分布力系是内部作用力，将其向截面内某点简化后获得主矢和主矩，记为 F 和 M ，通常称该合力和合力矩为截面上的内力。图 1-1 (c) 称为截面左侧分离体的分离体图，在该图中将外力和内力代入静力学平衡方程即可得到 $m-m$ 截面上的内力。

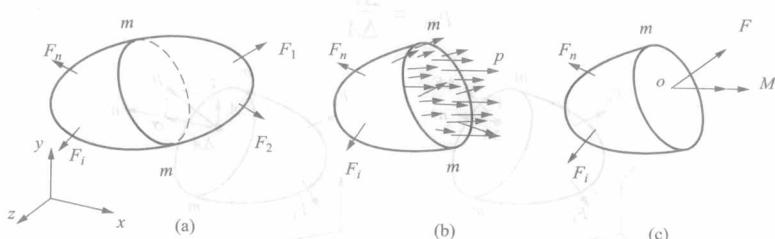


图 1-1

上述应用假想截面将弹性体截开，分成两部分，考虑其中任意一部分平衡，从而确定横截面上内力的方法，称为截面法。

【例题 1-1】 如图 1-2 (a) 所示的悬臂梁，在点 A 受集中力 F 作用，右端为固定支承。试求横截面 $m-m$ 上的内力。

解：为了求截面 $m-m$ 处的内力，取该截面左侧部分为分离体，在截面 $m-m$ 的形心 O 假设有轴力 F_N 、剪力 F_s ，以及弯矩 M 的作用。图 1-2 (b) 为分离体图，对分离体图应用平衡条件

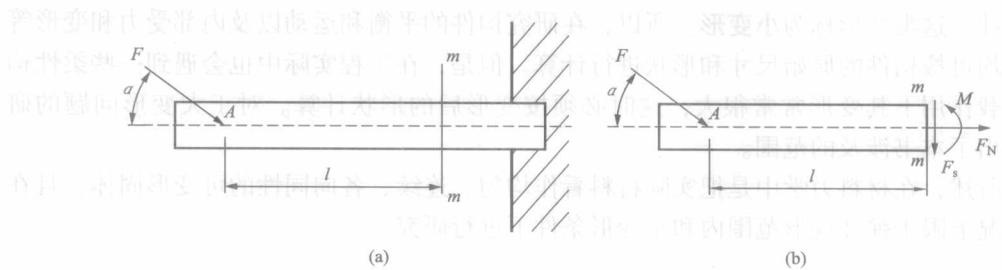


图 1-2 例题 1-1 图

$$\sum F_x = 0, F \cos \alpha + F_N = 0$$

$$\sum F_y = 0, F \sin \alpha + F_s = 0$$

$$\sum M_0 = 0, F \sin \alpha \cdot l + M = 0$$

可以求出截面上的内力为

$$F_N = -F \cos \alpha, F_s = -F \sin \alpha, M = -Fl \sin \alpha$$

应该注意，在求得的截面内力结果中的负号表示该力（力偶矩）的实际方向与图上假设的方向相反。

1.3.2 应力

内力随外力的增大而增大，到达某一限度时就会引起构件的破坏。所以，内力与构件的强度密切相关。为了描述这个内力系在截面上一点处的强弱程度，引进应力的概念。在截面 $m-m$ 上围绕一点 A 取微小面积 ΔA [图 1-3 (a)]，设 ΔA 上内力的合力为 ΔF ， ΔF 的大小和方向与 A 点的位置和 ΔA 的面积有关。 ΔF 与 ΔA 的比值为

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-1)$$

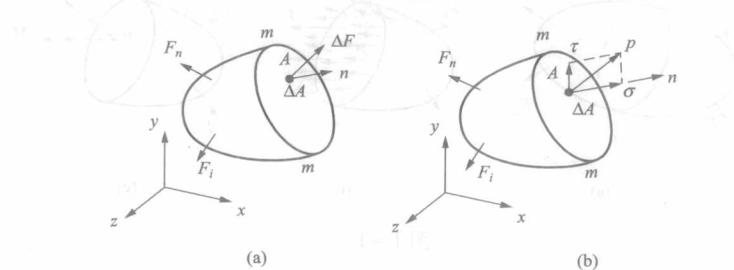


图 1-3

图 1-3 (a) 中 p_m 表示在 ΔA 上的平均内力集度。

p_m 是一个矢量，代表在 ΔA 范围内，单位面积上内力的平均集度，称为平均内力。随着 ΔA 的逐渐缩小， p_m 的大小和方向都将逐渐变化。当 ΔA 趋于零时， p_m 的大小和方向都将趋于一定极限。这样得到

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1-2)$$

p 为 A 点处的内力集度，称为截面 $m-m$ 上 A 点的总应力。总应力 p 是一个矢量，其方

向一般既不与截面垂直，也不与截面相切。通常，将总应力 p 分解为沿截面法向和切向的两个分量 [图 1-3 (b)]，法向分量 σ 称为正应力，切向分量 τ 称为切应力。显然

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \quad (1-3)$$

应力的国际单位是帕斯卡 (Pascal)，称为帕 (Pa)， $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$ 。由于这个单位太小，使用不便，通常使用 MPa，其值为 $1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}$ 。

1.4 变形与应变

物体在外力作用下尺寸和形状的改变称为变形，一般情况下其整体以及其上各点、各个截面的空间位置都将发生变化，这个空间位置的改变称为位移。构件发生变形时，内部任意一点将产生移动，这种移动称为线位移；同时，构件上的线段（或平面）将发生转动，这种转动称为角位移。由于构件的刚体运动也可产生线位移和角位移，因此，构件的变形要用线段长度的改变和角度的改变来描述。线段长度的改变和角度的改变分别用线应变和切应变来度量。

图 1-4 (a) 所示为在构件中取出一微小六面体，取其中一棱边进行研究 [图 1-4 (b)]。设棱边 AB 原长为 Δx ，构件在荷载作用下发生变形， A 点沿 x 轴方向的位移为 u ， B 点沿 x 轴方向的位移为 $u + \Delta u$ ，则棱边的改变为 $[(\Delta x + u + \Delta u) - u] - \Delta x = \Delta u$ ，棱边 AB 的平均应变为

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (1-4)$$

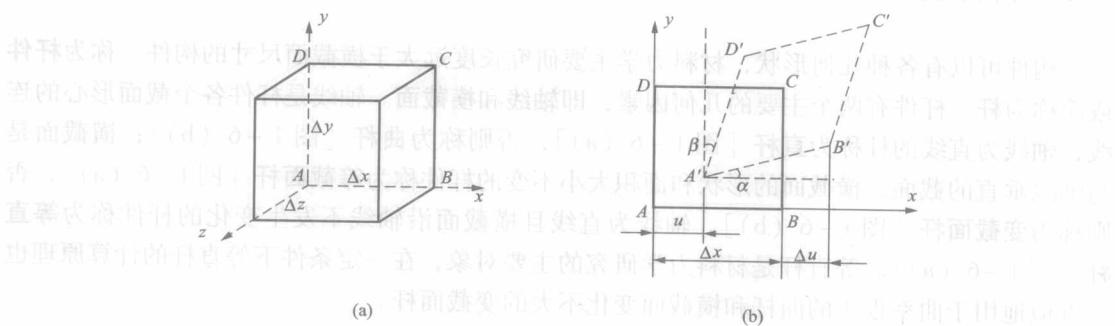


图 1-4

通常情况下， AB 上各点的变形程度不同。逐渐缩小 A 和 B 点的距离，使 AB 趋近于零，则

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1-5)$$

ε 称为点 A 沿 x 轴方向的线应变或简称为应变。线应变以伸长时为正，缩短时为负。线应变无量纲，无单位。

棱边长度发生改变时，相邻棱边之夹角一般也发生改变，如图 1-4 (b) 所示。变形前后其角度的变化是 $(\frac{\pi}{2} - \angle B'A'D')$ ，当 B 和 D 趋于 A 时，上述角度变化的极限值是

$$\gamma = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\pi}{2} - \angle B'A'D' \right) = \alpha + \beta \quad (1-6)$$

γ 称为 A 点在 $x-y$ 平面内的切应变或角应变。切应变，即微单元体两棱角直角的改变量，当微线段之间的夹角减小时，相应的切应变为正，反之为负。切应变无量纲，一般用弧度 (rad) 表示。

通常，受力构件上各点的变形程度不完全相同，因此线应变和切应变都是点的位置坐标的函数。在研究构件的变形时，如果能够找出各点的应变函数，则可以确定整个构件的变形。除了度量构件一点的变形程度，应变还可以用实验测量，它是与应力有对应关系的物理量。因此，可以通过应变分析，确定应力在构件截面上的分布规律。

【例题 1-2】 薄板两边固定如图 1-5 所示。板变形后 AB 和 AC 两边仍保持为直线， A 点沿水平方向右移 0.02 mm。试求 AB 边的平均应变和 AB 、 AC 两边夹角的改变。

解：由式 (1-4) 可知， AB 边的平均应变为

$$\varepsilon_m = \frac{A_1B - AB}{AB} = \frac{0.02 \text{ mm}}{400 \text{ mm}} = 50 \times 10^{-6}$$

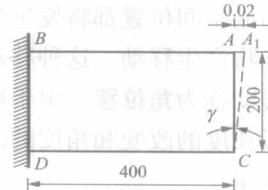


图 1-5 例题 1-2 图

由于变形非常小，变形后 AB 、 AC 两边夹角的改变为

$$\gamma \approx \tan \gamma = \frac{AA_1}{AC} = \frac{0.02 \text{ mm}}{200 \text{ mm}} = 100 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

1.5 杆件的几何特征及其基本变形形式

构件可以有各种几何形状，材料力学主要研究长度远大于横截面尺寸的构件，称为杆件或简称为杆。杆件有两个主要的几何因素，即轴线和横截面。轴线是杆件各个截面形心的连线，轴线为直线的杆称为直杆 [图 1-6 (a)]，否则称为曲杆 [图 1-6 (b)]；横截面是与轴线垂直的截面，横截面的形状和面积大小不变的杆件称为等截面杆 [图 1-6 (a)]，否则称为变截面杆 [图 1-6 (b)]。轴线为直线且横截面沿轴线不发生变化的杆件称为等直杆 [图 1-6 (a)]。等直杆是材料力学研究的主要对象，在一定条件下等直杆的计算原理也可近似地用于曲率很小的曲杆和横截面变化不大的变截面杆。

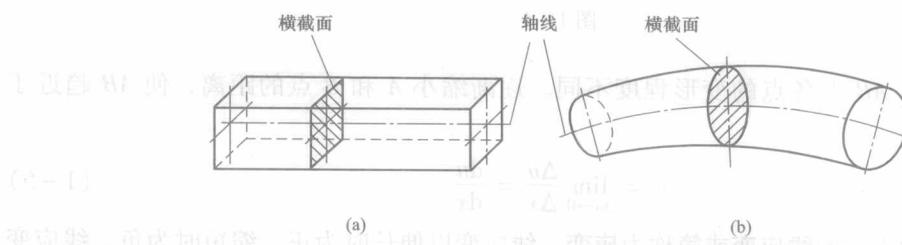


图 1-6

作用在杆件上的外力是多种多样的，因此杆件的变形也是各种各样的。但这些变形的基本形式不外乎以下四种：

(1) 轴向拉伸和轴向压缩。杆的变形是由大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的一对外力引起，表现为杆件的长度发生伸长〔图1-7(a)〕或缩短〔图1-7(b)〕。起吊重物的钢索、桁架中的杆件、液压缸的活塞杆等的变形，都属于轴向拉伸和压缩变形。

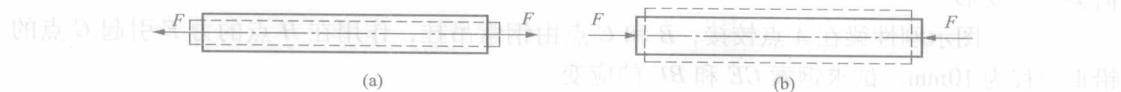


图 1-7

(2) 剪切。杆的变形是由大小相等、指向相反、作用线相互平行且相距很近的一对横向外力引起，表现为横截面沿外力作用方向发生相对错动（图1-8）。工程中常用的联接件，如螺栓、销钉、铆钉等都产生剪切变形。应该指出，大多数情况下剪切变形与其他变形形式共同存在。

(3) 扭转。杆的变形是由大小相等、转向相反、作用面都垂直于杆轴的外力偶引起，表现为杆件的任意两个横截面发生绕轴线的相对转动（图1-9）。汽车中传动轴、电机和水轮机的主轴等都是受扭杆件。

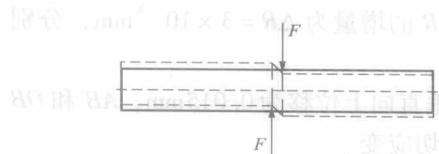


图 1-8

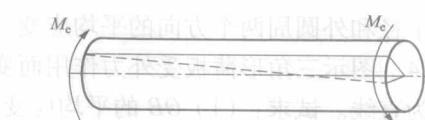


图 1-9

(4) 弯曲。杆的变形是由作用于包含杆轴的纵向平面内的一对大小相等、方向相反的外力偶引起〔图1-10(a)〕，或由垂直于杆件轴线的横向力引起〔图1-10(b)〕，直杆的相邻横截面将绕垂直于杆轴线的轴发生相对转动，变形后的杆件轴线将弯成曲线。前者变形形式称为纯弯曲，后者变形将是纯弯曲与剪切变形的组合，通常称为横力弯曲。在工程中弯曲变形是最为常见的一种变形形式，各种桥梁、房屋中的横梁、桥式起重机的大梁的变形，都属于弯曲变形。

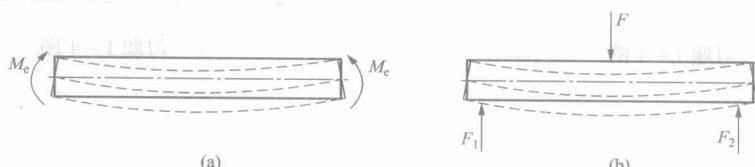


图 1-10

工程中常用构件在荷载作用下的变形，大多为上述几种基本变形形式的组合。若以某一种基本变形形式为主，其他属于次要变形的，则可按该基本变形形式计算。若几种变形形式都是非次要变形，则属于组合变形问题。本书将依次讨论构件的每一种基本变形，然后再分析组合变形问题。

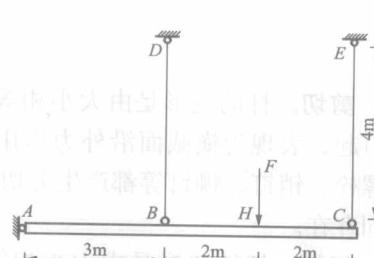
根据材料力学的基本变形，图示中由悬臂梁和杆组成，试求图示两种变形的内力分布。
图 1-1 图示刚性梁在 A 点铰接，B 和 C 点由钢索吊挂，作用在 H 点的力 F 引起 C 点的铅垂位移为 10mm。试求钢索 CE 和 BD 的应变。

1-1 试求图示结构 $m-m$ 和 $n-n$ 两截面上的内力，并指出 AB 和 BC 两杆的变形属于何类基本变形。

1-2 图示刚性梁在 A 点铰接， B 和 C 点由钢索吊挂，作用在 H 点的力 F 引起 C 点的铅垂位移为 10mm。试求钢索 CE 和 BD 的应变。



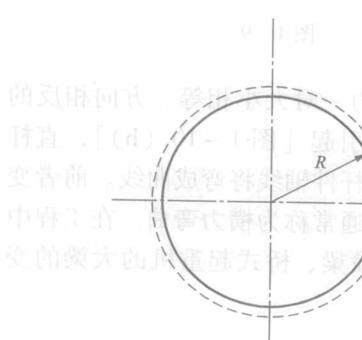
习题 1-1 图



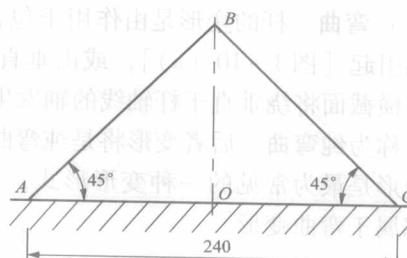
习题 1-2 图

1-3 图示圆形薄板半径为 $R = 80\text{mm}$ ，变形后半径 R 的增量为 $\Delta R = 3 \times 10^{-3}\text{mm}$ ，分别求出沿半径和外圆周两个方向的平均应变。

1-4 图示三角形薄板受外力作用而变形，角点 B 垂直向上位移为 0.015mm ， AB 和 OB 仍保持为直线。试求：(1) OB 的平均应变；(2) B 点的切应变。



习题 1-3 图



习题 1-4 图



(d)



(e)

某工程合乎设计要求的基本尺寸为 100mm ，但丈量了粗略尺寸后得出的尺寸为 98.5mm ，问该零件的形状误差为多少？

解： $100 - 98.5 = 1.5\text{mm}$

第2章

拉伸、压缩与剪切

拉伸、压缩与

本章着重介绍轴向拉伸和压缩时杆件横截面、斜截面上的内力及应力的计算，并结合材料在轴向拉伸和压缩时的机械性质建立杆件的轴向拉伸及压缩的强度条件，对发生该种变形杆件的安全与否及设计提供理论上判断及依据。进而讨论了杆件发生轴向拉伸和压缩时的变形量的计算，并利用其结果介绍了简单的轴向拉伸、压缩静不定问题的求解，以及温度变化、制造误差等对静不定结构引起的温度应力、装配应力等的计算方法。最后还介绍了圣维南原理、应力集中的概论，以及连接部位的强度设计。

2.1 轴向拉伸和压缩的概念与实例

轴向拉伸或压缩是杆件的基本变形之一。如图 2-1 所示钢木组合桁架中的钢拉杆和图 2-2 所示曲柄滑块机构中的连杆，分别为杆件轴向拉伸与轴向压缩的实例。

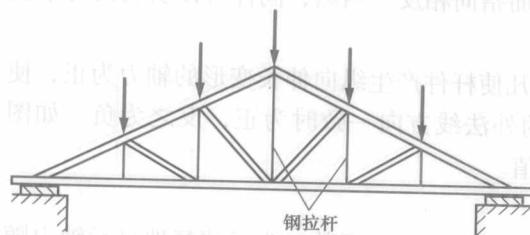


图 2-1

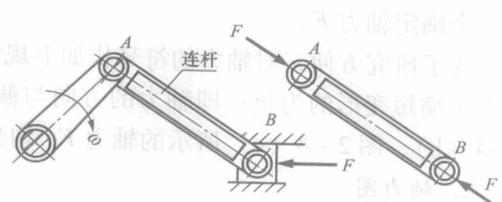


图 2-

轴向拉伸（压缩）受力特点是：杆件所受外力或其合力的作用线沿杆的轴线，其主要变形则为轴向伸长或缩短，可用图 2-3 表示。这种反映杆件几何特征和受力特征的简化图形，称为受力简图。作用线沿杆件轴线的荷载称为轴向外力或轴向荷载。以轴向拉压为主要变形的杆件，称为拉压杆。



图 2-3

2.2 轴向拉伸和压缩时的内力和应力

2.2.1 内力

1. 轴力

内力的计算是分析构件的强度、刚度和稳定性等问题的基础。关于内力的概念及其计算方法，已在上一章中阐述。图 2-4 (a) 为等直杆在拉力作用下处于平衡，欲求某横截面 $m-m$ 上的内力。按截面法，先假想将杆沿 $m-m$ 截面截开，留下任一部分作为分离体进行分析，并将去掉部分对留下部分的作用以分布在截面 $m-m$ 上各点的内力来代替。

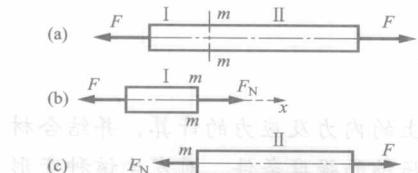


图 2-4

对于在两端只作用有一对轴向拉力（或压力） F 的杆件 [图 2-4 (a)]，截开后取部分 I（左段）分析，横截面 $m-m$ （其位置用 x 表示）的内力分量仅为一主矢 $F_N(x)$ ，由平衡条件知其作用线必与杆的轴线重合（与 F 共线），如图 2-4 (b) 所示，故称为轴力，其值可由平衡方程求得，即

$$\sum F_x = F_N(x) - F = 0 \Rightarrow F_N(x) = F$$

即杆件任一横截面上的轴力 $F_N(x)$ ，大小等于 F ，方向与 F 相反且沿同一作用线（即杆的轴线）。

若取部分 II（右段）作为研究对象 [图 2-4 (c)]，则由作用与反作用原理可知，右段在截面上的轴力与前述左段上的轴力数值相等而指向相反。当然，同样可以从右段的平衡条件来确定轴力 $F_N(x)$ 。

为了研究方便，对轴力的符号作如下规定：凡使杆件产生纵向伸长变形的轴力为正，使其产生缩短变形的为负；即轴力的方向与截面的外法线方向一致时为正，反之为负。如图 2-4 (b)、图 2-4 (c) 所示的轴力 F_N 均为正值。

2. 轴力图

当杆件受到多个轴向外力作用时，轴力是横截面位置 x 的函数。为了清楚地显示轴力随横截面位置变化的情况，以便确定最大轴力及所在位置，可用横轴表示横截面位置，用纵轴表示轴力的数值（正值向上），从而绘出 $F_N(x)$ 的函数图形，称为轴力图，即拉压杆件的内力图。

请读者考虑，如果将图 2-4 (a) 中杆左端的作用力 F 移至杆长的中点，杆的轴力又如何？由此可以推论：刚体静力学中的力（或力偶）的可移性原理一般不适用于可变形固体。

【例题 2-1】 一变截面直杆受力情况如图 2-5 (a) 所示，试画该杆的轴力图。

解：此杆在 A 、 B 、 C 、 D 四处受 4 个轴向外力作用 (A 处的为反力)，故轴力应分 AB 、 BC 、 CD 三段来计算。应用截面法，分别在上述三段中间截开，设各截面上待求的轴力为正，即拉力，如图 2-5 (b) 所示，然后对截开的三部分应用平衡方程 $\sum F_x = 0$ ，即可求得三段的轴力。