



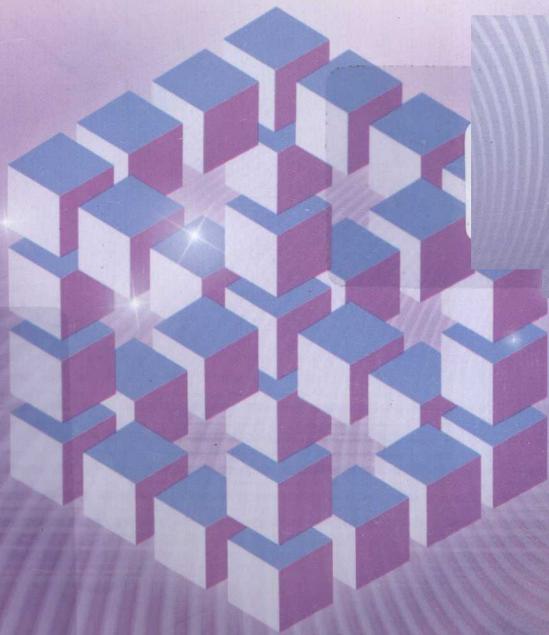
中等职业教育课程改革国家规划新教材
经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过

数学

SHUXUE

(基础模块) 下册

主 编 / 曹一鸣 程 旷
分册主编 / 程 旷



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社



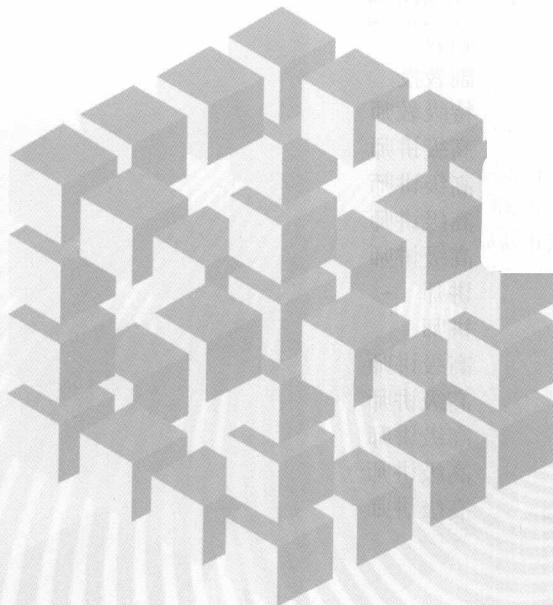
中等职业教育课程改革国家规划新教材
经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过

数学

SHUXUE

(基础模块) 下册

主 编 / 曹一鸣 程 旷
主 审 / 朱镓道 张进军 (按 姓氏笔画)



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP

北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学：基础模块·下册 / 曹一鸣 程矿主编. —北京：北京师范大学出版社，2010.1
中等职业教育课程改革国家规划新教材
ISBN 978-7-303-09957-3

I. ①数 … II. ①程 … III. ①数学课—专业学校—教材 IV. ①G634.601

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第240127号

出版发行：北京师范大学出版社 www.bnup.com.cn

北京新街口外大街 19 号

邮政编码：100875

印 刷：北京京师印务有限公司

经 销：全国新华书店

开 本：184 mm×260 mm

印 张：14.5

字 数：242千字

版 次：2010年1月第1版

印 次：2010年1月第1次印刷

定 价：21.00 元

责任编辑：王松浦 装帧设计：李葆芬

封面设计：红十月工作室 排版制作：保定仁和绘文科技有限公司

责任校对：李 菲 责任印制：马鸿麟

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话：010—58800697

北京读者服务部电话：010—58808104

外埠邮购电话：010—58808083

本书如有印装质量问题，请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话：010—58800825



主 编

曹一鸣 北京师范大学数学学院教授，博士生导师，全国高等师范院校数学教育研究会秘书长，教育部课程资源专家组成员

程 旷 北京市海淀区职工大学副教授，全国高等师范院校数学教育研究会理事

分册主编

程 旷 北京市海淀区职工大学副教授，全国高等师范院校数学教育研究会理事

主要编写人员

黄书岭	北京市商业学校	高级讲师
刘 兵	北京市商业学校	高级讲师
张其宇	北京市商业学校	讲师
王 黎	北京信息职业技术学院	高级讲师
丁亚虹	北京市商业学校	讲师
孙 霞	北京市海淀区职工大学	讲师
胡琴竹	北京师范大学出版社	副教授
王松浦	北京师范大学出版社	副教授
严 剑	江西省景德镇市教研所	特级教师
张 安	北京电子科技职业学院	高级讲师
王东生	北京电子科技职业学院	高级讲师
曾 梅	北京市商业学校	高级讲师
许 哲	北京市商业学校	高级讲师
刘 倩	北京市商业学校	讲师
姜莲花	北京市商业学校	讲师
邹兰玲	北京商贸学校	高级讲师
牛洪波	北京商贸学校	高级讲师
王莲萍	北京市经济管理学校	高级讲师
胡维斌	北京市经济管理学校	高级讲师
王 芬	北京市财经学校	高级讲师

中等职业教育课程改革国家规划新教材 出版说明

为贯彻《国务院关于大力发展职业教育的决定》（国发〔2005〕35号）精神，落实《教育部关于进一步深化中等职业教育教学改革的若干意见》（教职成〔2008〕8号）关于“加强中等职业教育教材建设，保证教学资源基本质量”的要求，确保新一轮中等职业教育教学改革顺利进行，全面提高教育教学质量，保证高质量教材进课堂，教育部对中等职业学校德育课、文化基础课等必修课程和部分大类专业基础课教材进行了统一规划并组织编写，从2009年秋季学期起，国家规划新教材将陆续提供给全国中等职业学校选用。

国家规划新教材是根据教育部最新发布的德育课程、文化基础课程和部分大类专业基础课程的教学大纲编写，并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过的。新教材紧紧围绕中等职业教育的培养目标，遵循职业教育教学规律，从满足经济社会发展对高素质劳动者和技能型人才的需要出发，在课程结构、教学内容、教学方法等方面进行了新的探索与改革创新，对于提高新时期中等职业学校学生的思想道德水平、科学文化素养和职业能力，促进中等职业教育深化教学改革，提高教育教学质量将起到积极的推动作用。

希望各地、各中等职业学校积极推广和选用国家规划新教材，并在使用过程中，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

2009年5月

致同学们

亲爱的同学们：

当你圆满完成义务教育阶段的学习，迈步跨入中等职业学校的时候，出现在你面前的是一套全新的数学教材——中等职业教育课程改革国家规划新教材《数学》（北师大版）。本套《数学》新教材是专门为接受中等职业教育、即将踏上工作岗位的学生设计的。

本套教材由基础模块、职业模块和拓展模块三个部分构成。

基础模块是各专业必修的基础性内容和应达到的基本要求，分为上、下两册。上册包括集合、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数共五章内容，建议用60学时学完；下册包括数列、平面向量、直线和圆的方程、立体几何、概率与统计初步共五章内容，建议用68学时学完。

职业模块是适应学习相关专业需要的限定选修内容，分为Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ分册。Ⅰ分册包括三角计算及其应用、坐标变换与参数方程、复数及其应用共三章内容，供工程和加工制造类等相关专业学生选学，建议用38学时学完；Ⅱ分册包括逻辑代数初步、算法与程序框图共两章内容，供自动化、计算机等相关专业学生选学，建议用32学时学完；Ⅲ分册包括数据表格信息处理、编制计划的原理与方法、线性规划初步共三章内容，供服务类等相关专业学生选学，建议用38学时学完。

拓展模块是满足个性发展和继续学习需要的任意选修内容。主要包括三角公式及应用、椭圆、双曲线、抛物线、概率与统计等内容，也可根据需要自行补充其他内容。

本套教材图文并茂、栏目新颖，便于学习、别具特色。

【章头序语】用实例引出本章欲学习的主题。素材的选取既反映相应数学内容的本质，又紧密联系生活实际，具有基础性、时代性、典型性、多样性和可接受性。配有相应问题的实景或实物照片，清晰优美，让你有学习的兴趣和探索的欲望。

【知识回顾】是在学习新知识之前，有目的、有重点地提示和铺垫初中数学的相关概念、定理、公式、性质、方法等等，尽可能消除和减少学习障碍，让你轻装上阵，顺利完成新的学习任务。

【观察思考】**【合作交流】****【探寻发现】**通过丰富直观的实例展开课题，在老师的引导下，自己或同伴互助去探索、搜集、整理有关资料，共同去发现问题，愉快地解决问题。

【分析】**【注意】****【想一想】**中既有知识性的演绎，也有方法性的提示启发。可不要轻视这些小问题哦！它们很可能是你容易忽视或误解的问题，阅读理解它们让你有“柳暗花明又一村”的感觉。

教材每一课时后面都配备了**【练习】**，每一节后面都配备了**【习题】**(A, B组)，每一章后面都配备了**【复习题】**(A, B组)，这些最基础、最紧扣教材、最反映数学本质的训练题，体现数学的应用价值，检查你的知识、技能和能力是否达到了教学大纲规定的要求，解数学题有苦更有乐，让我们尽情地享受成功的喜悦吧！

【数学园地】是阅读材料，内容丰富多彩，紧扣教材，形式生动活泼。有数学史介绍、数学家传记、数学小典故、新知识展示和探求、数学趣闻轶事等等，供课外阅读，欣赏数学美的旋律，陶冶情操。

【复习与小结】以知识框图的形式呈现本章结构框架，一目了然。“学习要求”对全章的知识进行了梳理，明确界定大纲中规定的三个层次的认知要求。“学习提示”指出了本章学习需要注意的问题，列举了重要的数学思想方法，总结一般的解题规律和步骤，指导自学和复习，加深对整章内容的理解。复习与小结助你锦上添花，更上一层楼。

【多媒体辅助教学资源】配备的光盘，按照教材章节顺序，既有为学习内容设计的课件、积件和工具，又有介绍科学家、科学史料的声情并茂的图片、视频和阅读材料。为学习数学提供多媒体辅助资源，让你感受现代科技和数学的完美结合，提高学习数学的兴趣、动手操作的能力和计算机的应用水平。

如果你认真地学完本套书，会感到数学的学习并非枯燥无味、遥不可及；会发现数学的神奇魅力以及无处不在的广泛应用，对数学的学习兴趣和信心倍增。你一定能够掌握必要的数学基础知识、必备的数学技能与数学素养，为日后工作、终身学习奠定良好的基础。

亲爱的同学们，预祝你们轻松、愉快地遨游在数学知识的海洋中，早日成才！



目 录

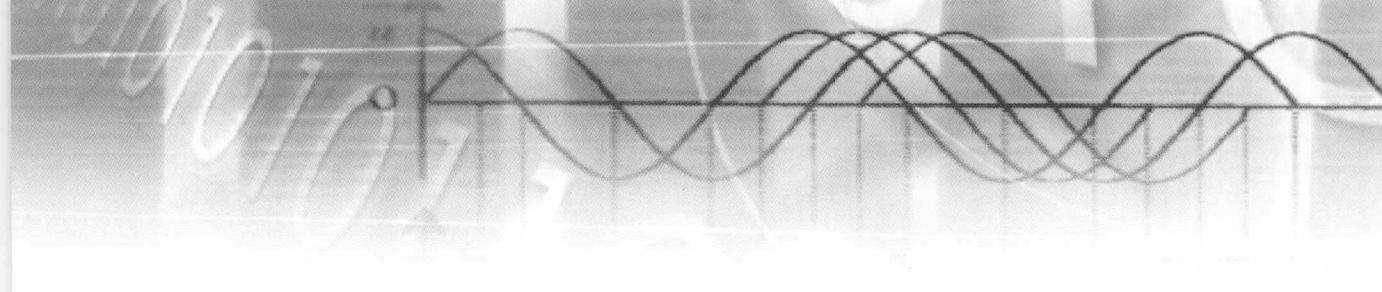
► 致同学们

► 第六章 数列	1
§ 1 数列的概念	2
1.1 数列的概念	2
1.2 数列的通项公式	4
§ 2 等差数列	8
2.1 等差数列的概念	8
2.2 等差数列前 n 项和公式	12
§ 3 等比数列	17
3.1 等比数列的概念	17
3.2 等比数列前 n 项和公式	22
§ 4 数列实际应用举例	26
数学园地 几何级数增加	29
复习与小结	30
复习题六	32
► 第七章 平面向量	35
§ 1 平面向量的概念	36
§ 2 平面向量的加法、减法和数乘向量	38
2.1 平面向量的加法	38
2.2 平面向量的减法	42
2.3 实数与向量的乘积	44
§ 3 平面向量的坐标	48
3.1 平面向量的坐标表示	48
3.2 平面向量的坐标运算	50
§ 4 平面向量的数量积	54
4.1 平面向量的数量积的概念	54

4.2 平面向量数量积的坐标表示	57
§ 5 平面向量的应用举例	60
数学园地 巧借八面风的帆板运动	63
复习与小结	65
复习题七	67
► 第八章 直线和圆的方程	69
§ 1 两点间距离公式及中点坐标公式	70
1.1 两点间距离公式	70
1.2 中点坐标公式	72
§ 2 直线的倾斜角及斜率	75
2.1 直线的倾斜角	75
2.2 直线的斜率	76
§ 3 直线方程	80
3.1 直线的点斜式方程	80
3.2 直线的斜截式方程	83
3.3 直线的一般式方程	85
§ 4 两条直线的位置关系	88
4.1 两条直线平行	88
4.2 两条直线垂直	90
§ 5 两条相交直线的交点	94
§ 6 点到直线的距离	97
§ 7 圆的方程	100
7.1 圆的标准方程	100
7.2 圆的一般方程	103
7.3 圆的方程的确定	105
§ 8 圆与直线的位置关系	108
§ 9 圆的方程的简单应用	112
数学园地 坐标世界	116



复习与小结	117
复习题八	119
第九章 立体几何	121
§ 1 平面的基本性质	122
§ 2 空间直线、平面之间的位置关系	127
2.1 空间直线与直线之间的位置关系	127
2.2 空间直线与平面之间的位置关系	130
2.3 空间平面与平面之间的位置关系	131
§ 3 直线、平面平行的判定及性质	134
3.1 直线与平面平行的判定	135
3.2 直线与平面平行的性质	136
3.3 平面与平面平行的判定和性质	138
§ 4 直线、平面垂直的判定及性质	143
4.1 直线与平面垂直的判定	143
4.2 直线与平面垂直的性质	146
4.3 平面与平面垂直的判定	148
4.4 平面与平面垂直的性质	150
§ 5 空间几何体	153
5.1 柱、锥和球的结构特征	155
5.2 柱、锥和球的表面积	158
5.3 柱、锥和球的体积	161
数学园地 有多少正多面体	165
复习与小结	167
复习题九	169



▶ 第十章 概率与统计初步	171
§ 1 分类计数原理和分步计数原理	172
1.1 分类计数原理	172
1.2 分步计数原理	174
§ 2 随机事件和概率	177
2.1 随机事件	177
2.2 频率与概率	179
2.3 概率的简单性质	181
2.4 古典概型	185
§ 3 总体	189
3.1 总体的概念	189
3.2 总体的均值与标准差	191
§ 4 样本	198
4.1 样本与抽样方法	198
4.2 样本均值与标准差	203
§ 5 一元线性回归	207
数学园地 一例抽样调查的典型案例	214
复习与小结	216
复习题十	218
▶ 附录	220
▶ 后记	221

数列

有着悠久历史的中国古建筑，具有优美的造型，它是我国劳动人民智慧与汗水的结晶。为了把这些建筑的瑰宝保留下来，古建筑维修队要定期对其进行维修或翻修。

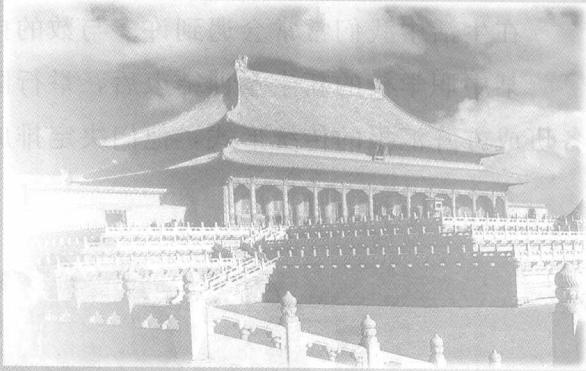
如图所示，一座古建筑屋顶的前面是成等腰梯形的斜面，最上面一层铺了瓦片 51 块，每下一层比上一层多铺瓦片 2 块，斜面上的瓦片共有 31 层，那么，古建筑维修队进行屋顶前面翻修时，应至少准备多少块瓦片？

我国古代数学家在《孙子算经》中写有一个有趣的题目“出门望九堤”：今有出门重九堤，堤有九木，木有九枝，枝有九巢，巢有九禽，禽有九雏，雏有九毛，毛有九色，问各几何？

这些问题都是我们在日常生产、生活中常常遇到的问题，要解决这些问题，就需要用到本章的知识——数列。学习了数列有关知识以后，我们就能够顺利地解决此类问题了。

本章主要学习数列的概念、等差数列、等比数列以及它们的基本数量关系，包括其通项公式、前 n 项和公式等。

数列是中职数学的重要内容，也是常用的一个数学模型，在人们的日常生活和生产实践中有着广泛的应用。



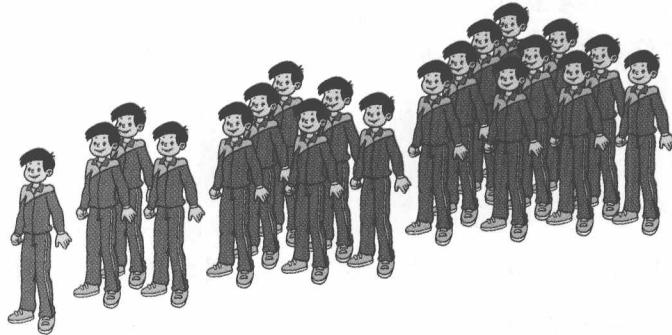
§ 1

数列的概念

1.1 数列的概念

在生活中我们常常会遇到许多与数的排列相关的事例.

某中职学校的新生军训结束后，举行队列行进汇报. 为了区别于以往的各班成方阵汇报的传统形式，他们决定排成 10 个“正三角形”阵.



其中第一阵只有一排，由 1 个人组成；第二阵有两排，第一排有 1 个人，第二排有 2 个人；依次类推，第十阵有十排，各排的人数分别为

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, 10.$$

各阵人数分别为

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55.$$

在这个实际例子中，我们得到了按照一定的顺序排列着的数.

我们把按一定顺序排成的一列数

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

叫作数列. 可将数列简记作 $\{a_n\}$.

数列中的每一个数 a_n 叫作这个数列的一个项，其中在第一个位置上的数 a_1 叫作第 1 项，也叫首项；在第二个位置上的数 a_2 叫作第 2 项……依此类推，在第 n 个位置上的数 a_n 叫作第 n 项，也叫作数列的通项. a_n 中的下标 n 叫作项序号或项数，一般地， $n=1, 2, 3, \dots$

例如：

$$(1) 2, 4, 6, 8.$$

$$(2) 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$$

$$(3) 1, -1, 1, -1, \dots$$

$$(4) 5, 5, 5, 5, \dots$$

等等，都是数列.

数列 (1) 中的项是 2, 4, 6, 8, 其中首项 $a_1=2$.

数列 (2) 中的项是 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, \dots , $\frac{1}{n}$, \dots , 其中首项 $a_1=1$, 通项

$$a_n = \frac{1}{n}.$$

对于一个给定的数列，数列的项是指数列中某一个确定的数，而项数是指数列的项所在的位置序号. 也就是说，数列中的每一个数都对应于一个项数；反之，每个项数也都对应于数列中的一个数. 例如，上面提到的队列行进汇报中的各阵人数组成的数列，对于这个数列，每一项与它的项数有下面的对应关系：

项	1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55
	↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑
项数	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



观察数列 (1), (2), (3), (4) 各有什么特点，同学互相交流.

观察前面的数列 (1), (2), (3), (4)，我们发现，数列 (1) 只有 4 项，数列 (2), (3), (4) 有无穷多项；数列 (1) 中的项越来越大，即后一项总比前一项大，数列 (2) 中的项后一项总比前一项小，数列 (4) 中的项每一项都是同一个常数.

一般地，如果数列 $\{a_n\}$ 的项数是有限的，那么数列 $\{a_n\}$ 叫作**有穷数列**；如果数列 $\{a_n\}$ 的项数是无限的，那么数列 $\{a_n\}$ 叫作**无穷数列**.

例如，上面队列行进汇报中各阵人数组成的数列

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55$$

就是**有穷数列**；而正奇数从小到大排列构成的数列

1, 3, 5, 7, ...

就是无穷数列.

一个数列，如果各项都相等，那么这个数列称为常数数列.

例如，数列

5, 5, 5, 5, ...

就是常数数列.



1. 看图找规律.

用数字来归纳多边形边数得到相应的数列，并写出该数列

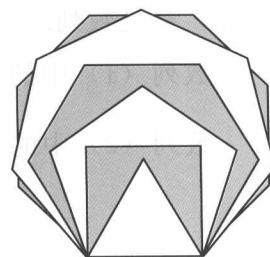
(第 1 题图)

每一项与它的项数的对应关系.

2. 根据数列的定义判断下面的两个数列是否为相同的数列：

(1) 0, 1, 2, 3, 4, 5 和 5, 4, 3, 2, 1, 0.

(2) 1, -1, 1, -1, 1, -1, ... 和 -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, ...



1.2 数列的通项公式



观察数列

$$(1) 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$$

和 (2) $\frac{1}{2^1}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$

它们的项与项数的关系有什么规律？

(1)	项	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	\dots	$\frac{1}{n}$	\dots	
		↑	↑	↑	↑	\dots	↑	\dots	
		项数	1	2	3	4	\dots	n	\dots

可以看出：数列 (1) 的每一项的分母与对应的项数相等，而每一项的分子全都是 1，即第 n 项 a_n 与项数 n 之间的对应关系为

$$a_n = \frac{1}{n}.$$

(2) 项	$\frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^4}$	\cdots	$\frac{1}{2^n}$	\cdots
	↑	↑	↑	↑	\cdots	↑	\cdots
项数	1	2	3	4	\cdots	n	\cdots

而数列(2)的每一项的分母是2的正整数次幂，每一项中2的指数与项数相等，且分子全是1，即第n项与项数之间的对应关系为

$$a_n = \frac{1}{2^n} \quad (n=1, 2, \dots).$$

一般地，若数列 $\{a_n\}$ 的第n项 a_n 与项数n之间的关系可以用一个公式来表示，则这个公式就称为数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

于是，我们得到数列(1)的通项公式是 $a_n = \frac{1}{n}$ ，我们也可以把这个数列简记作 $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ ；数列(2)的通项公式是 $a_n = \frac{1}{2^n}$ ，该数列可记为 $\left\{\frac{1}{2^n}\right\}$ 。

例1 观察下面各数列，试着找出它的一个通项公式。

(1) 1, 3, 5, 7, ...

(2) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

(3) 5, -10, 15, -20, ...

解 (1) 它是第1项为1的正奇数从小到大排列构成的数列，其通项公式是 $a_n = 2n - 1$ 。

(2) 数列可以改写成

$$\frac{1}{1+1}, \frac{2}{2+1}, \frac{3}{3+1}, \frac{4}{4+1}, \dots$$

因此它的通项公式是 $a_n = \frac{n}{n+1}$ 。

(3) 数列可以改写成

$$(-1)^{1+1} \times 5 \times 1, (-1)^{2+1} \times 5 \times 2, (-1)^{3+1} \times 5 \times 3, (-1)^{4+1} \times 5 \times 4, \dots$$

因此它的通项公式是 $a_n = (-1)^{n+1} \times 5n$ 。

例 2 根据数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = (-1)^n \frac{n+2}{n+1}$, 写出它的前 4 项.

解 在通项公式 $a_n = (-1)^n \frac{n+2}{n+1}$ 中, n 依次取 1, 2, 3, 4, 得

$$a_1 = (-1)^1 \times \frac{1+2}{1+1} = -\frac{3}{2}, \quad a_2 = (-1)^2 \times \frac{2+2}{2+1} = \frac{4}{3},$$

$$a_3 = (-1)^3 \times \frac{3+2}{3+1} = -\frac{5}{4}, \quad a_4 = (-1)^4 \times \frac{4+2}{4+1} = \frac{6}{5}.$$

所以, 该数列的前 4 项依次为 $-\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, -\frac{5}{4}, \frac{6}{5}$.

例 3 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = n(n+5)$. 问: 150 是不是这个数列中的项? 若是, 是第几项?

分析 已知一个数列的通项公式, 判断某数是不是这个数列中的项, 只要把给定的数代入其通项公式求 n , 若求出的 n 是正整数, 则这个数是数列中的项, 若求出的 n 不是正整数, 则该数不是数列中的项.

解 根据题意, 令

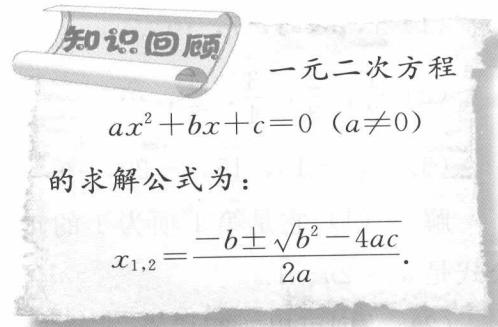
$$150 = n(n+5),$$

上式可化为 $n^2 + 5n - 150 = 0$.

解此一元二次方程, 得 $n = 10$ 或 $n = -15$.

由于 n 只能取正整数, 所以 $n = -15$ 不合题意, 应舍去.

因此, 150 是这个数列的第 10 项, 即 $a_{10} = 150$.



练习 2

1. 根据数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 4n - 1$, 写出它的前 4 项.

2. 观察下面数列的特点, 用适当的数填空, 并写出它的一个通项公式:

(1) 2, -4, 6, -8, 10, (), ... $a_n =$ ().

(2) 2, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$, (), $\frac{7}{6}$, ... $a_n =$ ().