

● 按教育部新大纲新教材同步编写

龙门 新教案

在线课堂

学生专用版

丛书主编 周益新
本册主编 金立淑

初三代数



龍門書局

www.Longmen.com.cn

龙门教案

初三代数

主 编	金立淑	程 楠	刘国强	张万新
撰 稿	何右强	吴吉勇	王光辉	彭学军
	吴立宏	宋承洋	张 梦	陈贵友
	徐 涛	程贵财		
	黎精华	范万胜		
	周 琴			

在线课堂

龍 門 書 局

北 京

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志,凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话:(010)64034160 13501151303(打假办)

邮购电话:(010)64000246

图书在版编目(CIP)数据

龙门新教案.在线课堂.初三代数/周益新主编;金立淑编.

—北京:龙门书局,2004.5

ISBN 7-80160-907-7

I. 龙… II. ①周… ②金… III. 代数课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 033632 号

责任编辑:田 旭 樊庆菊

封面设计:耕者设计工作室

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.longmen.com.cn>

中国人民解放军第1201工厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2003年6月第 一 版 开本:880×1230 大16开

2004年5月修 订 版 印张:13 3/4

2004年8月第四次印刷 字数:360 000

印数:90 001—100 000

定 价: 15.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



学会学习,轻松考高分

你会学习吗?

在学习中,你是否存在以下问题:

☞ 你上课会不会经常走神?老师讲课有些内容你没有听懂怎么办?

如果你上课经常走神,或者没有听懂老师的讲解,而你又不喜欢问老师问题,那你学习的过程中就会有有很多不懂的问题,一个个不懂的问题积攒在一起,形成一片片知识空白,长此以往,你的成绩能提高吗?

因此,你需要一个能够像播放 VCD 一样将老师讲解再现的“纸上课堂”。

☞ 你在家学习,有问题不会怎么办?

老师不在身边,家长帮不上你的忙,问题不会,无处可问,成绩怎样,可想而知。

所以,你需要一个随时可以提问、不受约束的“便携式纸上教练”。

☞ 你有一套自己的学习方法吗?

教材你理解透彻了吗?你是不是比较喜欢做有难度的题目,而对那些看似简单的问题不屑一顾呢?这是大多数学生的通病——不会走,怎么能够跑呢?即便可以,也肯定会摔跤。

记住,在你开始大量做题之前,别忘了先问一下自己:教材我理解透了吗?

以上只是你在学习中遇到的问题中很小的一部分,但这些都会导致你的成绩老是徘徊不前。我们策划这套书的初衷,就是为了解决大家在学习中的这些问题——你可以在较短的时间内学得更多,记得更牢,练得更精。

如何利用本丛书迅速提高学习成绩?

本套丛书是专门为那些渴望成为优等生的同学设计的,它可以用于预习、上课、课后作业时。栏目设计新颖别致,有自己独特的功能,你在使用时一定要特别注意以下几个栏目:

教材全解

你必须完全掌握教材的重要知识点,这是你解决一切问题的基础,也是前提。千万不要教材知识点还没搞明白就去追难题!

这一部分就像老师上课一样,帮你透彻理解教材知识点,在此基础上匹配典型例题,加深你对该知识点的理解,老师还为你总结了解题规律、方法技巧、易错点、误区等,然后通过一两个同类变式的练习,检测你是否全面理解与掌握了该知识点。

问题研讨

综合延伸

创新探究

此部分根据重点内容的不同、针对你遇到的问题不同,分为三种情况:

① 你经常容易出错的概念、误区、易错点用“问题研讨”,通过几位同学的讨论让你知道哪里容易出错、为什么会出这样的错,从而避免你在做题的过程中重蹈他们的覆辙。

只要你是聪明人,一定能品味出其中的味道的。

② 对经常会出现综合应用、拓展延伸的重点内容,我们为你设计了“综合延伸”栏目,这部分的例题都有相

当的综合性和一定的难度。

你一定要特别关注“延伸总结”栏目,因为它将知识点向何处延伸、发散点等内容总结得十分详尽。吃透此栏目,“举一反三”没问题!

③最近的中高考考试大纲都明确提出“着重考察学生运用知识分析和解决实际问题的能力”,在高考试题中,研究性学习的内容不仅是考试热点,而且比重在不断增加。

为了从一开始就培养你的创新能力和研究性学习的能力,本书特别设计了“创新探究”这一栏目。你可一定要特别注意哦!

要点记忆

在你身边,肯定有很多同学特别喜欢做题,以为做题是取得好成绩的“法宝”。其实不然!我们老祖宗有句古话“磨刀不误砍柴工”,如果你的刀快,那么砍起柴来肯定既快又多又省劲。“要点记忆”这一栏目就是你的磨刀石,它把你最需要掌握的问题全部归纳在一起,尤其是在期中、期末复习时,只要你完全记在心中,相信你一定会取得满意的成绩!

总而言之,本套丛书是龙门书局两年多来的研究成果,也是黄冈重点中学学科带头人的呕心沥血之作,它既是一本可以随时播放的“纸上课桌”,又是一位可随时交流的“纸上教师”,其中“宝藏多多”,善于发掘者一定会“满载而归”。

“世上无难事,只怕有心人。”渴望成为优等生的你,一定要做生活的有心人,那么,开始行动起来吧!

《龙门新教案·在线课堂》

丛书策划组

2004年5月于北京



主编寄语

这种方法最有效

多少年来,许多教育学家一直在探索:老师怎样教,学生怎样学,才最有效果?经过长期探索、实验、比较,结论是——紧扣教材,边讲边练,师生双方交流合作探究,达到融会贯通。通过典型例题的讲解,使学生全面掌握知识要点和解题方法、技巧、规律。通过举一反三的训练和实践、探究、应用活动,加强学生发散性思维的培养。

《龙门新教案·在线课堂》丛书正是这种科学训练方法的结晶。本丛书与同类书相比,其突出的特点是:

一、课堂教学的真实性

丛书将开发学生潜能的“同步学案”融化在“同步教案”之中,像VCD一样再现黄冈重点中学一代名师每一节课的精彩讲解,师生双向交流、合作探究的思路贯穿教师授课的全部过程

二、教材讲解的细致性

丛书的语文、英语学科对教材逐字逐词、逐句逐段讲解,细致入微;数学、物理、化学学科对教材重点内容采用“一点、一讲、一例、一练”的方法,即每一个重要知识点对应一段解析、一道典型例题,然后总结这类题目的解题规律、方法技巧、警示误区,并进行变式训练,训练题新颖灵活,步步升级。

三、教育理念的超前性

丛书每一节课的创设意境、导入新课,关注学生的学习兴趣和生活经验,师生互动情感交流,体现了以学生为主体的意识。每一课时还根据教材内容,设置对易错点和易混淆点进行思维诊断的“问题研讨”、对知识进行拓展迁移的“综合延伸”、课外开展研究性学习活动的“创新探究”栏目,体现了倡导学生“主动参与、乐于探究、勤于动手、张扬个性、开发潜能”的现代教育理念。

四、教学风格的务实性

丛书按教育部规定的课时进行教学,课外探究、课题案例应有尽有,真正实现了同步配套课堂教学。既符合课堂师生双向交流发现、探究知识的规律,又留足空隙让学生记录课堂笔记。课堂作业适度适量、灵活、新颖;答案另附,并有详细点拨,便于测评,适合全国各地重点中学和普通中学学生课堂和课外集体使用或个人自学使用。

新世纪、新教材、新课堂、新的考试模式,对每一个学生都是一种新的感悟、新的考验。读完这本书,你会对新课程理念有更深的体会,从而在全新教育理念营造的新课堂内焕发新的活力。

丛书主编 周益新

2004年5月

编委会

总策划：龙门书局

主 编：周益新

执行编委：田 旭

编 委：龚霞玲 刘 祥 卞清胜 李显晟

阮祥富 周春来 黄孝银 金立淑

胡良君 李文溢 刘兆航 徐奉林

创意策划：田 旭 周益新



龙门书局

目录

龙门新教案

初三代数

第十二章

一元二次方程

第一节 用公式解一元二次方程	(1)
第一讲 一元二次方程	(1)
第二讲 直接开平方法	(4)
第三讲 配方法	(7)
第四讲 公式法	(10)
第二节 用因式分解法解一元二次方程	(13)
第一讲	(13)
第二讲	(16)
第三节 一元二次方程的根的判别式	(19)
第一讲	(19)
第二讲	(22)
第四节 一元二次方程的根与系数的关系	(25)
第一讲	(25)
第二讲	(28)
第五节 二次三项式的因式分解	(31)
第六节 一元二次方程的应用	(34)
第一讲	(34)
第二讲	(37)
第三讲	(40)
创新能力综合测试(一)	(43)
第七节 可化为一元二次方程的分式方程	(45)
第一讲	(45)
第二讲	(48)
第三讲	(51)
创新能力综合测试(二)	(55)
第八节 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组	(57)
第一讲	(57)
第二讲	(60)
第九节 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程的方程组成的方程组	(63)
第十节 小结与复习	(66)
创新能力综合测试(三)	(69)

第十三章

函数及其图象

第一节 平面直角坐标系	(71)
第一讲	(71)
第二讲	(74)
第二节 函数	(77)

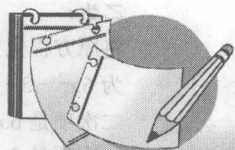
第一讲	(77)
第二讲	(80)
第三节 函数的图象	(83)
第一讲	(83)
第二讲	(86)
第四节 一次函数	(90)
第五节 一次函数的图象和性质	(93)
第一讲	(93)
第二讲	(97)
创新能力综合测试(一)	(100)
第六节 二次函数 $y = ax^2$ 的图象	(102)
(1) 第一讲	(102)
(1) 第二讲	(106)
(4) 第七节 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象	(109)
(7) 第一讲	(109)
(01) 第二讲	(112)
(13) 第三讲	(115)
(13) 第四讲	(119)
(61) 第八节 反比例函数及其图象	(122)
(91) 第九节 小结与复习	(126)
(91) 创新能力综合测试(二)	(130)

第十四章

统计初步

(22) 第一节 平均数	(133)
(82) 第一讲	(133)
(18) 第二讲	(136)
(42) 第二节 众数与中位数	(139)
(42) 第三、四节 方差	(142)
(72) 第一讲	(142)
(10) 第二讲	(145)
(13) 第三讲	(148)
(24) 第五节 频率分布	(151)
(24) 第一讲	(151)
(84) 第二讲	(155)
(12) 第三讲	(158)
(22) 第六节 小结与复习	(160)
(27) 创新能力综合测试	(162)

(72)	
(00)	
(03)	
(00)	
(00)	
(00)	
(17)	
(17)	
(17)	
(17)	



第十二章 一元二次方程



第一节 用公式解一元二次方程

第一讲 一元二次方程

美是一种感觉,本应没有什么客观的标准,但在自然界里,物体形状的比例却提供了在匀称与协调上一种美感的参考,在数学上,这个比例称之为黄金分割。在线段 AB 上,若要找出黄金分割的位置,可以设分割点为 G ,则 G 点要符合以下的特性: $AB:AG=AG:GB$,设 $AB=l$, $AG=x$ 则有 $l:x=x:(l-x)$



$$\therefore x^2 + lx - l^2 = 0$$

解方程得: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}l$, 去掉负值, $x \approx 0.618l$, 由此求得黄金分割点的位置为线段的 0.618。

在人的躯干与身高的比例上,肚脐是理想的黄金分割点。很可惜,一般人的躯干(由脚底至肚脐的长度)与身高比都低于此数值。因此,很多女士选择穿上高跟鞋来提高她们的脚长与身高的比例,使自己变得楚楚动人。



教材全解

重点1 整式方程的概念

方程的两边都是关于未知数的整式,这样的方程叫做整式方程。

重点2 一元二次方程定义

在整式方程中,只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是2,这样的整式方程叫做一元二次方程。



在线课堂

1. 这里所说的整式是“关于未知数”的整式,如果 x 为未知数,则 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}$ 也可以称为关于未知数的整式,这里 a, b, c 表示已知数。

2. 一元二次方程的概念是在整式方程的前提下定义的,“一元”指的是“只含有一个未知数”,“二次”指的是“未知数的

最高次数是2”,一般整式方程都用“元”和“次”来定义。

生: $2x^2 - 4x = x(2x+2) + 3$ 是一元二次方程吗?

师:不是的,一元二次方程的定义是就方程进行合并同类项整理后而言的,也就是说看一个方程是不是一元二次方程应先化简后判断。

[例1] 判断下列方程是不是一元二次方程:

(1) $x^2 - 5x = 0$ (2) $9x^2 + 6 = 2x(3x+1)$

(3) $4x^2 = x+5$ (4) $3x^2 = 7y$

(5) $\frac{1}{3x^2} = 2$ (6) $x(5x-2) = x(x+1) + 4x^2$



思路导引

由一元二次方程的定义知:(1)(3)是一元二次方程,(2)合并同类项后发现是一元二次方程,(4)含有____个未知数不是一元二次方程,(5)不是整式方程,(6)合并同类项后不含____项,故不是一元二次方程。

解:是一元二次方程的是:_____。



方法技巧

要判断一个方程是否是一元二次方程可以根据定义判定,若经过恒等变形后,一个方程是整式方程,并且只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是2,那么它就是一元二次方程,否则不是。

随堂练习

1. 把下列方程中是一元二次方程的序号填在横线上

① $x^2 = 9$

② $\frac{2}{x^2} + x = 5$

③ $x(x+5) = x^2 - 2x$

④ $5x^2 = 0$

⑤ $\sqrt{2}x - x^2 + 1 = 0$

⑥ $3x^2 + \frac{5}{2}x - 3 = 0$

⑦ $\frac{y^2}{4} - y = 0$

重点3

任何一个关于 x 的一元二次方程,经过整理后,都可以化为下面的形式: $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 这种形式叫做一元二次方程的一般形式,其中 ax^2 叫做二次项, a 叫做二次项的系数; bx 叫做一次项, b 叫做一次项的系数; c 叫做常数项。



在线课堂

(1) “ $a \neq 0$ ”是一元二次方程一般形式的一个重要组成部分,因为方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 中,只有当 $a \neq 0$ 时才叫一元二次方程。反之,如果明白指出方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 是一元二次方

程,那么就隐含了 $a \neq 0$ 这个条件.

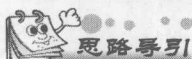
(2)二次项系数,一次项系数及常数项都是在方程为一般形式下定义的.

(3)一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0) \Rightarrow$

完全的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (b \neq 0, c \neq 0)$

不完全的一元二次方程 $\begin{cases} ax^2 + c = 0 \\ (\text{缺一次项 } b = 0, c \neq 0) \\ ax^2 + bx = 0 \\ (\text{缺常数项, } b \neq 0, c = 0) \\ ax^2 = 0 \\ (\text{缺一次项和常数项, } b = c = 0) \end{cases}$

[例2] 把下列方程 $3x(x-1) = 2(x+2) + 8$ 化为一般形式 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的形式,并写出它的二次项的系数 a ,一次项系数 b ,常数项 c 各是多少.



思路导引

显然,所给方程不是一般形式,所以应先去括号,移项,合并同类项将方程化为一般形式,然后再作答.

解:去括号:

移项:

合并同类项: $3x^2 - 5x - 12 = 0$

这里二次项的系数为 $a = 3$,一次项的系数为 $b = -5$,常数项 $c = -12$.



警示误区

求一元二次方程的各项系数和常数项,必须先把方程化为一般式,对于本例,不能将一次项的系数和常数项写成 5, 12.

随堂练习

2. 若方程 $(m-1)x^{|m|+1} - 2x = 3$ 是关于 x 的一元二次方程,则 $m =$.

3. 一元二次方程 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 的二次项的系数与常数项之和为 .

4. 关于 x 的方程 $(2m-1)x^2 - (m-1)x = 5m$ 是一元二次方程,求 m 的取值范围.



问题研讨

[例3] 写出方程 $6x^2 = 3x + 2$ 的二次项、一次项、常数项.

甲生:

二次项是 $6x^2$

一次项是 $3x$

常数项是 2

乙生:

将原方程化为一般形式

为 $6x^2 - 3x - 2 = 0$

二次项是 $6x^2$

一次项是 $3x$

常数项是 2

丙生:

将原方程化为一般形式

为 $6x^2 - 3x - 2 = 0$

二次项是 6

一次项是 -3

常数项是 -2

丁生:

将原方程化为一般形式

为 $6x^2 - 3x - 2 = 0$

二次项是 $6x^2$

一次项是 $-3x$

常数项是 -2

诊断



要点记忆

1. 一元二次方程的定义:方程中的“元”是指未知数,“次”是指未知数的最高次数,一般整式方程都用“元”,“次”来定义. (★)

2. 一元二次方程的一般形式:任何一个一元二次方程都能化为 $ax^2 + bx + c = 0$ 的形式,当 $a \neq 0$ 时, $ax^2 + bx + c = 0$ 是一元二次方程, $a = 0$ 时, $ax^2 + bx + c = 0$ 不是一元二次方程;如果方程中含有字母系数的 x^2 项,且出现“关于 x 的方程”这样的语句,就要对方程中的字母进行讨论,这一点很重要,它是重要的考点之一. (★★★)

心得笔记

[例1] 两,二次项,(1)(2)(3)

[例2] $3x^2 - 3x = 2x + 4 + 8$

$3x^2 - 3x - 2x - 4 - 8 = 0$

[问题研讨] 诊断:甲、乙、丙三位同学的解答是解这类问题最容易出现的三种错误.导致甲错解的原因是:忽略了二次项,二次项系数,一次项,一次项系数和常数项都是在方程为一般形式下定义的,求解时没有把方程化为一般形式;导致乙错解的原因是漏掉了各项的符号;导致丙错解的原因是混淆了二次项与二次项系数等概念;丁的回答才是正确的.



课后作业

班级_____ 姓名_____ 分数_____

[基础演练]

- 一元二次方程的一般形式是_____.
- 方程 $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})+(2x+1)^2=x-2$ 的常数项为_____.
- 一元二次方程 $-2x^2+5x-3=0$,把二次项的系数变为正数是_____.
- 把方程 $x^2-4=-2x$ 化为一般形式后,二次项系数、一次项的系数、常数项分别为_____.
- 方程 $(2x+1)(x-3)=x^2+1$ 化为一般式为_____,二次项系数、一次项系数、常数项的和为_____.
- 关于 x 的一元二次方程 $(ax-1)(ax-2)=x^2-2x+6$ 中 a 的取值范围是_____.
- 下列方程中,一元二次方程的个数有 ()
 ① $ax^2+bx+c=0$; ② $x^2+2y-3=0$;
 ③ $\frac{1}{x^2}+x+3=0$; ④ $x^2+3x+4=(x-1)^2$;
 ⑤ $(a^2+1)x^2+ax+1=0$; ⑥ $x^2=1$.
 A.1个 B.2个 C.3个 D.4个
- 方程 $2x^2=3(x-2)$ 化为一般形式后二次项系数、一次项系数和常数项分别是 ()
 A.2,3,-6 B.2,-3,-6
 C.2,-3,6 D.2,3,6
- (四川江油 2003)若 $(m-2)x^{m^2-3}=5$ 是一个一元一次方程,则 m 的值是 ()
 A. ± 2 B.-2 C.2 D.4
- 若 $a-b+c=0$,那么一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一根是 ()
 A.2 B.1 C.0 D.-1
- (甘肃 2003)已知3是关于 x 的方程 $\frac{4}{3}x^2-2a+1=0$ 的一个解,则 $2a$ 的值是 ()
 A.11 B.12 C.13 D.14
- 若 $ax^2-5x+3=0$ 是一元二次方程,则不等式 $3a+6>0$ 的解集为 ()
 A. $a>-2$ B. $a<-2$
 C. $a>-2$ 且 $a\neq 0$ D. $a<\frac{1}{2}$

[综合测试]

- 当 a 为何值时,关于 x 的方程 $(3a+1)x^2+6ax-3=0$ 是一元二次方程.

- 当 k 为何值时, $(k^2-9)x^2+(k-5)x+3=0$ 不是关于 x 的一元二次方程.

- k 为何值时, $(k^2-1)x^2+(k+1)x-2=0$ 是:(1)一元一次方程;(2)一元二次方程.

[探究升级]

- 应用一元二次方程的定义,你能求出下列问题:一个三角形的两边长分别为3cm和7cm,第三边是整数 a cm且满足 $a^2-10a+21=0$,求三角形的周长.

- 已知 $|a^2-25|+\sqrt{a+b+9}=0$,关于 x 的方程 $ax^2+bx=5x^2-4$ 是一元二次方程.求 $5x^2+2x-1$ 的值.

- 已知 ± 1 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解.试确定 a 、 b 、 c 间的关系.

自我评价



第一节 用公式解一元二次方程

第二讲 直接开平方法

“带从开方法”出现在公元初我国的《九章算术》中，它是开方的发展，开平方是求 $x^2=c$ 的根，如果在 x^2 项的后面跟有一个 x 的一次项 bx ，那么我国古代称这一次项为“从法”，简称为“从”，于是称求 $x^2+bx=c$ 的根为“开带从平方”。

“开带从平方”法是通过对方程进行一定程式的运算，从而获得方程的根，这与利用求根公式求解不同，用这个方法求得的根只取正的。若计算结果无法取得精确值，那就以近似值代替，除“带从开方法”外，《九章算术》中还给出了二次方程的其他一些解法，这在当时都是无与伦比的成就。

中国古代数学家在这方面的研究并未停步，仍有一大批数学家，如赵爽、刘徽、祖冲之、张邱建、张遂（又名一行）等，对二次方程从应用和理论两个方面都进行了深入研究，并获得了重要成果。



教材全解

重点

我们来解方程 $x^2-4=0$ 。先移项，就得到： $x^2=4$ ，这里，实际上是求4的平方根，因此， $x=\pm\sqrt{4}$ 。

即 $x_1=2, x_2=-2$ 。

这种解某些一元二次方程的解法叫做直接开平方法。



在线课堂

1. 直接开平方法的理论依据是平方根的定义及其性质。直接开平方法适用于解：①形如 $x^2=a(a\geq 0)$ 的方程，②形如 $(x+a)^2=b(b\geq 0)$ 的一元二次方程。根据平方根的定义可知， $x+a$ 是 b 的平方根，当 $b\geq 0$ 时， $x+a=\pm\sqrt{b}$ ， $x=-a\pm\sqrt{b}$ ；当 $b<0$ 时方程没有实数根。

2. 对于一般形式下的一元二次方程就不能直接应用开平方法求解。

【例1】解方程 $(x+3)^2=2$ 。



思路导引

由平方根的定义可知，原方程中 $x+3$ 是2的平方根，因此，可运用直接开平方法求出 $x+3$ ，再解出 x 。

解：因为 $x+3$ 是2的_____

$\therefore x+3=\pm\sqrt{2}$

即 $x+3=\sqrt{2}$ 或 $x+3=-\sqrt{2}$

$\therefore x_1=-3+\sqrt{2}, x_2=-3-\sqrt{2}$ 。



方法技巧

本例告诉我们，如果一个一元二次方程的一边是含有未知数的一次式的平方，另一边是一个非负数，同样可以用直接开平方法来解。

随堂练习

1. 解方程：

(1) $(2x-3)^2=5$

(2) $(x-5)^2=5$

(3) $(x+1)^2-12=0$

(4) $(6x-1)^2=25$

【例2】用直接开平方法解下列方程：

(1) $9x^2-25=0$ (2) $4(x-2)^2-36=0$

(3) $\frac{1}{2}(x+3)^2=4$



思路导引

用直接开平方法解方程，要先将方程化成左边是含未知数的完全平方式，右边是非负常数的形式，再根据平方根的定义求解。

解：(1) 移项，得_____

方程两边同除以9得_____

由平方根的定义可知： x 是 $\frac{25}{9}$ 的平方根。

$\therefore$ _____ 即 $x_1=\frac{5}{3}, x_2=-\frac{5}{3}$ 。

(2) 移项，得 $4(x-2)^2=36$

$\therefore (x-2)^2=9 \therefore x-2=\pm 3$ 故 $x_1=5, x_2=-1$ 。

(3) 方程两边都乘以2得 $(x+3)^2=8$

即_____

$\therefore x_1=-3+2\sqrt{2}, x_2=-3-2\sqrt{2}$ 。



警示误区

本节的学习要求是掌握用直接开平方法解一元二次方程，会用开平方法解形如 $(x-a)^2=b(b\geq 0)$ 的方程。在用直接开平方法解一元二次方程时，要防止出现直接由 $\frac{1}{2}(x+3)^2=4$ 得出 $\frac{1}{2}(x+3)=\pm 2$ 的错误。

随堂练习

2. 解方程

(1) $4(x-1)^2-9=0$

(2) $4(t-\frac{7}{2})^2=65$

(3) $(3y-7)^2-1=0$

(4) $x^2+2x=8$



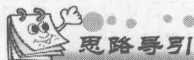
综合延伸

前面我们研究了形如 $(x-a)^2=b(b\geq 0)$ 的方程能直接用开平方法求解. 那么形如 $(ax+b)^2=(cx+d)^2$ 的方程 ($a\neq c$, $ac\neq 0$) 能否用直接开平方法求解呢? 回答是肯定的.

[例3] 解方程.

(1) $(x-2)^2=(2x+3)^2$

(2) $4(3x-1)^2-9(3x+1)^2=0$



思路导引

(1) 可把 $x-2$ 看作是 $(2x+3)^2$ 的平方根, 所以可以用直接开平方法来解. (2) 与 (1) 类似.

解: (1) 两边开平方, 得: $x-2=\pm(2x+3)$

即: ① _____ ② _____

(2) 移项得: $4(3x-1)^2=9(3x+1)^2$

即: _____

$\therefore 2(3x-1)=3(3x+1)$ 或 $2(3x-1)=-3(3x+1)$

即 $3x+5=0$ 或 $15x+1=0 \therefore x_1=-\frac{5}{3}, x_2=-\frac{1}{15}$



延伸总结

1. 如果本例从小处着眼, 把原方程化为 $3x^2+16x+5=0$ 求解, 则陷入泥潭, 无法用直接开平方法求解. 如果从整体出发, 则峰回路转, 迅速求解.

2. 若 $a^2=b^2$, 则 $a=b$ 或 $a+b=0$ 也可以作为求解的依据.

随堂练习

3. 解方程

(1) $(3x-4)^2=(3-4x)^2$

(2) $(1-3x)^2-4(2x+3)^2=0$

4. $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, a, b, c 分别为 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边, 且满足 $\frac{(a+c)^2}{4}=b^2$, 求 $a:b:c$ 的值.

要点记忆

本节课, 我们学习的内容是运用直接开平方法解下列两种形式的一元二次方程.

(1) 形如 $x^2=a(a\geq 0)$ 的方程的解为 $x=\pm\sqrt{a}$.(2) 形如 $(x-a)^2=b(b\geq 0)$ 的方程的解为

$x_1=a+\sqrt{b}, x_2=a-\sqrt{b}$.

(★★★)

心得笔记

[例1] 平方根

[例2] (1) $9x^2=25, x^2=\frac{25}{9}, x=\pm\frac{5}{3}$

(3) $x+3=\pm 2\sqrt{2}$

[例3] $x-2=2x+3, x-2=-(2x+3),$
 $2(3x-1)=\pm 3(3x+1)$



课后作业

班级_____ 姓名_____ 分数_____

【基础演练】

- 方程 $(3x - \sqrt{3})^2 = 27$ 的根是_____.
- 方程 $(3t - 4)^2 = (4t - 3)^2$ 的根是_____.
- 方程 $0.01y^2 - 0.09 = 0$ 的根是_____.
- 方程 $4x^2 + 9 = 0$ 的根是_____ ()
 A. $x = \frac{3}{2}$ B. $x = -\frac{3}{2}$ C. $x = \pm \frac{3}{2}$ D. 无实数根
- 方程 $(x - p)^2 = q (q > 0)$ 的根是_____ ()
 A. $x = p + \sqrt{q}$ B. $x = -p \pm \sqrt{q}$
 C. $x = \pm p + \sqrt{q}$ D. $x = \pm (p + \sqrt{q})$
- 如果代数式 $3x^2 - 6$ 的值为 21, 则 x 的值一定是_____ ()
 A. 3 B. ± 3 C. -3 D. $\pm \sqrt{3}$
- 已知 $x^2 + 3x + 5$ 的值为 9, 则代数式 $3x^2 + 9x - 2$ 的值为_____ ()
 A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

【综合测试】

8. 用直接开平方法解方程.

(1) $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = 20$

(2) $4(\sqrt{3}x + \sqrt{2})^2 - 8 = 0$

(3) $(x - 5)(x + 3) + (x - 2)(x + 4) = 26$

(4) $(x - 2)^2 = (2x + 3)^2$

【探究升级】

9. 解下列关于 x 的方程.

(1) $(x - a)^2 = b^2$

(2) $(ax + b)^2 = c (a \neq 0)$

10. 某工厂计划用两个月把产量提高 21%, 如果每月比上个月提高的百分数相同, 求这个百分数.

自我评价



第一节 用公式解一元二次方程

第三讲 配方法

在研究问题的过程中,常常把遇到的问题尽可能转化为熟悉的、简单的、已经解决或容易解决的问题,这种思想被人们誉为转化思想.转化思想是解决数学问题的重要而基本的思想,是一种重要的解题策略.转化的基础是联想,如:上节课我们研究了形如 $(x+p)^2=q(q\geq 0)$ 的方程的解法,那么形如 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的方程如何求解呢?此时,我们采用转化思想,先将方程 $ax^2+bx+c=0$ 转化为 $(x+p)^2=q$ 的形式,再求解就可以解决问题.



教材全解

重点 配方法解一元二次方程

★★

例如:将方程 $x^2+6x+7=0$ 的常数项移到右边,并将一次项 $6x$ 改写成 $2\cdot x\cdot 3$ 得: $x^2+2\cdot x\cdot 3=-7$

可以看出,为了使左边成为完全平方式,在方程两边都加上 3^2 (即一次项系数一半的平方)得: $x^2+6x+3^2=-7+3^2$

$$(x+3)^2=2$$

解这个方程得: $x_{1,2}=-3\pm\sqrt{2}$

这种解一元二次方程的方法叫做配方法.这种方法就是先把方程的常数项移到方程的右边,再把左边配成一个完全平方式,如果右边是非负数,就可以直接利用开平方法求出它的解.



在线课堂

1. 配方法解一元二次方程,是以配方为手段,以直接开平方法为基础的一种解一元二次方程的基本方法.

2. 用配方法解一元二次方程的步骤是:

(1)如果一元二次方程的二次项系数 a 不是1,就应先在方程的两边除以 a ,使方程的二次项系数化为1.

(2)把常数项移到方程的右边.

(3)根据完全平方公式 $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$ 的 b^2 是 $2ab$ 中 $2b$ 的一半的平方,在方程的两边各加上一次项系数一半的平方,可使方程的左边变成一个完全平方式,右边是一个常数的形式.

(4)如果右边是非负实数,就用直接开平方法解一元二次方程.

[例1] 解方程:(1) $x^2-4x-3=0$

$$(2)2x^2+3=7x$$



思路导引

(1)方程 $x^2-4x-3=0$ 的二次项的系数已经是1,可以直

接运用配方法求解.

(2)方程 $2x^2+3=7x$ 先化为一般形式,这个方程的二次项系数是2,为了便于配方,可把二次项系数先化为1,为此,把方程的各项都除以2.

解:(1)移项,得 $x^2-4x=3$

配方得, $x^2-4x+(-2)^2=$

即

解这个方程得

即 $x_1=2+\sqrt{7}, x_2=2-\sqrt{7}$.

(2)移项,得 $2x^2-7x=-3$

把方程两边都除以2得: $x^2-\frac{7}{2}x=-\frac{3}{2}$

配方得: $x^2-\frac{7}{2}x+\frac{(\frac{7}{2})^2}{4}=-\frac{3}{2}+\frac{(\frac{7}{2})^2}{4}$

即 $(x-\frac{7}{4})^2=\frac{1}{4}$

解这个方程得 $x_1=\frac{7}{4}+\frac{1}{2}, x_2=\frac{7}{4}-\frac{1}{2}$.



方法技巧

配方法是解一元二次方程的重要方法,熟练掌握完全平方公式是配方法解题的基础.对于二次项系数为1的方程,在方程两边同时加上一次项系数一半的平方即可配方,若二次项系数不为1,一般应先将二次项系数变为1,然后再配方比较简便,熟练后,根据具体情况可灵活处理.

随堂练习

用配方法解下列方程:

$$1. x^2-6x+4=0$$

$$2. x^2+5x-6=0$$

$$3. 2t^2-7t-4=0$$

$$4. 3x^2-1=6x$$



综合延伸

配方法是初中代数中常用的数学方法,这种数学方法以乘法公式 $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$ 为依据,通过“配”项,使代数式中出现完全平方形式,然后利用完全平方式的特点,使问

题得到解决.在数学竞赛中常有此方面知识的应用.

【例2】解方程 $(6x+7)^2(3x+4)(x+1)=6$.



思路导引

观察方程的左边,是一个关于 x 的四次式,故这个方程是一元四次方程.如何求解,设法降次.

解:设 $(6x+7)^2=y$,再注意到

$$(3x+4)(x+1)=3x^2+7x+4$$

$$= \frac{1}{12}(36x^2+84x+49-1)$$

$$= \frac{1}{12}[(6x+7)^2-1] = \frac{1}{12}(y-1)$$

$$\text{故原方程为: } y \cdot \frac{1}{12}(y-1) = 6$$

$$\text{整理可得: } y^2 - y - 72 = 0$$

$$y^2 - y = 72 \quad \text{即} \quad \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{289}{4}$$

$$\text{解这个方程得: } y - \frac{1}{2} = \pm \frac{17}{2}$$

$$\therefore y_1 = 9, y_2 = -8 (\text{舍去})$$

$$\therefore (6x+7)^2 = 9$$

$$\therefore x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = -\frac{5}{3}$$



延伸总结

1. 把一个数学式子或者其中的一部分看作一个整体,用一个中间量去代换,从而简化式子的结构,使问题易于解决,这种解题方法叫做换元法.

2. 换元法的关键是正确地进行变量替换,替换得当,解题过程简捷,流畅,替换不合理,就失去换元的意义,所以用换元法时要多观察,抓住特征为换元创造良好的条件.本例是高次方程先通过配方,为换元创造条件,最后达到降次目的.

随堂练习

5. 解方程 $(x^2-1)^2-5(x^2-1)+4=0$

6. 试证明关于 x 的方程 $(a^2-8a+20)x^2+2ax+1=0$, 不论 a 取何值该方程都是一元二次方程.

要点记忆

用配方法解一元二次方程的步骤是:

(1)化二次项系数为1;

(2)移项,使方程左边为二次项和一次项,右边为常数项;

(3)方程两边各加上一项系数一半的平方;

(4)将方程变形为 $(x+p)^2=q$ 的形式,如果 $q \geq 0$, 方程的根是: $x = -p \pm \sqrt{q}$; 如果 $q < 0$, 方程没有实数根. (★★)

心得笔记

【例1】(1) $3+(-2)^2, (x-2)^2=7, x-2=\pm\sqrt{7}$

(2) $\left(-\frac{7}{4}\right)^2, \left(-\frac{7}{4}\right)^2, \left(x-\frac{7}{4}\right)^2, \frac{25}{16}$

$3, \frac{1}{2}$