# 高等代数

# 评估与测试

主编　徐德余

# 题库

$$(a_{ij})_{mn}+(b_{ij})_{mn}=(a_{ij}+b_{ij})_{mn}$$

$$(a_{ij})_{mn}\cdot(b_{ij})_{np}=(\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj})_{mp}$$

四川科学技术出版社

# 高等代数评估与测试题库

主　编　　徐德余
副主编　　钟　琪　晏能中

编者　　宁治玉　费钖樽　岑燕斌　曾德备
　　　　高富德　刘绍颖　周汝模　刘先忠
　　　　王章雄　陈翰林

四川科学技术出版社

责任编辑：尧汝英
封面设计：戈　民
技术设计：唯　一

高等代数评估与测试题库

徐德余　主编

四川科学技术出版社出版发行　（成都盐道街三号）
郫县科技书刊印刷厂印刷

开本787×1092毫米　1/32　印张26.75　字数577千
1990年7月第一版　1990年7月第一次印刷　印数 1－3500册

ISBN　7-5364-1738-1/G·436　定　价：8.00元

# 内 容 提 要

本书根据部颁高等师范院校高等代数教学大纲和高等师范院校广泛使用的教材（张禾瑞与郝钢新编的《高等代数》（第三版）和北京大学编的《高等代数》）的要求，为了科学地对学生能力和教师的教学质量进行评价而编写的。

本书内容分试题部分（共有3688题）、解答部分和附录部分（计算机处理简介以及试用情况简介）。试题与解答各分九章。每章按知识、理解、简单应用、综合应用、发展性应用等五个能力层次编写。

本书适用于高等师范院校、教育学院数学系师生，也适合于综合性大学、工科院校和电大、职大、夜大、函大、自大讲授或学习《高等代数》（线性代数）的师生。

# 前　言

高等代数是高等师范院校数学专业重要的基础课之一。为了提高教学质量，使高等代数考试能客观地反映学生的真实水平，便于科学地对学生能力和教师的教学质量进行评价，我们根据部颁高等师范院校高等代数教学大纲和高等师范院校广泛使用的教材的要求，将美国教育心理学家布卢姆关于认知领域教育目标分类学的六个能力层次归纳为五个能力层次（知识、理解、简单应用、综合应用、发展性应用），以此作为编题分类标准，组织从事高等代数教学多年，经验丰富的教师集体编写了本书。

本书的题目的编排遵循由浅入深，由记忆到理解，由摹仿到创新的循序渐进原则，系统性强，符合认识规律，有助于学生数学素质的提高，有助于对学生能力进行评价。

本书习题在相同的考试范围和考试要求下，用计算机或人工能组成难度相当，水平相当的多份等价试卷，克服了命题的主观随意性，使考试具有班、级、校之间的纵横向可比性，有利于系、院（校）或上级主管部门把握、衡量高等代数教学水平。

本书有利于提高教学质量，检查教学效果。教师可以及时发现教学的薄弱环节，通过分析原因，增添措施，使教学质量得到保证；学生可通过复习（自学）、自测，随时衡量自己已达到的水平，从各个层次，各个侧面，全面地掌握所学知识，以便不断改进学习方法，提高学习效率。

书中各题均给出了参考分，多数题给出了解答和评分标准，给分常以答题时间为依据。由于在校生考试常为水平性考试，因此发展性应用题在考试时可以每题5分计（本书则以10分计）。

由于各校使用教材不一，以及虽使用同一本教材，但安排的次序不一，所以在使用本书时，可根据各校情况作适当调整（例如重新编号）。

考虑到本科院校的使用，本书给出了一些加星号的题，此类题专科层次可不作要求。

参加编写本书的有：四川绵阳师专的徐德余、钟琪、宁治玉；达县师专的晏能中；西昌师专的周汝模；重庆教育学院的费锡樽；云南玉溪师专的曾德备、高富德；贵州黔南民族师专的岑燕斌；河北承德师专的刘绍颖；湖北荆州师专的刘先忠、王章雄。

由于我们水平有限，加之时间仓促，且属尝试性编写，其中定有不少疏漏、错误，恳请读者不吝指正。

编者　　1990年2月

# 目　　录

## 测试题部分



## 试题解答部分

## 附录部分

# 测试题部分

## 第一章　多项式

### 知识能力层次

**一、填空题（每题2分）**

1．数环$R$上关于文字$x$的一元多项式指的是形式表达式________.

2．零多项式，指的是________的多项式.

3．零次多项式是一个______.

4．多项式的带余除法，不因系数域的扩大而改变________和________.

5．$f(x)g(x)=0$的充要条件是________.

6．设$f(x)$和$g(x)$是数环$R$上的两个多项式，且$f(x)\neq 0$，$g(x)\neq 0$．那么，当$f(x)+g(x)\neq 0$时，次$(f(x)+g(x))=$________.

7．设次$f(x)=m$，次$g(x)=n$，则次$f(x)g(x)=$________.

8．若$F\subseteq\overline{F}$，当$f(x)$、$g(x)\in F[x]$时有$f(x)\nmid g(x)$、则在$\overline{F}[x]$里________.

9．设$f(x)$、$g(x)\in R[x]$，对于$d(x)\in R[x]$，若满足________和________则称$d(x)$是$f(x)$和$g(x)$的最大公因式.

10．若$(f(x), g(x))=d(x)$，则一定存在$u(x)$和$v(x)$，使得________．

11．$f(x)$、$g(x)\in F[x]$，则$f(x)$、$g(x)$互素的充要条件是________．

12．若$f_i(x)\in F[x]$，$i=1,2,\cdots n$对于$d(x)\in F[x]$，满足条件i）________和条件ii）________时称$d(x)$为$f_1(x)$，$f_2(x)$，$\cdots f_n(x)$的最大公因式．

13．$p(x)$为不可约多项式，$f(x)$为任意多项式，若$p(x)\nmid f(x)$，则________．

14．$p(x)$为不可约多项式，$f(x)$为任意多项式，若$(p(x), f(x))\neq 1$，则________；

25．$f(x)$为零多项式，则$f(x)$不同根的个数为________．

16．实数域上不可约多项式的类型只有________种．

17．在实数域上，任何次数$\geqslant$________的多项式都是可约多项式．

18．有理数域上存在________次数的不可约多项式；

19．一个次数大于零的整系数多项式，若在有理数域上可约，则在整数环上________．

20．$f(x)$、$g(x)$是本原多项式，则$f(x)g(x)$________；

21．复数域上不可约多项式的类型只有________种．

22．数$c$是多项式$f(x)$的根的充要条件是________．

23．代数基本定理的内容是________．

24．代数基本定理适用于________．

25．$p(x)$是$F[x]$中一不个可约多项式，则$f(x)$与$p(x)$互素的充要条件是________．

26. 多项式$f(x)$没有重因式的充要条件是________.

27. 若不可约多项式$p(x)$是$f(x)$的$k$重因式，则$p(x)$是$f'(x)$的________.

28. 若不可约多项式$p(x)$是$f'(x)$的$k-1$重因式，且________则$p(x)$是$f(x)$的$k$重因式.

29. 若$\alpha$是$f(x)$的$k$重根，则$\alpha$是$f'(x)$的______重根.

30. 若$\alpha$是$f'(x)$的$k-1$重根，且________，则$\alpha$是$f(x)$的$k$重根.

31. 多元多项式$2x_1x_2^2x_3+3x_2^5x_3-x_1x_2^2x_3^2+4x_1^2x_2+x_1^3$按字典排列法排列应书写为________.

32. 三元二次对称多项式的一般式是________.

33. 设$f(x_1, x_2, \cdots x_n)$与$g(x_1, x_2, \cdots x_n)$是数环$R$上$n$元多项式，如果对于任意$(c_1, c_2, \cdots c_n)\in R^n$，都有________，那么$f(x_1, x_2, \cdots x_n)=g(x_1, x_2, \cdots x_n)$.

**二、判断（每题2分，在题后括号内，正确的划“√”，错误的划“×”）**

1. $f(x)$, $g(x)\in F[x]$，若$f(x)g(x)=f(x)h(x)$，则$g(x)=h(x)$. (　　)

2. 零次多项式整除任一多项式. (　　)

3. 零多项式被任一多项式整除. (　　)

4. 零多项式只能整除零多项式. (　　)

5. $f(x)=g(x)q(x)+r(x)$这里$g(x)\neq0$，则满足等式的$q(x)$，$r(x)$只有一对. (　　)

6. $(f(x), g(x))=d(x)$，则满足等式$f(x)u(x)+g(x)v(x)=d(x)$的$u(x)$、$v(x)$只有一对. (　　)

7．若$f(x)$与$g(x)$的乘积能被不可约多项式$p(x)$整除，那么至少有一个因式被$p(x)$整除．（　　）

8．数域$F$上任意一个次数大于零的多项式$f(x)$均可分解成一系列不可约多项式的乘积．（　　）

9．若$f(c)\neq 0$，则$x-c$不整除$f(x)$．（　　）

10．若$f(x)$在$F$上没有根，则$f(x)$在$F$上不含重因式．（　　）

11．含有无数个根的多项式是零多项式．（　　）

12．零次多项式没有根．（　　）

13．复数域上任意一个多项式都有根．（　　）

14．若$f(x)$在$F$上可分解，则$f(x)$在$F$上有根．（　　）

15．任何一个多项式$f(x)$，只要其次数大于零则在复数域上一定有根．（　　）

16．任意一个有理系数多项式的可约问题均可转化成讨论整系数多项式的可约问题．（　　）

17．复数域上的多项式，非实复根成对出现．（　　）

18．若$c$是$f(x)$的$k$重根，则$f^{(k)}(c)=0$．（　　）

19．任一整系数多项式$f(x)$均可写为一个本原多项式与一个整数的乘积．（　　）

20．若$f(x)=df_1(x)$，这里$f(x)$为整系数多项式，$f_1(x)$为本原多项式，$d$为整数，则$f_1(x)$被$f(x)$唯一确定．（　　）

21．没有次数的多项式只有零多项式．（　　）

## 理解能力层次

**一、判断：在正确命题（结果）的题尾括号内划上"√"，**

**在错误命题(结果)题尾的括号内划上"×"**

1．若$f(x)|\sum\limits_{i=1}^{m}k_ig_i(x)$，则$f(x)|g_i(x)\quad i=1,2,\cdots m$

( )

2．若$f(x)|g(x)h(x)$，则$f(x)|g(x)$或$f(x)|h(x)$

( )

3．对于$f(x)$、$g(x)$若存在$u(x)$、$v(x)$，使得：$f(x)u(x)+g(x)v(x)=d(x)$，则$(f(x),g(x))=d(x)$．

( )

4．若$(f(x)、g(x))=1$，则$(f(x),\ f(x)+g(x))=(f(x)g(x),\ f(x)+g(x))=1$． ( )

5．若$f(x)=4$，$g(x)=8$，则因为$(4,\ 8)=4$所以$f(x)$与$g(x)$不互素． ( )

6．$x^d-1|x^n-1$的充要条件是$d|n$． ( )

7．$p(x)$是$F[x]$中一个次数大于零的多项式，则$p(x)$为不可约多项式的充要条件是：如果对于任意$f(x)$、$g(x)\in F[x]$，只要$p(x)|f(x)g(x)$，就有：$p(x)|f(x)$或$p(x)|g(x)$． ( )

8．若$p(x)$是$f'(x)$的$k-1$重因式，则$p(x)$是$f(x)$的$k$重因式． ( )

9．若$p(x)$是$f(x)$的$k$重因式，则$p(x)$是$f'(x)$的$k-1$重因式． ( )

10．若$p(x)$是$f'(x)$的$k-1$重因式，则$p(x)$是$f(x)$的$k$重因式的充要条件是$p(x)|f(x)$． ( )

11．若$f_1(x),\ f_2(x),\cdots,f_n(x)$互素，则两两互素．

( )

12．若$f_1(x)$，$f_2(x)\cdots f_m(x)$两两互素，则$f_1(x)$，$f^2(x)$，…，$f_m(x)$互素。 ( )

13．设$p(x)$是$F[x]$中一个不可约多项式，则$(p(x), f(x))=1$的充要条件是$p(x)\nmid f(x)$． ( )

14．若$f(x)=g(x)q(x)+r(x)$，则$(f(x), g(x))=(f(x)、r(x))$ ( )

15．若$f(x)=g(x)q(x)+r(x)$，则$(f(x), g(x))=(g(x), r(x))$ ( )

16．若$f(x)u(x)+g(x)v(x)=1$，则$(f(x), g(x))=(f(x), v(x))=(u(x), g(x))=(u(x), v(x))=1$ ( )

17．若$f(x)\mid g(x)h(x)$，且$(g(x), h(x))=1$，则$f(x)\mid g(x)$，$f(x)\mid h(x)$． ( )

18．若$g_i(x)\mid f(x)$，$i=1,2,\cdots,m$，且$(g_1(x),\cdots,g_m(x))=1$，则$g_1(x)g_2(x)\cdots g_m(x)\mid f(x)$． ( )

19．若$g_i(x)\mid f(x)$，$i=1,2,\cdots,m$，且$g_1(x)$、$g_2(x)\cdots g_m(x)$两两互素，则$g_1(x)g_2(x)\cdots g_m(x)\mid f(x)$． ( )

20．任意数域$F$上都存在不可约多项式． ( )

21．复数域上存在任意次数的不可约多项式． ( )

22．有理数域上存在任意次数的不可约多项式．

( )

23．多项式$f(x)$若在实数域上可约，则在复数域上亦可约． ( )

24．多项式$f(x)$若在实数域上不可约，则在复数域上亦不可约． ( )

25．整系数多项式$f(x)$在有理数域上可约的充要条件

是在整数环上可约. (　　)

26. 多项式$f(x)$、$g(x)$若在实数域上具有关系$f(x)$不整除$g(x)$，则在复数域上不一定成立. (　　)

27. 数域$F$上的多项式只有两类，即可约多项式与不可约多项式. (　　)

28. 若$f(x)$在复数域上可约，则$f(x)$在复数域上至少有两个根. (　　)

29. 数域$F$上任意一个不可约多项式在复数域内没有重根. (　　)

30. 零多项式能整除且只能整除零多项式. (　　)

31. 如果$f(x)|g(x)$，且次$f(x)$=次$g(x)$，则$g(x)|f(x)$. (　　)

32. $p(x)$为不可约多项式，若$p(x)\nmid f(x)$，且$p(x)\nmid g(x)$，则$p(x)\nmid f(x)g(x)$. (　　)

33. 数域$F$上的多项式$f(x)$若在$F$上没有根，则$f(x)$在$F$上不可约. (　　)

34. 实系数多项式$f(x)=a_{2k+1}x^{2k+1}+a_{2k}x^{2k}+\cdots+a_0$在实数域上一定有根. (　　)

35. 多项式$f(x_1, x_2, x_3, x_4)=x_1^2+x_2^2+x_3^2$是四元对称多项式. (　　)

36. 多项式$f(x_1, x_2, x_3)=x_1^2x_2+x_2^2x_3+x_3^2x_1$是三元对称多项式. (　　)

37. 每一个$n$元对称多项式都可以唯一地表成初等对称多项式的多项式. (　　)

38. 一元多项式环的带余除法理论同样适用于多元多项

式环.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

39．两个$n$元对称多项式的和、差、积仍然是$n$元对称多项式.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

40．两个$n$元齐次多项式的积仍是一个$n$元齐次多项式.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

**二、选择填空：将唯一正确（或唯一错误）的命题（结果、说法）的代号填入题尾括号内：**

1．数域$F$上的一元多项式有　　　　　　　　　　（　　）

(A) $\dfrac{1}{x+1}$　　(B) $x+4$　　(C) $\sqrt{x}+2$

(D) $x^2+x^{-1}+1$

2．若$(f(x)、g(x))=d(x)$，则　　　　　　　　　　（　　）

(A) $(f(x)+g(x),\ f(x))=d(x)$

(B) $(f(x)+h(x),\ g(x)+h(x))=d(x)+h(x)$

(C) $(f^n(x),\ g^m(x))=d^{m+n}(x)$

(D) $(f(x)h(x),\ g(x))=h(x)d(x)$

3．数域$F$上的一元多项式$f(x)$的次数是5，$g(x)$的次数是3，且$g(x)\nmid f(x)$，在带余除法：$f(x)=g(x)q(x)+r(x)$中，$r(x)$的次数是　　　　　　　　　　（　　）

(A) 0　　(B) 大于1　　(C) 等于2

(D) 小于3

4．若$f(x)\neq 0$，且$(f(x)、g(x))=d(x)$，$f(x)u(x)+g(x)v(x)=d(x)$，则错误结论是　　　　　　　　　　（　　）

(A) $(f^n(x)、g^n(x))=d^n(x)$

(B) $\left(\dfrac{f(x)}{d(x)},\ \dfrac{g(x)}{d(x)}\right)=1$

(C)　$(u(x),\ v(x))=d(x)$

(D)　$(f(x)+g(x),\ g(x))=d(x)$

5．若$f(x)=g(x)q(x)+r(x)$　则　　　　（　　）

（A）　$(f(x),\ g(x))=(g(x),\ r(x))$

（B）　$(f(x),\ g(x))=(f(x),\ r(x))$

（C）　$(f(x),\ q(x))=(g(x),\ r(x))$

（D）　$(f(x),\ r(x))=(g(x),\ q(x))$

6．设$h(x)|f(x)g(x)$　且$(h(x),\ f(x))=1$，则

（　　）

（A）　$h(x)|f(x)$　且　$h(x)|g(x)$

（B）　$h(x)|f(x)$　或　$h(x)|g(x)$

（C）　$h(x)|f(x)$　　（D）　$h(x)|g(x)$

7．设$f(x)|g(x)$，且$g(x)|f(x)$　则　　　　（　　）

（A）　$f(x)=g(x)$　　（B）　$f(x)=cg(x)$　$c\neq 0$

（C）　$f(x)=g(x)=0$　　（D）　$f(x)=g(x)=k$

8．下列命题中，错误命题是:　　　　（　　）

（A）　若$f(x)|g(x)$且次$f(x)=$次$g(x)$，　则$g(x)|f(x)$　　（B）　零多项式整除零多项式

（C）　$f(x)|g(x)h(x)$，　则$f(x)|g(x)$或$f(x)|h(x)$

（D）　$x\nmid f(x)$且$x\nmid g(x)$则$x\nmid f(x)g(x)$

9．设$f(x)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$在有理数域上可约，（这里$a\neq 0$，$a$、$b$、$c$、$d$、$e$、$f$为有理数）则

（　　）

（A）　$f(x)$至少有一个有理根　　（B）　不一定存在有理根　　（C）　一定含有二次不可约因式

（D）　至少有一个整数根