



岩土塑性力学

Geotechnical Plastic Mechanics

郑颖人 孔亮 著

中国建筑工业出版社

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

岩土塑性力学

Geotechnical Plastic Mechanics

郑颖人 孔 亮 著

中国建筑工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

岩土塑性力学/郑颖人,孔亮著. —北京:中国建筑工业出版社,2010

ISBN 978-7-112-11668-3

I. 岩… II. ①郑…②孔… III. 岩土力学:塑性力学-研究生-教材 IV. TU4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 225283 号

本书是一本比较系统和实用的岩土塑性力学基本理论的基础理论著作,也是一本具有较多原创性论著的学术著作。本书以系统阐述岩土塑性基本理论、岩土类材料实用建模方法与极限分析方法为目的,并适用于作为研究生教材与参考书。因而要求既能提供反映岩土类摩擦材料力学特征与变形机制的塑性理论,而区别于经典塑性理论;又能较系统、简明地阐明岩土塑性力学原理。读者对象为土建类建筑结构专业及岩土工程设计科研人员。

* * *

责任编辑:赵梦梅 石振华

责任设计:赵明霞

责任校对:刘钰 兰曼利

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

岩土塑性力学

Geotechnical Plastic Mechanics

郑颖人 孔亮 著

*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京红光制版公司制版

北京中科印刷有限公司印刷

*

开本:787×1092毫米 1/16 印张:27½ 字数:686千字

2010年5月第一版 2010年5月第一次印刷

定价:69.00元

ISBN 978-7-112-11668-3

(18921)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题,可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本书目的是编著一本比较系统和实用的岩土塑性力学基本理论的学术著作，并适用于作为研究生教材与参考书。因而要求既能提供反映岩土类摩擦材料力学特征与变形机制的塑性理论，而区别于经典塑性理论；又能较系统、简明地阐明岩土塑性力学原理，适应不同层次的读者与研究生。

本书第一版《岩土塑性力学基础》油印稿于1983年初出版，曾先后在西安、重庆与北京三地举办学习班。1987年的正式出版（作者郑颖人、龚晓南），获水利部优秀科技图书一等奖。2002年出版了第二版《广义塑性力学—岩土塑性力学原理》（作者郑颖人、沈珠江、龚晓南），获国家科学技术著作出版基金资助。该版修正了经典塑性理论中的三个假设，将经典塑性力学开拓为既适用于岩土又适用于金属的广义塑性力学。本书第三版《岩土塑性力学》（作者郑颖人、孔亮），对第二版作了较大修改和大量补充，新增岩土摩擦体弹性力学、岩土极限分析等7章内容。

本书以系统阐述岩土塑性基本理论、岩土类材料实用建模方法与极限分析方法为目的，以提炼与推广新理论、新方法为宗旨，强调系统性和完整性，便于读者自学和研究生教学，因而本书具有如下两个特点：

一、内容新颖、有足够的深度与广度，努力引进与推广国内外具有实用价值的新理论与新方法，包含作者及其学生二十多年来的研究积累。其主要创新内容：

1. 在国际上率先提出了岩土摩擦体弹性力学模型及其求解方法，在弹性力学中考虑了摩擦力，体现了岩土的特色。从而使弹性地基的计算结果更接近实际情况；

2. 提出了材料屈服条件应遵循的力学原则及其检验标准，发展了材料强度理论。首次提出了岩土三剪能量屈服准则，形成了岩土与金属材料的屈服准则体系；

3. 保留了原版的创新内容，剖析了经典塑性力学中三个假设，即传统塑性势假设、关联流动法则假设与应力主轴不旋转假设。通过消除原有假设，建立了广义塑性力学体系，发展了包括加载条件、硬化定律、加卸载准则、本构关系、应变空间表述、应力主轴旋转等系列理论。既适用于岩土又适用于金属材料；

4. 在叙述经典的岩土模型基础上，增加了剑桥模型的发展内容；突出了广义塑性本构建模，一方面采用严格的广义塑性力学理论框架，另一方面采用试验拟合方法客观地确定岩土加载条件，尽可能消除模型的人为性。依据广义塑性建模方法，提出了静力、动力

与应变梯度塑性的三类岩土模型；

5. 岩土极限分析十分贴近工程实际，是有效的设计方法，本版增补 6 章内容，提出了一种新的既适应非关联流动法则，又适应关联流动法则的应力特征线场，由此求得非关联流动法则下的滑移线解与极限分析上限法解。分析比较了两者的差异，指出了两种方法都可以得到满意的极限荷载解，但速度解有明显的差异。发展了有限元极限分析法，使极限分析方法大为简化与快速化。并在各类岩土工程设计中逐渐得到应用，产生了良好的社会效益和经济效益，为岩土工程的设计方法的改革奠定了基础。

二、本书以岩土力学与工程领域科研、教学与工程设计人员与不同层次的研究生为对象，要求内容系统、全面、清晰，全书包括相关基础知识、岩土塑性力学基本理论、岩土本构模型建模、岩土极限分析四个方面，力求形成较为完善的力学体系，便于自学与理解。为便于读者学习，各部分自成体系，章节安排中基础部分与专题部分分开，读者可择其所需进行阅读。

编著者希望本书能对我国岩土力学的教学、科研与设计工作有所帮助，这是我们最大的愿望。鉴于本书引入的新内容较多，有些内容还在研究发展中，书中难免有错误与不当之处，恳请国内外专家和读者批评指正。

本书在郑颖人、沈珠江、龚晓南所编著的《岩土塑性力学与原理》基础上作了修改和补充，这里对原书合作者沈珠江、龚晓南表示深切的谢意。书中引用了杨光华、俞茂宏、熊祝华、沈珠江、殷宗泽、李广信、姚仰平、张学言等研究成果。刘元雪提供了第 10 章的素材，姚仰平提供了第 11 章的部分素材，徐干成提供了第 13 章的部分素材，王敬林提供了第 17、18 章中部分素材。赵尚毅、高红、楚剑、陈长安、段建立、陈瑜瑶、郑璐石、严德俊、姚焕忠、许金余、张鲁渝、时卫民、邓楚键、雷文杰、唐晓松、董诚、宋雅坤、梁斌等提供了部分素材与诸多帮助，并付出了辛勤劳动。著者在此一并表示衷心的感谢。

第一章 概论	1
1.1 岩土塑性力学的发展史与研究方向	1
1.2 金属和岩土材料的试验结果	4
1.3 岩土塑性力学的基本假设及其特点	9
第二章 应力与应变	14
2.1 一点的应力状态	14
2.2 应力张量分解及其不变量	16
2.3 八面体应力、广义剪应力与纯剪应力	18
2.4 应力空间与 π 平面上的应力分量	19
2.5 洛德 (Lode) 参数与洛德角	22
2.6 各剪应力与最大主剪应力的比较	26
2.7 孔隙应力、有效应力与总应力	27
2.8 应力路径	28
2.9 一点的应变状态	33
2.10 应变空间与应变 π 平面	35
2.11 各种剪应变间的关系	36
2.12 应变路径	37
2.13 应变率、应变增量与应力增量	40
2.14 有限变形	42
第三章 岩土弹性力学与弹性变形能	45
3.1 弹塑性力学基本方程	45
3.2 岩土摩擦体弹性力学	47
3.3 岩土材料的弹性剪切应变能	56
第四章 屈服条件与破坏条件	58
4.1 屈服条件与屈服面, 破坏条件与破坏面	58
4.2 金属材料的屈服条件	63
4.3 岩土材料的屈服条件	70

4.4	偏平面上屈服条件的形状函数	93
4.5	层状弱面体屈服条件与破坏条件	95
4.6	各向异性的屈服条件	102
第五章	塑性位势理论	104
5.1	德鲁克塑性公设	104
5.2	伊留辛塑性公设	109
5.3	传统塑性位势理论	110
5.4	传统塑性位势理论剖析	114
5.5	不计应力主轴旋转的广义塑性位势理论	117
5.6	广义塑性力学的基本特征	121
5.7	考虑弹塑性耦合的正交流动法则	122
第六章	加载条件与硬化规律	124
6.1	加载条件概述	124
6.2	硬化模型	126
6.3	岩土材料的加载条件	131
6.4	硬化定律的一般形式	143
6.5	硬化定律	144
6.6	广义塑性力学中的硬化规律	148
6.7	用试验拟合确定加载函数的方法	149
第七章	弹塑性本构关系	155
7.1	广义虎克定律	155
7.2	各向异性弹性应力-应变关系	159
7.3	无静水压力影响的理想塑性材料的本构关系	161
7.4	与广义米赛斯条件相关联流动法则	167
7.5	传统塑性力学中的一般应力-应变关系	169
7.6	理想塑性条件下几种屈服条件的增量本构关系	174
7.7	广义塑性力学中弹塑性应力-应变关系	180
7.8	弹塑性耦合的应力-应变关系	186
7.9	平面情况下层状材料的本构关系	190
第八章	加卸载准则	192
8.1	传统塑性力学中基于屈服面的加卸载准则	192
8.2	广义塑性力学中基于屈服面的加卸载准则	195
8.3	基于加卸载定义的加卸载准则	196
8.4	考虑土体压缩剪胀的综合型加卸载准则	198
第九章	应变空间中表述的弹塑性理论	199
9.1	应变表述的屈服条件和破坏条件	199
9.2	应变空间中的硬化定律	205
9.3	应变空间中的塑性位势理论与流动法则	205
9.4	应变空间中表述的应力-应变关系	207

第十章 考虑应力主轴旋转的广义塑性力学	213
10.1 应力增量的分解	213
10.2 考虑应力主轴旋转的广义塑性位势理论.....	216
10.3 岩土塑性应力-应变关系中的完全应力增量表述	217
10.4 旋转应力增量引起的塑性变形	219
10.5 考虑应力主轴旋转时的弹塑性应力-应变关系	223
10.6 算例	225
第十一章 岩土非线性弹性模型	227
11.1 非线性弹性模型的三种类型	227
11.2 全量理论	229
11.3 Duncan-Chang 模型	233
11.4 Domaschuk-Valliappan 模型.....	237
11.5 南京水利科学研究院非线性模型	241
第十二章 岩土弹塑性静力模型	245
12.1 概述	245
12.2 剑桥模型及其发展	246
12.3 Lade 弹塑性模型	255
12.4 Desai 系列模型.....	262
12.5 南京水利科学研究院弹塑性模型	264
12.6 基于广义塑性力学的后勤工程学院弹塑性模型	268
12.7 各向异性弹塑性模型	271
第十三章 土的动力模型	274
13.1 土动应力-应变关系特点	274
13.2 等价黏弹性模型	276
13.3 土体循环塑性模型及其评述	279
13.4 基于广义塑性力学的土体次加载面循环塑性模型	286
第十四章 平面应变极限分析理论	297
14.1 经典塑性理想刚塑性平面应变问题的极限分析理论	297
14.2 广义塑性力学中理想塑性平面应变问题的极限分析理论	299
14.3 极限分析的理论与方法	301
第十五章 经典塑性平面应变问题应力场的滑移线解答	303
15.1 应力滑移线与极限平衡微分方程	303
15.2 应力滑移线场及其性质	305
15.3 速度滑移场及其性质	309
15.4 边界条件	311
15.5 应力间断线与速度间断线	312
15.6 刚模压入极限荷载解	314
第十六章 广义塑性平面应变问题应力场的滑移线解答	317
16.1 平面应变问题应力场的滑移线解答	317

16.2	应力特征线迹线方程的求解及应力特征线方程的两种形式	319
16.3	平面应变问题的速度滑移线场	322
16.4	岩土材料滑移线的性质	324
16.5	岩土材料应力间断线与速度间断线	326
16.6	基于广义塑性理论半平面无限体极限荷载的 Prandtl 解	327
第十七章	经典塑性中的极限分析定理	332
17.1	概述	332
17.2	虚功率原理	333
17.3	极限分析定理——上限定理与下限定理	334
17.4	刚性平底冲模问题的上、下限解	335
第十八章	经典塑性与广义塑性中极限分析的上限法	337
18.1	概述	337
18.2	极限分析的上限法功能耗散率	337
18.3	上限法在工程中的简单算例	342
18.4	极限分析上限法解的分析	349
第十九章	有限元极限分析法及其应用	351
19.1	前言	351
19.2	有限元极限分析法的原理	351
19.3	基本理论	352
19.4	有限元强度折减法在均质边(滑)坡中应用	356
19.5	有限元强度折减法在岩质边坡中的应用	365
19.6	有限元强度折减法在三维边坡中的应用	372
19.7	边(滑)坡抗滑桩的设计	377
19.8	有限元极限分析法在基坑工程中的应用	388
19.9	有限元极限分析法在地基工程中的应用	392
参考文献	404
附录	416
A	广义塑性势公式的数学力学基础	416
B	应力主轴旋转时应力增量的分解	420
C	广义塑性力学的应用范围	421
D	广义塑性梯度理论简介	422
名词索引	425
外国作者中译名	431
著者简介	432

第一章 概 论

1.1 岩土塑性力学的发展史与研究方向

任何物体从受力到破坏一般要经历三个阶段：弹性、塑性与破坏。研究弹性阶段的受力与形变应采用弹性力学，在这一阶段内力与变形存在着完全对应的关系，当力消除后变形就完全恢复。塑性力学用来研究材料在塑性阶段内的受力与变形，这一阶段内的应力应变关系要受到加载状态、应力水平、应力历史与应力路径的影响。连续介质力学中，应力平衡方程和应变、位移的几何关系都是与材料性质及应力状态无关的，因而弹性力学与塑性力学的差别在于应力与应变之间的物理关系不同，即本构关系不同。弹性力学中，材料的本构关系服从广义虎克定律，应力-应变关系是线性的。而塑性力学中，应力-应变关系是非线性的。然而，应力-应变关系的非线性并不是弹、塑性的最本质差别。有些弹性材料也具有非线性性质。例如有一种非线性弹簧，它的力与位移之间的关系是非线性的，但是这种弹簧卸载后仍能恢复原状，因此它具有非线性弹性性质，而不具备塑性性质。塑性与弹性的本质差别在于材料是否存在不可逆的塑性变形，还在于塑性变形中加载和卸载时的变形规律不同，以及塑性应力-应变关系与应力历史和应力路径有关。

弹性力学中，应力与应变之间的关系是一一对应的，知道了应力立即可求出应变。这种应力和应变之间能建立一一对应关系的称全量关系。塑性力学中，由于塑性变形中加载卸载规律不一样，当应力 σ 一定时，由于加载路径不同，可以对应不同的应变 ϵ 值如图 1-1 (a) 所示。反之，当给定 ϵ 值时，也可以对应于不同的 σ 值如图 1-1 (b) 所示。这说明在进入塑性状态后，如不给定加载路径是无法建立应力-应变之间的全量关系的。因而，通常在塑性理论中建立应力增量与应变增量的增量关系，而只有一些简单加载情况下（例如不卸载）才可能建立全量关系。在岩土塑性力学中一般只采用增量关系，只有在研究极

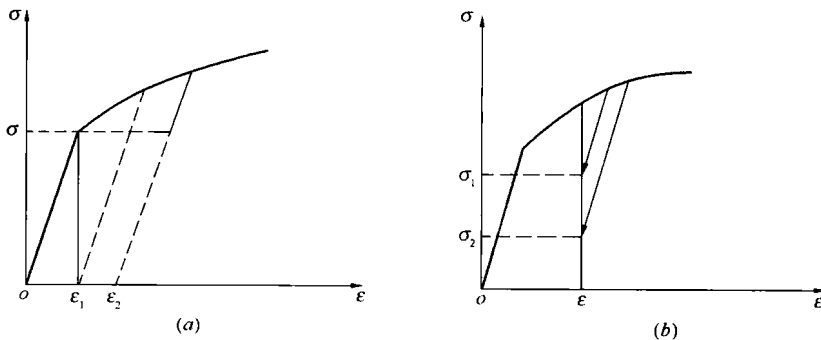


图 1-1 塑性状态下应力应变不对应关系

(a) 同一应力对应不同应变；(b) 同一应变对应不同应力

限承载力问题时采用全量关系。

基于金属材料变形机制的传统塑性力学，作为一门独立学科距今已有百余年历史，一般认为它是在 1864 年屈瑞斯卡 (Tresca) 公布了最大剪应力屈服准则开始的。随后 1870 年圣维南 (Saint-Venant) 提出了平面情况下联系应力和应变的方程组。他认识到应力和塑性总应变之间没有一一对应关系，因而假设应变增量主轴与应力主轴重合。

适用于岩土类介质材料的塑性力学起源很早，例如土力学中 1773 年库仑 (Coulomb) 提出的土质破坏条件，其后推广为莫尔-库仑准则。1857 年朗肯 (Rankine) 研究了半无限体的极限平衡，提出了滑移面概念。20 世纪初考特尔 Kotter (1903) 建立了滑移线方法。弗雷尼斯 Fellenius (1929) 提出了极限平衡法。其后，索柯洛夫斯基 (Scokolvskii) (1965) 发展了滑移线法，太沙基 (Terzaghi) (1943) 等人发展了 Fellenius 的理论，用来求解土力学中的各种稳定问题。德鲁克 (Drucker) 和普拉格 (Prager) 等人，在 1952~1955 年间发展了极限分析方法，其后陈惠发 (W. F. Chen) 等人又在发展土的极限分析方面作过许多工作。可见，岩土材料的塑性解析方法已有了较大的发展。不过，上述方法一般只限于求解岩土极限承载力，而且不考虑材料的应力应变关系，因而有一定的局限性。

岩土塑性力学的最终形成主要在 50 年代末期以后，随着传统塑性力学、近代土力学、岩石力学及有限元法等数值计算方法的发展，岩土塑性力学逐渐形成一门独立的学科。1957 年，德鲁克等人首先指出了平均应力或体应变会导致岩土材料产生体积屈服，因而需在莫尔-库仑 (Mohr-Coulomb) 的锥形的空间屈服面上再加上一族帽形的屈服面，这是岩土塑性理论的一大进展。1958 年，英国剑桥大学罗斯科 (Roscoe) 及其同事提出了土的临界状态概念，此后又提出了剑桥黏土的弹塑性本构模型 (1963)，从理论上阐明了岩土弹塑性变形的特征，开创了土体的实用计算模型。自 70 年代前后到今岩土本构模型的研究十分活跃。迄今，它仍然处于百花齐放，方兴未艾的阶段。归纳起来，这一阶段的工作主要有以下几个方面：

1. 愈来愈发现，传统塑性力学不能充分反映岩土材料的变形机制。除了应考虑岩土材料的体积屈服、破坏准则中内摩擦影响及软化特性等外，还发现岩土材料具有塑性应变增量方向与应力增量的相关性，应用关联流动法则难以反映实际岩土的剪胀与剪缩状况，以及由于主应力轴旋转引起塑性变形等问题。这些都表明，传统塑性力学难以充分反映岩土材料的变形机制，从而导致一些新的模型不断出现：如所谓的不服从塑性势理论的模型、应用非关联流动法则的模型、封闭型屈服面模型、双屈服面模型或部分屈服面模型、多重屈服面模型、应力主轴旋转的模型、考虑应力洛德角影响的三维模型、应变空间表述的弹塑性模型以及基于内时理论的本构模型等。概括起来说，目前的岩土本构模型完全基于传统塑性力学逐渐减少，为了适应岩土变形机制，基于对传统塑性力学作部分修正的岩土模型愈来愈多，如有些采用广义塑性位势理论或分量理论取代传统塑性势理论；有些采用非关联流动法则取代关联法则。与此同时，它也推动了岩土塑性力学基本理论的发展，导致适应岩土材料变形机制的广义塑性力学的出现。

2. 建立了一些深层次岩土本构模型。除了各向同性等向硬化模型外，出现了考虑初始各向异性和后继各向异性的非等向硬化模型，复杂应力路径下的本构模型，动力本构模型以及黏弹塑性模型等。这类模型正在日趋完善，开始进入应用阶段。

3. 探索了一些新的本构模型,如岩土损伤模型、细观力学模型、应变软化模型、特殊土模型、结构性土模型、非饱和土模型、以及基于神经网络、遗传算法等智能化方法的土体本构模型。最近还提出了基于能量耗散原理的土体热力学建模方法。

在此期间,国内外相继出版了一些岩土塑性力学方面的专著。1969年,罗斯科等人出版了《临界状态土力学》专著,这是世界上第一本关于岩土塑性理论的专著,详细研究了土的实用模型。1982年,(W. F. Chen)出版了《土木工程材料的本构方程》第一卷(弹性与建模),随后又出版了第二卷(塑性与建模);1984年德赛 Desai 等人也出版了一本《工程材料本构定律》专著,进一步阐明了岩土材料变形机制,形成了较系统的岩土塑性力学。1982年,Zienkiewicz 提出了广义塑性力学的概念,指出岩土塑性力学是传统塑性力学的推广。但他没有说明广义塑性力学的实质性含义。在国内,80年代,清华模型、“南水”模型及其他双屈服面模型和多重屈服面模型相继出现。沈珠江院士2000年出版的《理论土力学》对土力学理论研究中取得的进展进行了较好的总结。本书的第一版《岩土塑性力学基础》(1983,1989)专著问世,该书收集和发展了新的岩土塑性力学内容,如不服从传统塑性位势理论的部分屈服面理论、考虑应力洛德角影响的三维空间模型,应变空间表述的塑性理论与多重屈服面塑性理论及岩土耦合理论等。本书的第二版《岩土塑性力学原理》指出传统塑性力学所作的假设,提出与建立了广义塑性力学。然而,当前的岩土塑性理论远未发展完备,有些基本概念还不清晰和没有得到一致的理解;有些理论和模型缺乏科学的实验验证,因而岩土塑性理论当前正处于发展阶段,尚有待不断发展和深化。下面提出几点岩土塑性力学及其本构模型的发展方向:

1) 当前发展的岩土模型种类繁多,但有些不能反映岩土变形机制,有些又缺乏严密的理论依据。因而当务之急,是明确广义塑性力学的含义与概念,建立和发展适应岩土类材料机制的广义塑性力学体系,形成系统、严密的理论体系。这正是本书的目的,力求系统阐明广义塑性力学概念、内容与方法,建立基于广义塑性力学的本构模型,并使其日益普及。

2) 力学计算的准确性,既取决于科学严密的理论,又取决于符合实际的力学参数。因而,必须在岩土力学的发展中,坚持理论、试验及工程实践相结合的研究方法,完善测试仪器与方法。本书把如何通过试验确定屈服条件及其参数作为一项重要研究内容,以提供客观与符合实际的力学参数。

3) 进一步发展深层次的岩土塑性理论与模型,建立复杂加荷条件下、各向异性情况下、动力加荷情况下以及非饱和土的各类实用模型。

4) 探索新理论和新模型,在岩土塑性力学中引入损伤力学、非连续介质力学以及智能算法等新理论;以连续介质不可逆热力学为基础,基于能量耗散原理,开展能量屈服准则的研究,宏细观结合,开创土的新一代本构模型。

5) 研究岩土材料的稳定性、应变软化、损伤、应变局部化(应变集中)与剪切带等问题。这是描述岩土介质真实破坏过程的理论,虽然这项研究起步不久,但对判断岩土工程的失稳与破坏起着重大的作用,因而岩土材料的整体破坏条件必将成为岩土塑性力学中的重要组成部分。

1.2 金属和岩土材料的试验结果

1.2.1 金属材料的基本试验

在传统塑性力学中，有两个基本试验，一个是金属材料的单向拉伸试验；另一个是材料在静水压力作用下，物体体积变形的试验，这两个试验是建立传统塑性理论的基础。

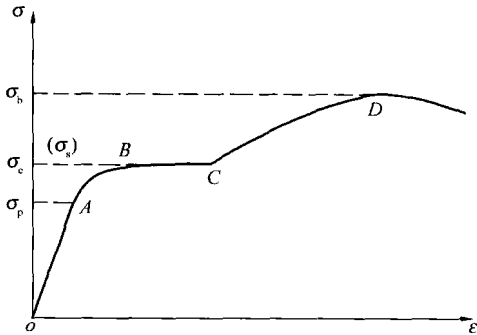


图 1-2 金属的应力-应变曲线

1. 金属材料简单拉压试验

图 1-2 是钢材圆柱形试件在常温静载下的一条典型应力-应变曲线。其中 A 点是材料的比例极限 σ_p ，B 点是材料的弹性极限 σ_e ，对某些金属材料如低碳钢，这时出现一段应力不变而应变可以增长的屈服阶段，因此又称屈服应力 σ_s 。在比例极限以前，应力与应变成线性关系，可以严格用虎克定律表示，在 A 点以后应力与应变进入非线性阶段。在超过弹性极限以后，如果在任一点 C 处卸载，应力与应变之间，

将不再沿原有曲线退回原点，而是沿一条接近平行于 OA 线的 CFG 线 [图 1-3 (a)] 变化，直到应力下降为零，这时应变并不退回到零。OG 是保留下来的永久应变，称为塑性应变，以 ϵ^p 表示。如果从 G 点重新开始拉伸，应力与应变将沿一条很接近于 CFG 的线 $GF'C'$ 变化，直至应力超过 C 点的应力以后才又发生新的塑性变形。表明经过前次塑性变形以后弹性极限提高了，新的弹性极限以 σ_s^+ 代表，为了与初始屈服应力相区别，称为加载应力 ($\sigma_s^+ > \sigma_s$)，这种现象称为加工硬化或应变硬化。对于低碳钢材料，在屈服阶段中，卸载后重新加载并没有上述强化现象，被称为理想塑性或塑性流动阶段。

线段 CFG 和 $GF'C'$ 组成一个滞后回线，对于一般金属来说，其平均斜率和初始弹性阶段的弹性模量 E 相近，从而可将加卸载的过程理想化为图 1-3 (b) 的形式，并取 CG 的斜率 = E。在 CG 段中变形处于弹性阶段，它和 OA 段的区别只是多了一个初始应变 ϵ^p ，

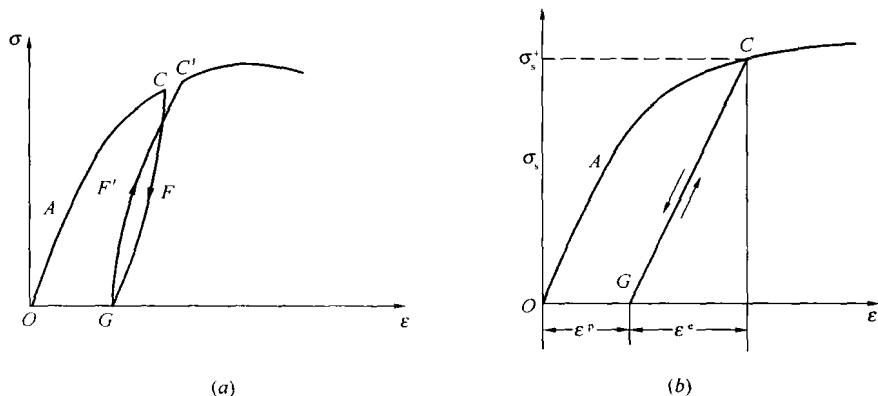


图 1-3 加卸载过程的应力-应变曲线

(a) 实际状况；(b) 理想化状况

总的应变是： $\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p$ ， $\epsilon^p = \epsilon - \sigma/E$ 。在CG段中 ϵ^p 不变，在BCD曲线上（图1-2） ϵ_p 随应力而改变 $\epsilon^p = \epsilon^p(\sigma)$ 。

D点是载荷达到最高时的应力，称为强度极限 σ_b 。在D点以后应力开始下降。以上描述的是简单拉伸过程，单向压缩时一般也有类似情况，压缩时的弹性极限与拉伸时的弹性极限相近（图1-4（a）中B与B'两点）。

如果试验中，在卸去全部拉伸荷载之后，继续在相反方向加上压缩荷载，则从 $\sigma\epsilon$ 图以可以看到（图1-4（a））在 σ 轴的负方向，继续有一直线GH，以对应于H点的应力为 σ_s^- ，当压应力增长时，将出现压缩的塑性变形。如果 $|\sigma_s^-| < \sigma_s$ ，表明经过拉伸塑性变形后改变了材料内部的微观结构，使得压缩的屈服应力有所降低，同样在压缩时经过压缩塑性变形提高压缩的屈服应力后，

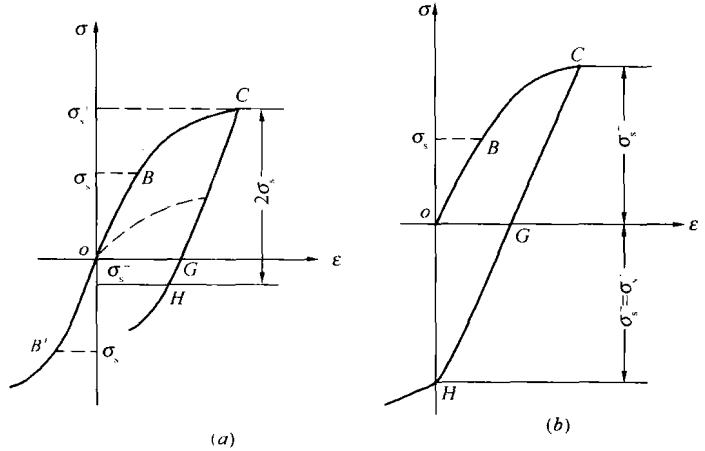


图1-4 屈服应力的变化

(a) 有包辛格效应；(b) 无包辛格效应

拉伸的屈服应力也会有所降低，这种现象叫做包辛格（Bauschinger）效应，或简称包氏效应，这时 $\sigma_s^+ + |\sigma_s^-| = 2\sigma_s$ ，有些材料并没有包氏效应，相反，由于拉伸而提高其加载应力时，在压缩时的加载应力也同样得到提高，如图1-4（b）所示，这时 $\sigma_s^+ = |\sigma_s^-| > \sigma_s$ 。

2. 静水压力（各向均匀受压）试验结果

勃里奇曼（Bridgman）通过试验曾对静水压力对变形过程影响作了比较全面的研究。

试验表明，在压力不太大的情况下，体积应变实际上与静水压力呈线性关系。对于一般金属材料，可以认为体积变化基本上是弹性的，除去静水压力后体积变形可以完全恢复，没有残余的体积变形。因此，在传统塑性理论中常假定不产生塑性体积变形，而且在塑性变形过程中，体积变形与塑性变形相比，往往是可以忽略的，因此在塑性变形较小时，忽略体积变化，认为材料是不可压缩的假设是有实验基础的。

Bridgman 和其他研究人员的实验结果确认，在静水压力不大条件下，静水压力对材料屈服极限的影响完全可以忽略。因此在传统塑性力学中，完全不考虑体积变形对塑性变形的影响。但也有一些金属例外，如铸造金属等，则不能忽略静水压力的影响。

1.2.2 岩石类介质的压缩试验结果

岩石类介质在一般材料试验机上不能获得全应力-应变曲线，它仅能获得破坏前期的应力-应变曲线，因为岩石在猛烈的破坏之后便失去了承载力。这是由于一般材料试验机的刚度小于岩石试块刚度的缘故。因此，在试验中，试验机的变形量大于试件的变形量，试验机储存的弹性变形能大于试件贮存的弹性变形能。这样，当试件产生破坏时，试验机

储存的大量弹性能也立即释放,并对试件产生冲击作用,使试件产生剧烈破坏,实际上,多数岩石从开始破坏到完全失去承载能力,是一个渐变过程。采用刚性试验机和伺服控制系统,控制加载速度以适应试件变形速度,就可以得到岩石全程应力-应变曲线。

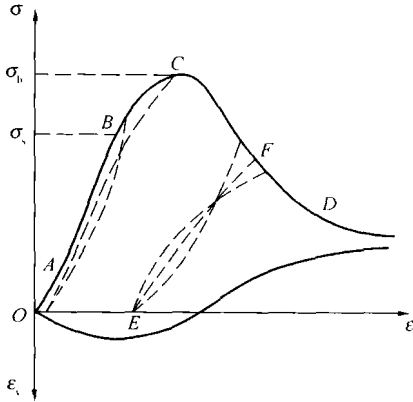


图 1-5 岩石的应力-应变曲线

岩石和混凝土等材料的典型全应力-应变曲线,如图 1-5 所示。

图 1-5 中 OA 段曲线缓慢增大,反映岩石试件内裂缝逐渐压密,体积缩小。进入 AB 段曲线斜率为常数或接近常数,可视为弹性阶段,此时体积仍有所压缩, B 点称为屈服强度。BC 段随着荷载继续增大,变形和荷载呈非线性关系,这种非弹性变形是由于岩石内微裂隙的发生与发展,以及结晶颗粒界面的滑动等塑性变形两者共同产生。对于脆性非均质的岩石,前者往往是主要的,这是破坏的先行阶段。从 B 点开始,岩石就出现剪胀现象(即在剪应力作用下出现体积膨胀)的趋势,通常体应变速率在峰值 C 点左右达到最大,并在 C 点附近总体积变形已从收缩转化为膨胀。CD 段曲线下降,岩石开始解体,岩石强度从峰值强度下降至残余强度,这种情况叫做应变软化或加工软化,这是岩土类材料区别于金属材料的一个特点。在软化阶段内,岩土材料成为不稳定材料,传统塑性力学中的一些结论不适用于这种材料。从上述试验还可以看出,岩土材料还具有剪胀(缩)性,亦即在纯剪应力的作用下岩土材料也会产生塑性的体积应变(膨胀或收缩),这也是岩土不同于金属材料的一个特点。

当反复加载时,实际上应力应变曲线形成一定的滞环(图 1-5),但通常仍可近似按图中 EF 代替,且认为 OA 段可忽略,卸载是弹性的,卸载模量与初始阶段弹性模量相等,这叫做弹塑性不耦合。不过实验表明,在较大变形时,岩石的卸载弹性模量将要变化,即卸载模量不等于初始弹性模量,这种情况叫做弹塑性耦合。这又是岩土类介质材料不同于金属材料的又一个特点。

当反复加载时,实际上应力应变曲线形成一定的滞环(图 1-5),但通常仍可近似按图中 EF 代替,且认为 OA 段可忽略,卸载是弹性的,卸载模量与初始阶段弹性模量相等,这叫做弹塑性不耦合。不过实验表明,在较大变形时,岩石的卸载弹性模量将要变化,即卸载模量不等于初始弹性模量,这种情况叫做弹塑性耦合。这又是岩土类介质材料不同于金属材料的又一个特点。

对于岩石应用更广的是岩石的三轴压缩试验,三轴压缩试验有两种方式:一种是主应力 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, 称三向不等压试验,要采用真三轴压力机进行试验。另一种是 $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, 这是常用的三轴压缩试验,为获得全应力-应变曲线还应采用刚性三轴压力机。

岩石的典型的三轴试验应力-应变曲线,如图 1-6 所示。由图可见,围压 $\sigma_2 = \sigma_3$ 对应应力应变曲线和岩体塑性性质有明显影响。当围压低时,屈服强度低,软化现象明显。随着围压增大,岩石的峰值强度和屈服强度都增高,塑性性质明显增加。

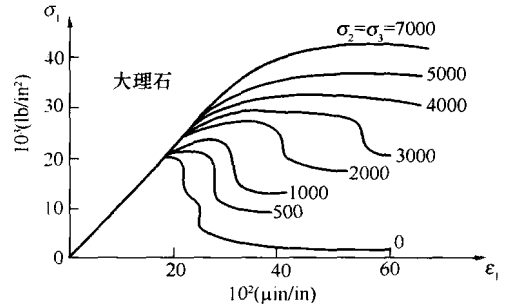


图 1-6 岩石的三轴试验应力-应变曲线

当围压低时,屈服强度低,软化现象明显。随着围压增大,岩石的峰值强度和屈服强度都增高,塑性性质明显增加。

1.2.3 土的压缩试验结果

1. 土的单向固结压缩试验与三向固结压缩试验

从单向固结试验或三向固结试验可得出, 在固结应力条件下孔隙比 e 与固结应力 p 的关系曲线, 或在静水压力条件下体应变 ε_v 与静水压力 p 的关系曲线, 如图 1-7 (a) 所示。无论是正常固结土或松砂, 还是超固结土或密砂, 图 1-7 的曲线形状都适用。但超固结的应力不同, 得出的 ε_v-p 或 $e-p$ 曲线的位置也不同, 超固结应力小, 曲线位置高, 超固结应力大, 位置低。

静水压力或固结条件下的 ε_v-p 或 $e-p$ 关系曲线显然是非线性的, 但对于初始加载时的正常固结土或松砂 $\varepsilon_v-\ln p$ 或 $e-\ln p$ 关系曲线常接近于一条直线, 如图 1-7 (b) 所示, 因此可用下列方程表示:

$$e = e_0 - \lambda \ln p \quad (1.2.1)$$

上述公式中, 按岩土力学

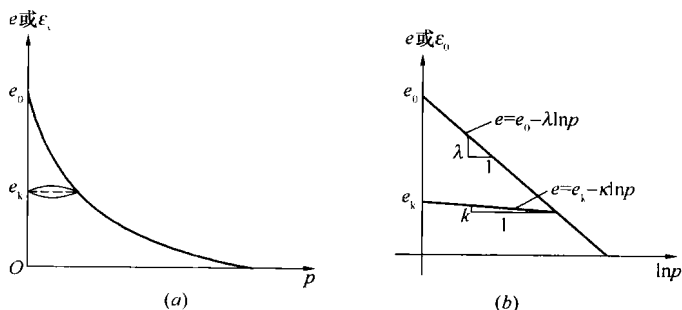


图 1-7 固结应力下土的应力-应变曲线

中的一般规定, p 以压为正。 e_0 为 $p=1.04\text{kN/m}^2$ 时的孔隙比, λ 为压缩指数。卸载与再加载时 $e-p$ 关系曲线为

$$e = e_k - \kappa \ln p \quad (1.2.2)$$

其中 e_k 为卸载时, $p=1.04\text{kN/m}^2$ 时的孔隙比, κ 为膨胀指数。

由上可见, 土与岩石一样, 其体应变不是纯弹性的, 这与金属材料是不同的。

2. 土的三轴剪切试验结果

(1) 常规三轴试验

应用三轴不等压压缩试验 (即三轴剪切试验), 可测得土的应力-应变曲线。试验的具体方法一般有如下两种。一是 σ_r 不变的三向压缩固结试验, 即试验时径向压力 $\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_3$ 不变, 增加轴向压力 $\sigma_2 (= \sigma_1)$ 直到破坏。然后再另取一土样, 采用一新的 σ_r 值, 再做同样试验, 如此可得一组应力-应变曲线。另一是试验时减小 σ_r 值, 加大 σ_2 值, 但 $3p = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_2 + 2\sigma_r$ 维持不变的一组试验。排水条件下的试验曲线, 按岩土材料的不同基本上有如下几种情况。

对于正常固结黏土与松砂, 其应力-应变曲线为双曲线 (图 1-8 (a)、(b)), 其曲线方程为:

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b \varepsilon_1} \quad (1.2.3)$$

式中 a 、 b ——实验常数;

ε_1 ——轴向应变。

从图 1-8 (a) 表明, 从 O 至 A 土是线弹性的, A 点以上变形可以部分恢复, 即出现塑性。 C 点处应变是弹性部分 $C''C'$ 与塑性部分 $C'C$ 之和。如 C 点处卸载, 则自 CDE 进行卸载与再加载, 一般 DC 段斜率也近似等于 OC' 的斜率。 AC 段是应变硬化段, 体积应变

ϵ_v 为压缩变形。

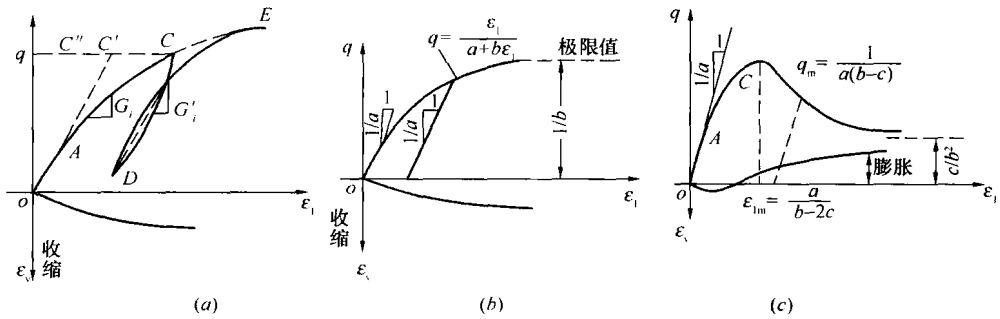


图 1-8 土的三轴应力-应变曲线

对于超固结黏土或密实砂，其应力-应变曲线见图 1-8 (c)，方程可写成

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\epsilon_1 (a + c \epsilon_3)}{(a + b \epsilon_1)^2} \quad (1.2.4)$$

其中 a, b, c 为实验常量。当加载时，开始时土体体积稍有收缩，此后随即膨胀，曲线有两个阶段，应变硬化阶段与软化阶段。实际上，当应变具有硬化与软化两个阶段时，常在硬化阶段后期就开始出现体积膨胀。一些中密砂、弱超固结土等即使不发生应变软化，也会出现体积膨胀。此外，在软化段，弹塑性耦合现象也较为明显，即随着软化现象的增大，土的变形模量逐渐减小。

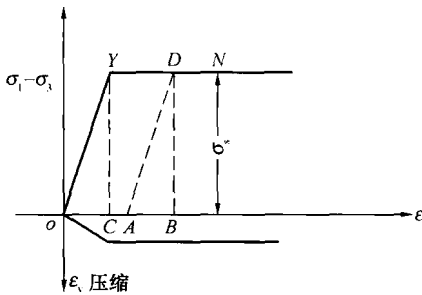


图 1-9 理想塑性材料应力-应变曲线

介于硬化与软化之间的应力-应变曲线，就是理想塑性材料的应力-应变曲线（图 1-9）。这种应力-应变曲线在传统塑性理论中应用很广，但在岩土中所遇不多。尽管这种曲线与岩土性质有较大差别，但由于简单，所以实际上仍被应用。图中 OY 代表弹性阶段应力-应变关系， Y 点就是屈服点，过 Y 点后，应力-应变关系是一条水平线 YN ，这条水平线代表塑性阶段。在这阶段应力不能增大，而变形却逐渐增大，自 Y 点起所产生变形都是不可逆变

形。卸荷时卸荷曲线坡度与 OY 线坡度相等，重复加荷时亦将沿这条曲线回到原处。在塑性阶段，材料的体积将保持不变，亦即泊松比 $\nu = 1/2$ 。显然，这种材料与应变硬化和软化的材料有很大的不同。

(2) 真三轴试验

土体在真三轴试验条件下，其应力-应变曲线的形态是会变化的。例如图 1-10 中，当 $\sigma_2 = \sigma_3$ 时，即常规三轴试验条件下，应力-应变曲线是应变硬化的（图 1-10 (a)），而真三轴试验条件下为一驼峰形曲线，既有应变硬化段，又有应变软化段（图 1-10 (b)、(c)）。令

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (1.2.5)$$

随着 b 的增大，加、卸载曲线变陡； $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 的峰值点提前；材料的破坏更接近于脆性破坏；卸载时体积有些回弹、剪胀量减小。由图 1-10 (a) 可见，并非所有应变硬化曲线