

高等学校教材

高等数学

李德新 编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

高等学校教材

高等数学

Gaodeng Shuxue

李德新 编



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书根据“工科类本科数学基础课程教学基本要求”及全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲,并结合教学实践的经验编写而成。全书内容包括函数与极限、一元微分学、一元积分学、微分方程、无穷级数、空间解析几何与向量代数、多元函数微分学、多元函数积分学。

本书力图体现如下特点:1. 把分类、发散、逆向、联想等思维方法贯穿全书内容之中;2. 改善各部分内容的表达顺序和表达形式,概念更平易直观,逻辑推演更直接明快;3. 每节后附有习题,每章后另附综合测试题,习题量丰富,题型覆盖面广,读者可根据情况进行筛选取舍。

本书可作为高等学校理工类专业的高等数学教材,也可作为学生参加全国硕士研究生入学统一考试的数学复习参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学 / 李德新编. —北京:高等教育出版社,
2010.8

ISBN 978 - 7 - 04 - 030185 - 4

I. ①高… II. ①李… III. ①高等数学 - 高等学校 -
教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 124289 号

策划编辑	杨帆	责任编辑	边晓娜	封面设计	张志
责任绘图	尹莉	版式设计	余杨	责任校对	刘莉
责任印制	尤静				

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京宏信印刷厂

开 本 787 × 960 1/16
印 张 40
字 数 740 000

购书热线 010 - 58581118
咨询电话 400 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landracom.com>
<http://www.landracom.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2010年 8 月第 1 版
印 次 2010年 8 月第 1 次印刷
定 价 54.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 30185 - 00

前 言

“高等数学”课程是高等院校理工类本科各专业的一门重要基础课。通过对本课程的学习,可使学生获得所要求的基本概念、基本理论和基本技能,培养学生具有一定的逻辑推理能力、抽象思维能力、空间想象能力、自学能力及综合运用所学知识分析和解决问题的能力,并逐步形成创新意识和应用意识,为学习后继课程和进一步获取知识奠定必要的数学基础。

在确保“工科类本科数学基础课程教学基本要求”的前提下,本书对高等数学的基本概念、基本理论和基本方法的阐述力求严谨简明,详略得当,同时注重突出微积分基本思想在理工类学科中的应用,可作为理工类本科生的高等数学教材,也可作为参加工学硕士研究生入学统一考试数学考试第一阶段系统复习时的参考用书,亦或供科技人员参考。

本书有如下鲜明特色:

(1) 努力把分类、发散、逆向、联想等思维方法贯穿全书内容之中,重视通过对问题的分析与挖掘,启发读者充分发挥主观能动性来解决问题。

(2) 尽量对各部分内容的表达顺序和表达形式进行改善,从课程本身化解难点,主要表现为:概念更加平易直观,逻辑推演更加直接明快,方法更加通用有力。

(3) 力图把读者当成自己的朋友,用通俗的语言叙述去讨论深刻的道理。

(4) 在一些知识板块的后面,简要阐述了作者个人的一些深入思考,这些内容可作为对数学要求较高的读者进行研究时选读。

本书共 11 章,习题量丰富,每节后附有习题,每章后另附综合测试题。所附习题题型覆盖面广,读者可根据情况进行筛选取舍。

在编写本书的时候,作者参考了国内外与高等数学相关的许多优秀著作,在此恕不一一列名致谢。

在编写本书的过程中,得到了宁正元教授、景林教授的热情鼓励和大力支持,同时,温永仙教授、王秀丽教授以及姜永、陈绩馨、陈超英、林妹珠、官明友、陈建华老师为本书编写提供了许多宝贵的意见和建议,在此谨表诚挚的谢意。

· II · 前言

编者才疏学浅,不足之处在所难免,敬请使用本书的教师和读者们不吝评正。

E-mail:fjauldx@126.com。

编者

2010年1月

目 录

第 1 章 函数、极限与连续	1
§ 1.1 函数概述	1
一、函数的基本概念	1
二、函数的基本特性	3
三、函数的基本运算	4
四、初等函数与分段函数	6
五、无穷数列	11
习题 1.1	13
§ 1.2 极限的概念	15
一、数列的极限	15
二、自变量趋于无穷大时函数的极限	18
三、自变量趋于有限值时函数的极限	19
习题 1.2	24
§ 1.3 无穷小与无穷大	25
一、无穷小	25
二、无穷大	27
习题 1.3	28
§ 1.4 极限的性质	29
一、极限存在条件下函数的局部性质	29
二、极限的性质	30
习题 1.4	31
§ 1.5 极限运算法则与极限存在准则	32
一、极限的四则运算法则	32
二、复合函数的极限运算法则	37
三、极限存在准则	38
习题 1.5	40
§ 1.6 两个重要极限与等价无穷小替换的应用	42
一、两个重要极限的应用	42

二、无穷小等价替换的应用	45
习题 1.6	47
§ 1.7 极限的初步应用	48
一、比较无穷小的阶	48
二、求曲线的渐近线	50
习题 1.7	51
§ 1.8 函数的连续性与间断点	52
一、函数连续的概念	52
二、连续函数的运算与初等函数的连续性	54
三、分段函数连续性的讨论	55
四、函数的间断点	56
习题 1.8	58
§ 1.9 闭区间上连续函数的性质	60
一、最值定理与有界定理	60
二、介值定理与零点定理	61
习题 1.9	63
综合测试题一	63
第 2 章 微分与导数	67
§ 2.1 微分的概念与基本性质	67
一、微分的概念	67
二、微分的基本性质	69
习题 2.1	72
§ 2.2 导数的概念与基本性质	72
一、导数的概念	72
二、导数的意义	77
三、导数的基本性质	78
四、微分学基本概念的定义形式及其关系小结	80
习题 2.2	81
§ 2.3 导数与微分的运算法则及求法(一)	82
一、基本导数公式与基本微分公式	82
二、导数与微分的四则运算法则	83
习题 2.3	86
§ 2.4 导数与微分的运算法则及求法(二)	87
一、复合函数的求导法则与微分法则	87
二、反函数的求导法则	91

三、分段函数在分段点处导数的求法	92
习题 2.4	95
§ 2.5 高阶导数	96
一、高阶导数的概念	96
二、高阶导数的求法	97
习题 2.5	100
§ 2.6 隐函数与参数函数的导数及相关变化率	101
一、隐函数的导数	101
二、参数函数的导数	103
三、相关变化率	106
习题 2.6	107
综合测试题二	109
第 3 章 微分中值定理和导数的应用	112
§ 3.1 微分中值定理	112
一、罗尔定理	112
二、拉格朗日定理	114
三、柯西定理	117
习题 3.1	118
§ 3.2 函数的增减性与极值 最大值与最小值	119
一、函数的增减性	119
二、函数的极值	122
三、最大值与最小值	124
四、解几何与实际问题中的最值问题	126
习题 3.2	127
§ 3.3 曲线的凹凸性与拐点 曲率	129
一、曲线的凹凸性与拐点	129
二、曲线的曲率	132
习题 3.3	134
§ 3.4 函数图像的描绘	136
一、直角坐标系下曲线的描绘	136
二、极坐标系下曲线的描绘	137
三、极坐标表示的曲线的切线斜率与曲率	139
习题 3.4	140
§ 3.5 洛必达法则	141

一、关于 $\frac{0}{0}$ 和 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式的洛必达法则	141
二、其他类型未定式的极限	144
三、不能直接用洛必达法则计算的极限举例	146
习题 3.5	148
§ 3.6 泰勒公式	150
一、带佩亚诺余项的泰勒公式	150
二、带拉格朗日余项的泰勒公式	154
* 三、高阶微分的概念与高阶导数的记号	156
习题 3.6	157
综合测试题三	158
第 4 章 定积分与不定积分	161
§ 4.1 定积分的概念与基本性质	161
一、定积分的概念	161
二、定积分的几何意义	166
三、定积分的基本性质	166
四、奇偶函数的定积分	168
习题 4.1	168
§ 4.2 不定积分的概念与微积分基本定理	170
一、原函数的概念	170
二、不定积分的概念	172
三、不定积分的基本性质	174
四、牛顿 - 莱布尼茨公式	174
习题 4.2	176
§ 4.3 积分公式与积分方法(一)	177
一、基本积分公式	178
二、分项积分法	179
三、分段积分法	181
习题 4.3	182
§ 4.4 积分公式与积分方法(二)	183
一、不定积分拼凑微分法	183
二、定积分拼凑微分法	191
习题 4.4	191
§ 4.5 积分公式与积分方法(三)	193
一、不定积分分部积分法	193

二、定积分分部积分法	197
习题 4.5	199
§ 4.6 积分公式与积分方法(四)	200
一、不定积分变量替换法	200
二、定积分变量替换法	206
三、积分法注记与特殊积分法	210
习题 4.6	211
§ 4.7 变限积分函数与定积分中值定理	214
一、变限积分函数	214
二、定积分中值定理	217
三、积分学基本概念及其导数小结	220
习题 4.7	221
§ 4.8 反常积分	223
一、无限区间上的反常积分	224
二、有无穷间断点的反常积分	226
* 三、 Γ 函数与 β 函数	229
习题 4.8	230
综合测试题四	232
第 5 章 定积分的应用	236
§ 5.1 定积分的微元法	236
一、曲边梯形面积建立过程的简化	236
二、微元法	237
习题 5.1	238
§ 5.2 平面图形的面积	238
一、直角坐标情形	238
二、极坐标情形	241
习题 5.2	242
§ 5.3 体积	243
一、旋转体的体积	243
二、平行截面面积为已知的立体的体积	245
习题 5.3	246
§ 5.4 平面曲线的弧长与旋转曲面的面积	248
一、平面曲线的弧长	248
二、旋转曲面的面积	249
习题 5.4	250

§ 5.5 定积分在物理上的应用	251
一、变力沿直线做功	251
二、液体静压力	253
三、引力	254
习题 5.5	255
综合测试题五	256
第 6 章 微分方程	260
§ 6.1 微分方程的基本概念	260
一、微分方程及其阶	260
二、微分方程的解、通解、特解与初始条件	261
三、微分方程的形式	263
习题 6.1	263
§ 6.2 一阶可分离变量的微分方程	264
一、可分方程	264
二、齐次方程	266
习题 6.2	267
§ 6.3 一阶线性微分方程	268
一、线性方程	268
二、伯努利方程	272
* 三、积分因子法的一个应用	273
习题 6.3	274
§ 6.4 二阶可降阶的微分方程	275
一、 $y'' = f(x, y')$ 型	275
二、 $y'' = f(y, y')$ 型	276
习题 6.4	278
§ 6.5 二阶线性常系数微分方程(一)	278
一、二阶线性方程及其解的结构	279
二、二阶线性常系数齐次方程的解法	280
习题 6.5	283
§ 6.6 二阶线性常系数微分方程(二)	284
一、两类特殊的二阶线性常系数非齐次方程的解法	284
* 二、一般的二阶线性常系数非齐次方程的解法	289
* 三、欧拉方程	290
习题 6.6	292
§ 6.7 微分方程的应用	292

一、几何中的应用	293
二、其他应用	294
习题 6.7	298
综合测试题六	300
第 7 章 无穷级数	304
§ 7.1 常数项级数的概念与性质	304
一、常数项级数的概念	304
二、收敛级数的基本性质	307
三、级数收敛的必要条件	309
习题 7.1	310
§ 7.2 数项级数的审敛法(一)	311
一、正项级数的概念	311
二、正项级数的审敛法	311
习题 7.2	315
§ 7.3 数项级数的审敛法(二)	316
一、交错级数及其审敛法	316
二、绝对收敛与条件收敛	318
习题 7.3	320
§ 7.4 幂级数	321
一、函数项级数的概念	321
二、幂级数及其收敛性	322
三、幂级数的运算及其性质	325
四、求幂级数的和函数	327
习题 7.4	329
§ 7.5 函数展开成幂级数	331
一、函数展开成幂级数的概念与条件	331
二、函数间接展开成幂级数	334
三、幂级数展开式的应用	337
* 四、欧拉公式	339
习题 7.5	340
§ 7.6 傅里叶级数	341
一、三角级数及其基本性质	342
二、周期为 2π 的函数展开成傅里叶级数	343
三、非周期函数展开成傅里叶级数	346
习题 7.6	350

§ 7.7 一般函数的傅里叶级数	352
一、一般函数的傅里叶级数	352
* 二、傅里叶级数的复数形式	354
习题 7.7	356
综合测试题七	356
第 8 章 向量代数与空间解析几何	360
§ 8.1 向量及其线性运算	360
一、向量的概念	360
二、向量的线性运算	361
习题 8.1	364
§ 8.2 空间直角坐标系 向量的坐标	364
一、空间直角坐标系	364
二、向量的分解与向量的坐标	366
三、向量的模与方向余弦的坐标表示	368
四、向量线性运算的坐标表示	369
习题 8.2	370
§ 8.3 向量的乘积	371
一、两向量的数量积	371
二、两向量的向量积	373
三、向量的混合积	377
习题 8.3	378
§ 8.4 平面及其方程	380
一、平面的点法式方程	380
二、平面的一般式方程	381
三、平面的截距式方程	382
四、两平面的夹角	382
习题 8.4	383
§ 8.5 空间直线及其方程	384
一、空间直线的点向式方程与参数式方程	384
二、空间直线的一般式方程	385
三、两直线的夹角	386
四、直线与平面的夹角与交点	387
五、直线的平面束方程	388
习题 8.5	389
§ 8.6 平面与直线方程的应用	390

一、求投影	390
二、求距离	391
习题 8.6	393
§ 8.7 曲面及其方程	394
一、曲面方程	394
二、球面	394
三、柱面	395
四、旋转曲面	396
五、二次曲面	397
习题 8.7	399
§ 8.8 空间曲线及其方程	400
一、空间曲线的一般方程与参数方程	400
二、空间曲线在坐标面上的投影	402
* 三、一般柱面和旋转曲面	403
习题 8.8	405
§ 8.9 柱面坐标与球面坐标	406
一、柱面坐标	407
二、球面坐标	408
习题 8.9	410
综合测试题八	410
第 9 章 多元函数微分学	413
§ 9.1 多元函数	413
一、区域	413
二、多元函数的概念	415
三、多元函数的极限	417
四、多元函数的连续性	418
习题 9.1	420
§ 9.2 偏导数与全微分的概念与基本性质	421
一、偏导数	421
二、高阶偏导数	424
三、全微分	426
* 四、全微分在近似计算中的应用	429
习题 9.2	430
§ 9.3 复合函数的求导法则	431
一、一元函数与多元函数复合的情形	431

二、多元函数与多元函数复合的情形	434
三、其他情形	435
四、全微分形式不变性	437
习题 9.3	438
§ 9.4 隐函数的求导公式	439
一、一个方程的情形	440
二、多个方程的情形	443
习题 9.4	444
§ 9.5 多元微分学在几何上的应用	446
一、空间曲线的切线与法平面	446
二、曲面的切平面与法线	447
* 三、利用微分法求曲线的切向量和曲面的法向量	450
习题 9.5	451
§ 9.6 多元函数的极值及其应用	452
一、二元函数的极值概念及求法	452
二、条件极值,拉格朗日乘数法	454
三、多元函数的最大值与最小值的应用	456
* 四、二元函数的泰勒公式	458
习题 9.6	461
§ 9.7 方向导数与梯度	462
一、方向导数	462
二、梯度	464
习题 9.7	466
综合测试题九	468
第 10 章 二重积分与三重积分	471
§ 10.1 二重积分与三重积分的概念和性质	471
一、二重积分的概念	471
二、二重积分的性质	473
三、三重积分的概念与性质	474
习题 10.1	475
§ 10.2 二重积分的计算(一)	476
一、利用直角坐标计算二重积分	476
二、二次积分交换积分次序	481
三、利用对称性计算二重积分	483
习题 10.2	485

§ 10.3 二重积分的计算(二)	487
一、利用极坐标计算二重积分	487
* 二、二重积分的一般变量替换	490
习题 10.3	492
§ 10.4 三重积分的计算(一)	494
一、利用直角坐标计算三重积分	494
二、利用对称性计算三重积分	498
习题 10.4	499
§ 10.5 三重积分的计算(二)	500
一、利用柱面坐标计算三重积分	500
二、利用球面坐标计算三重积分	501
* 三、三重积分的一般变量替换	504
习题 10.5	505
§ 10.6 重积分的应用	507
一、几何应用(曲面面积)	507
二、物理应用	508
习题 10.6	513
综合测试题十	515
第 11 章 曲线积分与曲面积分	519
§ 11.1 对弧长的曲线积分	519
一、对弧长的曲线积分的概念与性质	519
二、对弧长的曲线积分的计算	521
三、对弧长的曲线积分的应用	524
习题 11.1	525
§ 11.2 对坐标的曲线积分	526
一、对坐标的曲线积分的概念与性质	526
二、对坐标的曲线积分的计算	528
三、对坐标的曲线积分的应用	532
习题 11.2	532
§ 11.3 格林公式及其应用	534
一、格林公式	534
二、平面上曲线积分与路径无关的条件与二元函数的全微分 求积	538
三、全微分方程	542
习题 11.3	543

§ 11.4 对面积的曲面积分	545
一、对面积的曲面积分的概念与性质	545
二、对面积的曲面积分的计算	546
三、对面积的曲面积分的应用	549
习题 11.4	549
§ 11.5 对坐标的曲面积分	550
一、对坐标的曲面积分的概念与性质	550
二、对坐标的曲面积分的计算	553
三、对坐标的曲面积分的应用	557
习题 11.5	558
§ 11.6 高斯公式和斯托克斯公式	559
一、高斯公式	559
二、斯托克斯公式	560
习题 11.6	563
§ 11.7 场论初步	565
一、场的概念	565
二、向量场的通量与散度	565
三、向量场的环量与旋度	567
四、向量微分算子与“三度”	568
* 五、有势场和势函数	569
习题 11.7	570
综合测试题十一	571
习题、综合测试题参考答案	575