

新世纪教改项目规划教材(两年制高职)

YINGYONG SHUXUE JICHU JIAOCHENG

应用数学 基础教程

(工程类)

YINGYONG SHUXUE JICHU JIAOCHENG

YINGYONG SHUXUE JICHU JIAOCHENG

工程类应用数学基础教程编写组



高等教育出版社

新世纪教改项目规划教材(两年制高职)

应用数学基础教程

(工程类)

工程类应用数学基础教程编写组

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础教程. 工程类/工程类应用数学基础编写组编著. -北京:高等教育出版社,2004.8
ISBN 7-04-015429-3

I. 应... II. 工... III. ① 应用数学-高等学校:技术学校-教材② 工程数学-高等学校:技术学校-教材 IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 078387 号

责任编辑 徐 东 特约编辑 周玉刚 封面设计 吴 昊 责任印制 潘文瑞

书 名 应用数学基础教程(工程类)
编 著 工程类应用数学基础教程编写组

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		021-56964871
邮政编码	100011	免费咨询	800-810-0598
总 机	010-82028899	网 址	http://www.hep.edu.cn
传 真	021-56965341		http://www.hep.com.cn
			http://www.hepsh.com

排 版 南京理工排版校对有限公司
印 刷 宜兴市德胜印刷有限公司

开 本	787×1092 1/16	版 次	2004 年 8 月第 1 版
印 张	20.5	印 次	2004 年 8 月第 1 次
字 数	512 000	定 价	22.00 元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

工程类应用数学基础教程

编 委 会

(以下按姓氏笔画为序)

主任委员:周世武

副主任委员:王开洪 朱明刚 周晓康 游家桦

委 员:龙 辉 耿玉霞 刘佰生 宋维堂 李金丹

杜吉佩 肖福积 杨显中 张 毅 张卫东

饶国清 黄锡年 陶金瑞 曾宪林 曾维欣

主 编:杜吉佩

副 主 编:朱明刚 李丽英 赵成辉

主 审:马玉海

副 主 审:韩启汉 史 历 付大庆

编者的话

本教材是按教育部组织制定的《高职高专教育基础课程教学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》以及两年制高等职业教育工科类专业的特点和实际需要精心编写的。

教材主要内容为 Mathematica 软件操作、一元微积分(含微分方程和级数)、拉普拉斯变换、线性代数初步、数学建模初步,所需授课时数为 48 至 72 学时。

教材总的编写原则是注重实际应用,淡化数学理论推导,强化实践能力的培养,突出数学模型的建立及数学工具的使用。

教材编排是按照由浅入深,由易到难,由具体到抽象,循序渐进的原则进行的,并做到了概念清楚,条理清晰,语言简练,易教易学。

教材在编写体例上,适应学生的年龄特征和心理特点;在知识的处理上,符合学生的认知规律,着重使用先进的教学手段和近代教学思想,培养学生的数学素养和综合能力;力求通俗易懂,具有可读性。

教材的主要特色如下:

1. 适用面的广泛性

教材的适用面比较宽,适用于普通高中生源和中等职业学校毕业的生源,并按模块式编写,可供各专业灵活选择教学内容。例如:机械类专业可选取 1 至 5 章进行教学;自动控制类专业可以选取 1 至 9 章进行教学,并且教学内容可以灵活处理,可以按常规方法组织教学,也可以采用 Mathematica 数学软件组织教学。本书带“*”部分为选学内容,采用楷体印刷,供教师根据专业的特点与学生的实际情况选用。建议教学开始时讲授 Mathematica 数学软件,考虑到高中阶段学生已初步学过极限和导数的有关内容,教师在讲授数学软件时,可首先训练这些内容,而对一、二章有关知识可做复习性讲解。

2. 教材内容的整合性

注意与高中阶段的数学教学内容的衔接,结合两年制高等职业教育的数学课时少、要求高的特点,对传统的教学内容削枝强干,进行整合,精选高等数学中最主要的内容。

3. 教材编排设计体现学生对教学的参与性

正文中灵活安排了“想一想”、“试一试”、“做一做”等相关内容,以利于学生参与教学的全过程,激发学生的学习兴趣和培养学生举一反三的能力和创新能力。

4. 数学知识的应用性

对欲讨论的问题,大多从生活中的实例引入,以展示数学应用的广泛性,使读者初步了解建立数学模型的方法,并将数学建模单列一章加以讨论,以培养学生的综合教学素质和应用能力。

5. 习题设计的系统性和科学性

每节后都配有足够数量、层次较为分明的习题,这些习题可以帮助读者检测本节的学习效果。有些习题可以训练解题技巧,开拓思路;有些习题则是正文的补充。读者通过演练这些习题定会有所收益的。

每章后都附有复习题,并分 A 组和 B 组,A 组习题涵盖本章内容 80% 以上的知识点,是要求

读者必须掌握的内容. B组习题是供学有余力的学生选用.

本书由杜吉佩任主编, 朱明刚、李丽英、赵成辉任副主编, 宋维堂、王德才、卓春英、赵文茹、张海君、何永生参加编写, 本书由马玉海任主审, 韩启汉、史历、付大庆任副主审, 廖中行、李敏等参加审稿.

四川大学数学科学学院熊华鑫、白苏华教授审阅了全书稿, 提出了许多宝贵意见, 在此表示衷心的感谢.

在本书的编写过程中, 得到了渤海船舶职业学院、沈阳药科大学高职院、黑龙江农业职业技术学院、沈阳职业技术学院的大力支持, 得到了有关专家和同行的帮助, 编者在此致以谢意.

由于编者水平有限和时间仓促, 错误之处在所难免, 恳请使用本教材的广大师生批评指正, 以便我们修订提高.

工程类应用数学基础教程编写组

2004. 6

目 录

Mathematica 使用简介	1
第一章 极限与连续	22
§ 1-1 初等函数	22
§ 1-2 函数的极限	28
§ 1-3 无穷小与无穷大	32
§ 1-4 函数极限的四则运算	35
§ 1-5 函数的连续性	43
复习题一	49
第二章 导数与微分	52
§ 2-1 导数的概念	52
§ 2-2 导数的几何意义 函数可导性与连续性的关系	58
§ 2-3 函数的和 差 积 商的导数	60
§ 2-4 复合函数的导数 反函数的导数	64
* § 2-5 隐函数的导数和由参数方程所确定的函数的导数	71
§ 2-6 高阶导数	74
§ 2-7 微分及其在近似计算中的应用	77
复习题二	83
第三章 导数的应用	86
§ 3-1 拉格朗日中值定理	86
§ 3-2 函数的极值与最值	89
§ 3-3 曲线的凹凸性和拐点	95
§ 3-4 函数图像的描绘	98
* § 3-5 曲线的曲率	101
复习题三	106
第四章 不定积分	108
§ 4-1 原函数与不定积分	108
§ 4-2 不定积分的基本公式和运算法则 直接积分法	111
§ 4-3 换元积分法	116
§ 4-4 分部积分法	123
§ 4-5 积分表的使用	126
复习题四	130
第五章 定积分	132
§ 5-1 定积分的概念	132
§ 5-2 定积分的性质	136
§ 5-3 微积分基本定理	139
§ 5-4 定积分的换元法 分部积分法	142
* § 5-5 反常积分	147

§ 5-6 定积分在几何中的应用	151
§ 5-7 定积分在物理中的应用	158
复习题五	162
第六章 微分方程	165
§ 6-1 微分方程的概念	165
§ 6-2 可分离变量的微分方程	167
§ 6-3 一阶线性微分方程	171
* § 6-4 二阶常系数线性齐次微分方程	176
* § 6-5 二阶常系数非齐次线性微分方程	181
复习题六	186
第七章 级数	189
§ 7-1 级数的概念及基本性质	189
§ 7-2 数项级数的审敛法	193
§ 7-3 傅里叶级数	196
§ 7-4 周期为 $2l$ 的函数的傅里叶级数	203
§ 7-5 傅里叶级数的复数形式	208
复习题七	210
第八章 拉普拉斯变换	212
§ 8-1 拉氏变换的概念	212
§ 8-2 拉氏变换的主要性质	217
§ 8-3 拉氏逆变换	223
§ 8-4 拉氏变换的应用	226
复习题八	231
第九章 线性代数初步	234
§ 9-1 矩阵的概念及其基本运算	234
§ 9-2 矩阵的初等变换和矩阵的秩	241
§ 9-3 逆矩阵	246
§ 9-4 高斯消元法	250
§ 9-5 一般线性方程组解的讨论	252
§ 9-6 线性方程组解的结构	258
复习题九	263
第十章 数学建模初步	266
§ 10-1 数学建模基础知识	266
§ 10-2 初等数学建模	270
§ 10-3 微积分建模	272
§ 10-4 微分方程建模	273
§ 10-5 线性规划建模	275
§ 10-6 概率统计建模	278
阅读材料 全国大学生数学建模竞赛介绍	281
附录一 简易积分表	286
附录二 习题参考答案	293
英汉词汇对照表	316

Mathematica 使用简介

最初,计算机的功能是用来作数值计算的,“计算机”这个名称也因此而来.后来,其功能大大扩展,各行各业均用来办公.今天,计算机的功能在计算领域也迈进了一大步,可用来作符号运算,作函数图像,进行数学理论证明等.本书介绍的软件 Mathematica,可作数学中的各种符号运算,从而使我们可以从烦琐的运算和难以捉摸的计算技巧中解放出来.

§ 1 Mathematica 简介及其输入法

一、Mathematica 简介

1. Mathematica 简介

Mathematica 是由美国 Wolfram 公司研究开发的一个著名的数学软件,能够完成符号运算、数学图形绘制、甚至动画制作等多种操作.

Mathematica 是一种强大的数学计算、处理和分析的工具,主要用于解决研究和工程计算领域中的问题,也可处理一些比较基本的数学计算.

2. Mathematica 功能简介

- (1) 作函数的图像:用作图程序,当输入作图函数,计算机可直接作出该函数的图像.
- (2) 数值计算:可简单地计算函数值,积分值等,可求微分方程的数值解等.
- (3) 符号运算:可计算函数的极限,导数,不定积分,求微分方程的通解等.在这以前,计算机只能作数值计算,不能作符号运算.

3. Mathematica 的启动与基本操作

(1) 启动:系统安装好以后,在 Windows 98 中,用鼠标点击开始→程序→Mathematica 菜单即可进入系统.或用鼠标双击 Mathematica 组,再双击 Mathematica 图标,即可进入系统.

(2) 基本操作:进入系统后,出现 Mathematica 窗口,即可键入指令.如键入 $1+2$ 然后同时按下 Shift+Enter 或用鼠标点击 Mathematica 的图标,即可得到结果.窗口显示如下:

其中 In[1]表示第一次的输入,out[1]表示对第一个结果的输出.如输入的语句或表达式不能在一行显示完,可以按 Enter 键后在下一行继续输入,但一个命令或表达式在没写完需换行则要加反斜杠“\”,在后面接着按 Enter 键后继续输入.

二、数、运算符、函数、变量与表达式的表示与输入法

1. 数的表示法

Mathematica 的数据分为两大类:一类就是我们平常写出的数,叫普通数,另一类是系统内的内部常数,有固定的写法.

(1) 普通数的表示

i) 整数:输入和输出的数都是精确值.如图 1 所示.

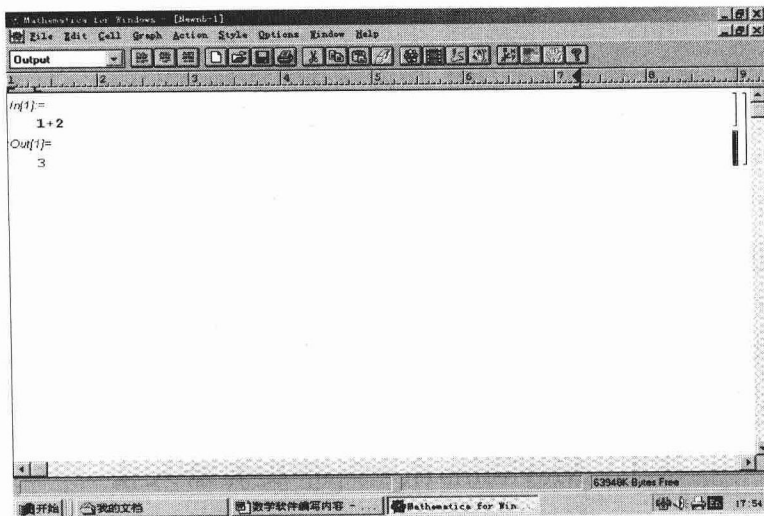


图 1

ii) 有理数:能表示为分数的数,称为有理数,输入两个整数的商,如结果不是整数,应得一个分数.如图 2 所示.

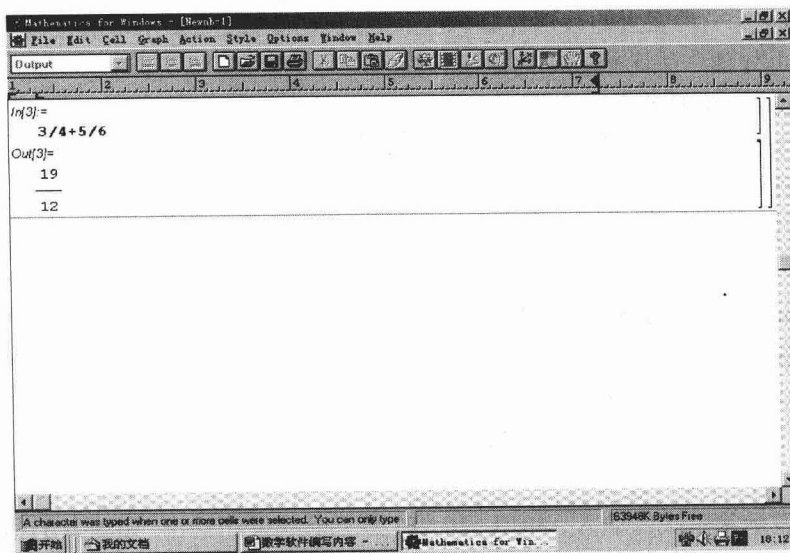


图 2

iii) 实数:只用浮点表示实数的近似值.如图 3 所示.

(2) 数学常数

在系统内,一些数学常数用特定的字符串表示,如:Pi—表示 π ,E—表示自然对数的底 e ,Degree—角度制单位的度,I—虚数单位 i ,Infinity—表示 ∞ .

要注意这些常数书写时必须以大写字母开头.

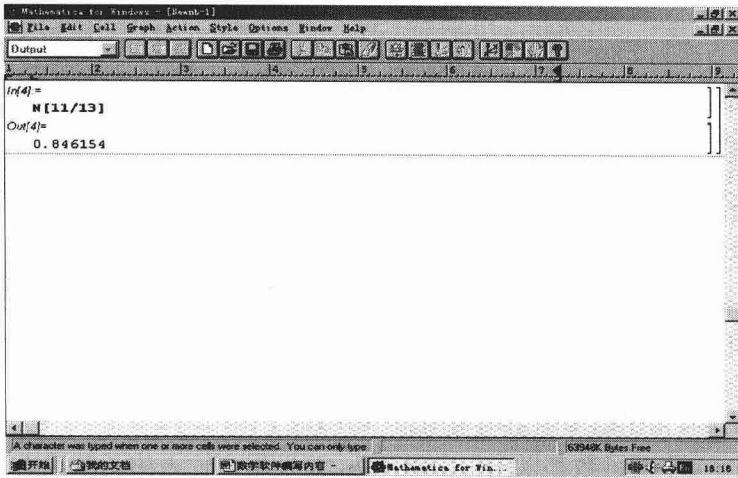


图 3

2. 运算符的表示法与输入

十、一、*、/、^分别表示加、减、乘、除、乘方的运算,其中*也可用空格表示,如 $2 * 3$ 等价于 $2 \ 3$,另外开方可以表示成分数指数,如 $\sqrt[4]{3}$ 的输入为 $3 \wedge (1/4)$,上述运算的优先顺序同数学运算完全一致.

3. 函数的表示法与输入

Mathematica 中的命令(或指令)从广义上讲都是可视为函数的,因此应注意函数名称的书写,以免出错.

常用函数

i) N 函数:格式为 $N[\text{表达式}, k]$

功能:求出表达式的近似值,其中 k 为可选项,它指有效数字的位数,如图 4 所示.

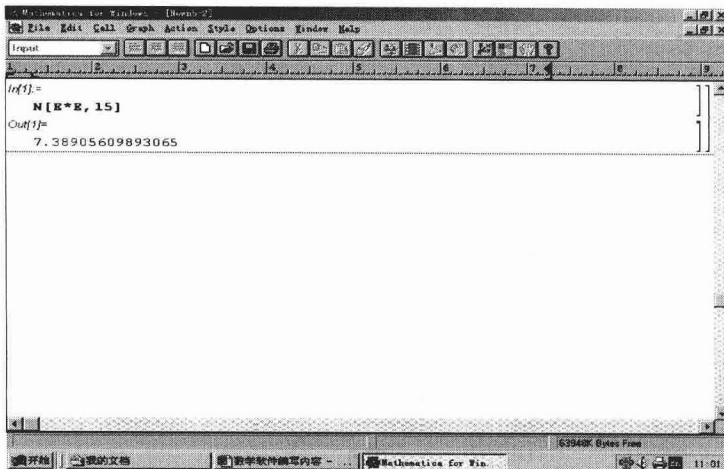


图 4

ii) 基本初等函数

Sqrt[x](求平方根),Exp[x](以 e 为底的幂),Log[a, N](以 a 为底 N 的对数),Log[x]
(Lnx);

Sin[x], Cos[x], Tan[x], Cot[x], Sec[x], Csc[x](三角函数);

ArcSin[x], ArcCos[x], ArcTan[x], ArcCot[x](反三角函数);

Sinh[x], Cosh[x], Tanh[x], Coth[x](双曲函数)等等.

iii) 其他函数

! 一阶乘;Abs[x]—求 x 的绝对值;Mod[n, m]—求 n 取模 m 的结果;GCD[n, m]—求 m 和 n 的最大公约数.

LCM[n, m]—求 m 和 n 的最小公倍数等等.

使用 Mathematica 中的数学函数要注意以下几点:

(a) Mathematica 中的函数都以大写字母开头. 如果用户输入的函数没有用大写字母开头, Mathematica 将不能识别,并提出警告信息;

(b) Mathematica 函数的自变量都应放在方括号内;

(c) 这些数学函数的自变量如 x, y, z 可以是数值,也可以是算术表达式;

(d) 计算三角函数时,要注意使用弧度制. 如果要使用角度制,不妨把角度制先乘以 Dgree 常数 ($\text{Degree} = \pi/180$),转换为弧度制.

```
In[11]:Sin[90Pi/180]
```

```
out[11]:1
```

4. 变量与表达式

(1) 变量:Mathematica 中变量是以小写字母(不能以数字开头)开头的字符(或字符串),但不能有空格和标点符号,例如:a、abcd、b12.

(2) 表达式:表达式是以变量、常量、运算符构成的代数式、表,甚至是图形,如图 5 所示.

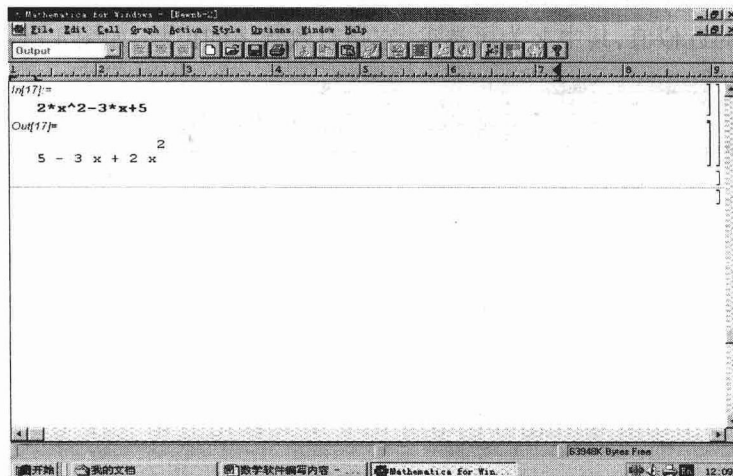


图 5

(3) 变量的赋值与替换

变量的赋值,格式为:变量名 = 表达式.

例如: $A = 2 * 4$

$$n = 2 * \sin[x] - 5 * \cos[x]$$

代数式中的变量也可以用另一个变量(或代数式)替换,如把上例中变量 n 中的 x 用 $\text{Pi} - \text{ArcSin}[x]$ 替换,可表述为如图 6 所示.

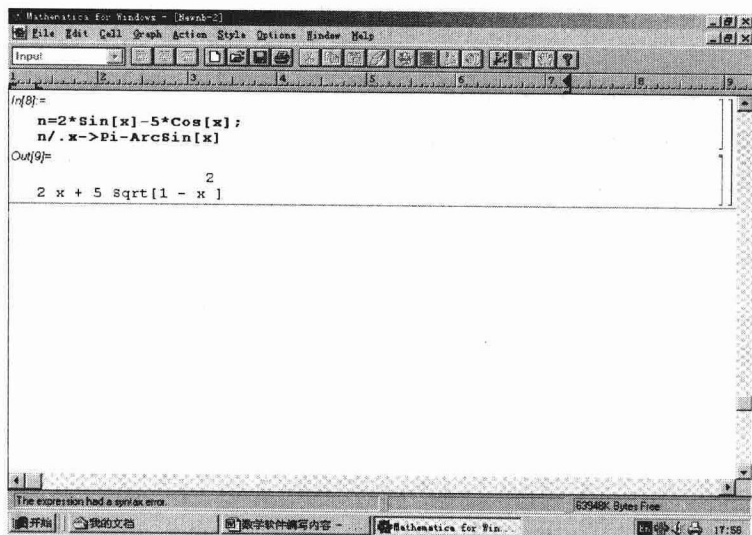


图 6

(4) 变量的清除

当一个变量 a 无用时,可用 $\text{Clear}[a]$ 加以清除. 以免影响后面计算的结果.

习 题 一

1. 计算下列各式的值:

(1) 75^{16} ; (2) $\sqrt{1-3i}$; (3) $\sin 23^\circ$; (4) $\arcsin \frac{2}{\pi}$; (5) $88!$.

2. 设 $a = \sqrt{e^e}$, $b = \tan \frac{\pi^2}{3}$, 计算:

(1) $2a^2 + 3ab^3 - 5a^3b^5$; (2) $\sec(\arctan a)$.

3. 在计算机上练习以下语句的输入:

(1) $\frac{3ax^2 + 4bx^{\frac{1}{2}}}{x-1}$; (2) $\frac{\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \ln 3x}{\sqrt{x^2+1}}$; (3) $(\cos^2 x - \sin 2x)e^{2x}$.

§ 2 函数作图

一、作图函数与输入格式

1. 作图函数 Plot(绘图)

在 Mathematica 中用函数 Plot 可以很方便地作出一元函数的静态图像.

2. 输入格式

`Plot[{f1, f2, ...}, {x, xmin, xmax}, 可选参数]`

其中表 $\{f1, f2, \dots\}$ 的 $f_i (i = 1, 2, 3, \dots)$ 是绘制图形的函数名, 表 $\{x, xmin, xmax\}$ 中 x 为函数 f_i 的自变量, $xmin$ 和 $xmax$ 是自变量的取值区间的左端点和右端点.

例 1 作 $y = x^2$ 在 $[-2, 2]$ 内的图像和作 $y = \log_2 x$ 在 $[0.5, 3]$ 内的图像, 其输入和输出如图 7 所示.

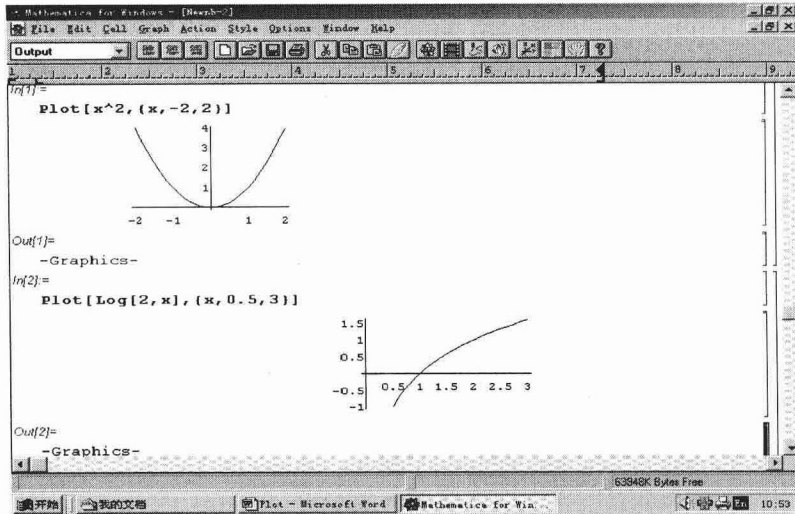


图 7

二、作图时的可选参数

1. 参数 AspectRatio(面貌比)

平时我们作图时, 两个坐标轴的单位长度应该一致, 即 $1:1$. 但在 Mathematica 中根据美学原理系统默认的纵横之比为 $1:0.618$, 而将参数 `AspectRatio` 的值设置为 `Automatic`(自动的) 时可使纵横比为 $1:1$, 请同学们比较一下例 2 中用默认值的图 8 中的上图和设置为 `Automatic` 的图 8

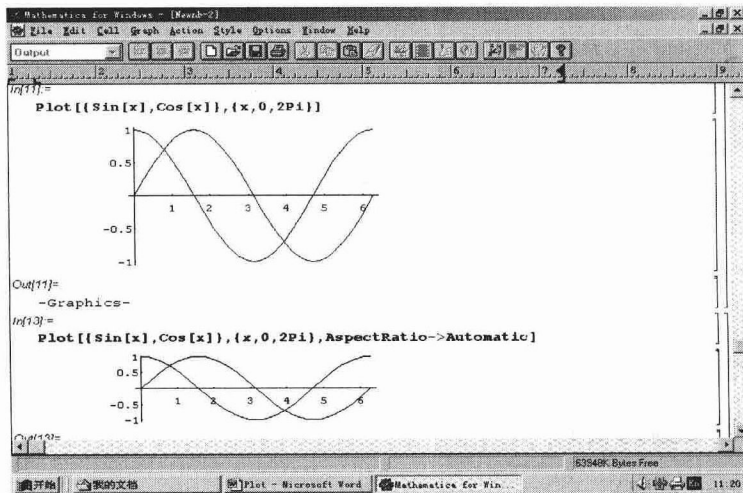


图 8

中的下图的不同效果。

例 2 (1) 作 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 在 $[0, 2\pi]$ 内的图像, 且两坐标轴上的单位比为 0.618.

(2) 作 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 在 $[0, 2\pi]$ 内的图像, 且两坐标轴上的单位比为 1:1.

2. 参数 PlotStyle(画图风格)

PlotStyle 的值是一个表, 它决定画线的虚实、宽度、色彩等.

(1) 取值 RGBColor[r, g, b]——决定画线的色彩. r, g, b 分别表示红, 绿, 蓝色的强度, 其值为 $[0, 1]$ 之间的数.

例 3 作 $y = \sin x$ 在 $[0, 2\pi]$ 内的图像, 线条用红色.

输入: `Plot[Sin[x], {x, 0, 2Pi}, PlotStyle->{RGBColor[1, 0, 0]}`

表示画出的曲线为红色.

(2) 取值 Thickness[t](厚度, 浓度)——决定画线的宽度. t 是一个 $[0, 1]$ 之间的数, 且远远小于 1, 因为整个图形的宽度为 1.

例 4 作 $y = \sin x$ 在 $[0, 2\pi]$ 内的图像, 线条厚度 $t = 0.01$.

输入: `Plot[Sin[x], {x, 0, 2Pi}, PlotStyle->Thickness[0.01]]`

输出如图 9 所示.

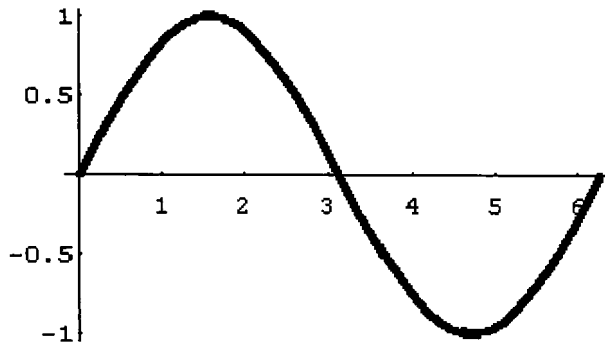


图 9

(3) 取值 Dashing[{d1, d2, ...}]——决定画线的虚实, 其中表 {d1, d2, ...} 确定线的虚实分段方式, di 的取值介于 $[0, 1]$ 之间.

例 5 作 $y = \sin x$ 在 $[0, 2\pi]$ 内的图像, 线条用虚线.

输入: `Plot[Sin[x], {x, 0, 2Pi}, PlotStyle->Dashing[{0.03, 0.09}]]`

输出如图 10 所示.

注意 使用参数 PlotStyle 时, 若取两个以上参数值时, 要使用两个 { }.

例 6 作 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 在 $[0, 2\pi]$ 内的图像, 且两坐标轴上的单位比为 1:1, 线条用红色虚线.

`Plot[{Sin[x], Cos[x]}, {x, 0, 2Pi}, AspectRatio->Automatic, PlotStyle->{{RGBColor[1, 0, 0], Dashing[{0.02, 0.05}]}}`

输出如图 11 所示.

3. 参数 DisplayFunction(显示函数)

该参数决定图形的显示与否, 当取值为 Identity 时, 图形不显示出来, 如图 10 所示.

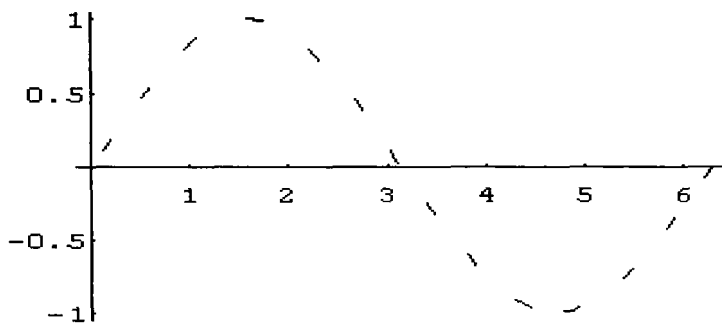


图 10

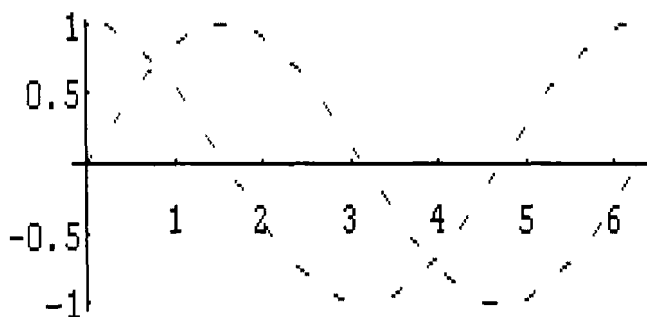


图 11

当取值为 \$ DisplayFunction 时恢复图形的显示,如图 11 所示. 如:

```
In[7]:Plot[Sin[x], {x, 0, 2Pi}, DisplayFunction->Identity]
```

```
Out[7]=
```

```
-Graphics-
```

4. 参数 PlotRange

该参数决定作图的范围,其格式为:

```
PlotRange->参数值
```

其中参数值可取

(1) Automatic——系统默认值. 当函数在作图区间存在无穷间断点和很狭窄的尖峰时,系统会将这一部分图形切掉.

(2) All——要求画出图形的全部. 当发现系统切掉很重要的尖峰时,可使用该参数重画图形,但禁止在有无穷间断点时使用,因为会导致无穷循环的错误,甚至死机.

(3) {y1, y2}——要求作出在纵坐标为 {y1, y2} 范围图形.

5. 参数 PlotPoints

该参数决定函数值的单位取点数,当选用该参数时,一般应选取一个比较大的值,以免作出的图形与实际情况偏差太大.

6. 参数 AxesOrigin(轴原点)

该参数决定是否画坐标轴以及坐标原点放在什么位置,系统默认为 Automatic,也可取 None,或指定参数值为{x, y},表示把原点放在{x, y}这个位置.

例 7 作 $y = x^2$ 在 $[-2, 2]$ 内的图像,将原点放在 $(0, 1)$ 处

输入: `Plot[x^2, {x, -2, 2}, AxesOrigin -> {0, 1}]`, 得如图 12 所示图形.

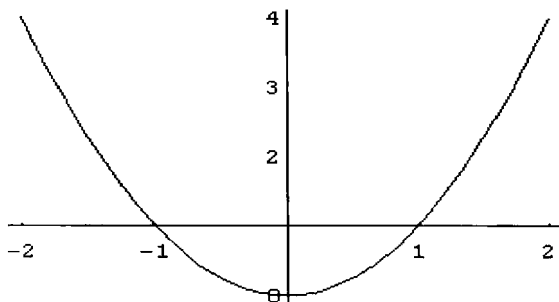


图 12

三、图形的组合显示函数 Show

Plot 的作用可以同时同一坐标系的同一区间内作出不同函数的图像,但有时需要在同一坐标系的同一区间作出不同函数的图像,或者在同一坐标系做一个函数而要求函数的各个部分具有不同的形态(像分段函数),这个时候就需要使用 Show 函数.

例 8 在同一坐标系中作出 $y = e^x$ 和 $y = \ln x$ 的图像,并说明它们的图像关于直线 $y = x$ 对称.

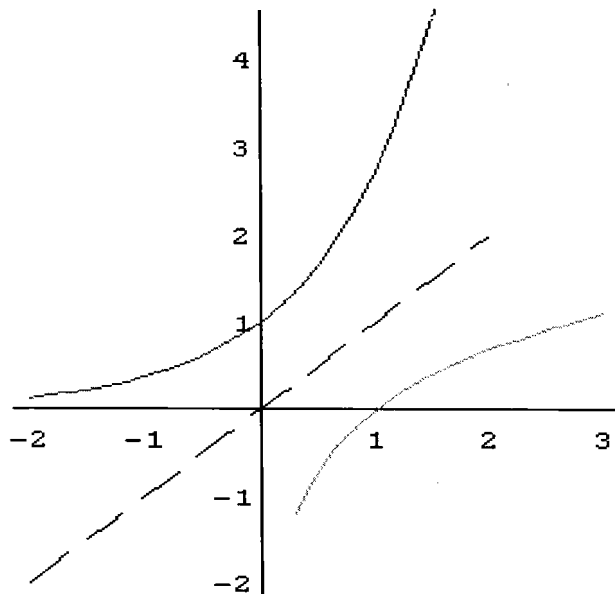


图 13

输入: