

卫星电视教育·初中教师培训教材



W
D J

初中数学教材分析和研究

人民教育出版社

说 明

利用卫星电视频道开展电视教育，是落实中央关于教育体制改革决定的一项具有重要意义的决策，是适应我国国情发展远距离教育的有效措施。为实现九年制义务教育，提高全民族的素质，培养社会主义建设人才，国务院决定从一九八六年七月开始开辟卫星电视教育专用频道，并以培训中小学教师为重点。为此，国家教育委员会责成我社根据有关教学计划和大纲，参照当前教育、教学改革的要求，编辑出版小学教师进修中等师范学校的全部文字教材和中学教师进修高等师范专科学校的《教育学》、《心理学》、初中各学科教材分析和研究等文字教材。

这套教材，预计于一九八八年春季之前全部编完，并从一九八六年秋季开始陆续出版，供应各地使用。

本书是卫星电视教育中学教师培训教材《初中数学教材分析和研究》，全书包括总论，初中代数教材分析，初中几何教材分析。在教材分析的有关章节的后面，附有吉林省教育学院孙滌寰、王国珍、孙维烈、李浩明、娄丕军、张宝昌、张凤才等同志撰写的一部分“教案举例”。此外我国解放前后初中数学教材简况，以及其他一些国家初中数学教材简况等内容附后。本书除作为卫星电视教育中学教师培训教材外，也可以供高等师范专科学校学生和广大初中教师参考。

本书由我社数学室编写。参加编写工作的有张孝达、贾云山、李慧君、陈宏伯，责任编辑是贾云山。

编写供卫星电视教育用的文字教材，我们还没有经验，书中难免有不足之处，欢迎广大教师和其他读者批评指正。

人民教育出版社

1987年9月

目 录

第一章 总论	(1)
一 初中数学的地位和作用	(1)
二 初中数学的教学目的	(16)
三 初中数学教学内容的确定	(25)
四 初中数学教学内容的安排	(31)
五 教学中应注意的几个问题	(40)
第二章 初中代数教材分析	(87)
一 教材主要内容的分析	(88)
二 教材各章内容的分析	(121)
第三章 初中几何教材分析	(343)
一 初中几何的教学内容和体系	(344)
二 教材各章内容的分析	(364)
附录	(464)
一 我国解放前初中数学教材简况	(464)
二 我国解放后初中数学教材简况	(475)
三 国外一些国家初中数学教材简况	(502)

第一章 总 论

为了使教师对初中数学教材有一个全面正确的理解，掌握并驾驭教材，提高教学质量，在对初中数学教材进行分析和研究之前，我们根据《全日制中学数学教学大纲》的精神，先就初中数学的地位和作用、教学目的、教学内容的确定和安排，以及教学中应注意的一些问题进行分析研究。

一 初中数学的地位和作用

数学是初中的一门主要课程。为了比较全面而深刻地领会初中数学的地位和作用，就要先对数学的对象和特性，以及初中教育的性质有一个大概的了解。

§1 数学的对象和特性

1.1 《全日制中学数学教学大纲》(以下简称《大纲》)一开头就指出：

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学。它在现代生活和现代生产中的应用非常广泛，是学习和

研究现代科学和技术必不可少的基本工具。^①

这里说的就是数学是研究什么的，它有什么用处。现在，我们对它作点分析和说明。

“数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学”这句话，是根据恩格斯所说的：“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系”。^②

“在纯数学中，悟性^③所处理的是‘它自己的自由创造物和想象物’；数和形的概念是‘对数学来说已经足够并且可以由数学本身创造的对象’，所以数学具有‘脱离特殊经验和现实的世界内容而独立的意义’。”^④恩格斯针对这种唯心主义的先验论，指出：“数和形的概念不是从其他任何地方，而是从现实世界中得来的。”接着举例论证说：“人们曾用来学习计数，从而用来作第一次算术运算的十个指头，可以是任何别的东西，但是总不是悟性的自由创造物。为了计数，不仅要有可以计数的对象，而且还要有一种在考察对象时撇开对象的其他一切特性而仅仅顾到数目的能力，而这种能力是长期

① 国家教育委员会：《全日制中学数学教学大纲》，人民教育出版社 1986 年 12 月第 1 版第 1 页。

② 恩格斯：《反杜林论》，《马克思恩格斯选集》第 3 卷第 77 页，人民出版社 1972 年第 1 版。

③ 悟性，又叫知性。康德认为人的认识有感性、知性和理性三个环节，知性把感性材料组织起来，使之构成有条理的知识，但它所能认识到的只是“现象”。

④ 同本书本页第二个注，见该书第 76 页。恩格斯引自杜林著作，其中着重号（即黑体字）是恩格斯所加的。

的以经验为依据的历史发展的结果。和数的概念一样，形的概念也完全是从外部世界得来的，而不是在头脑中由纯粹的思维产生出来的。必须先存在具有一定形状的物体，把这些形状加以比较，然后才能构成形的概念。”在这样严密的论证之后，于是得出《大纲》所引用的经典论断：“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系，所以是非常现实的材料。”接着，他辩证地对数学的本质作了深入的阐述：“这些材料以极度抽象的形式出现，这只能在表面上掩盖它的起源于外部世界的事实。但是，为了能够从纯粹的状态中研究这些形式和关系，必须使它们完全脱离自己的内容，把内容作为无关重要的东西放在一边；这样，我们就得到没有长宽高的点、没有厚度和宽度的线^①、 a 和 b 与 x 和 y ，即常数和复数；只是在最后才得到悟性的自由创造物和想象物，即虚数。甚至数学上各种数量的明显的相互导出，也并不证明它们的先验的来源，而只是证明它们的合理的相互关系。矩形绕

^①这里恩格斯关于点、线的定义，与当时仍然流行的欧几里得《几何原本》里的定义，即点是没有部分的、线有长度而没有宽度，基本上是一样的。《几何原本》是用定义、公设和公理作为基础建立起来的第一个公理化体系。点和线是它的第1、2条定义。这个体系一直沿用了两千多年之久，那时中学里的几何教科书，都是按《几何原本》来写的。但是这个体系是不严密的，到了1899年（恩格斯逝世之后的第4年）由希尔伯特建立起第一个严密的公理系统。他把点、直线、平面作为不定义的基本概念。现在我国的通用教材，虽然没有采用希尔伯特的严密的公理系统，但是，关于点、线、面则是作为不定义的基本概念来处理的。

自己的一边旋转而得到圆柱形，在产生这样的观念以前，一定先研究了一定数量的现实的矩形和圆柱形，即使它们在形式上是很不完全的。和其他一切科学一样，数学是从人的需要中产生的：是从丈量土地和测量容积，从计算时间和制造器皿产生的。但是，正如同在其他一切思维领域中一样，从现实世界抽象出来的规律，在一定的发展阶段上就和现实世界脱离，并且作为某种独立的东西，作为世界必须适应的外来的规律而与现实世界相对立。社会和国家方面的情形是这样，纯数学也正是这样，它在以后被应用于世界，虽然它是从这个世界得出来的，并且只表现世界的联系形式的一部分——正是仅仅因为这样，它才是可以应用的。”

这里完整地引用恩格斯关于数学本质的论述，是因为这些论述不仅关系着对数学的辩证唯物主义的认识，因而对数学教学具有根本性的指导意义，而且还对数学的教学方法也具有十分重要的指导意义。这些意义，以后我们还要结合具体内容加以阐发，现在只先指出以下几点：

1. 数学来源于现实世界，它是从人的需要中产生的。这是唯物主义关于知识的两个根本观点的体现。

2. 数学所反映的是现实世界的数量关系和空间形式，它只表现世界联系形式的一部分，但这种联系形式却普遍存在于现实世界的所有事物之中。这指明了数学研究的对象和其他学科的区别，并能广泛应用于其他学科。

3. 为了反映（认识）现实世界的数量关系和空间形式，不仅需要反映的对象，而且到了一定阶段，就必须使它们完全脱离自己的内容，在纯粹状态中来研究这些形式和关系。

当研究完全脱离实际内容的 $x^2 + 1 = 0$ 这个处于纯粹状态的数量关系时,就得到了 $x = \pm i$ 。在纯粹状态中对数量关系和空间形式进行研究,就是所谓的纯数学,也就是数学。这是唯物辩证法关于知识的又一个基本观点的体现。

研究不仅需要暂时脱离客观实际内容,而且只有这种暂时脱离客观实际内容的研究,才能深刻揭示客观的规律——在数学就是各种公式、定律、定理、法则等等,才能使数学得到发展,也才能使数学应用于客观实际。比如,从解实际问题的方程,到对代数式及其变形的研究,对方程的解的研究,最后,才能应用方程来解决一些实际问题。狭隘的实用主义者不了解这一点,他们把处在纯粹状态中的数量关系和空间形式认为是唯心主义的东西,这恰恰说明了他们是机械唯物论者,是形而上学的观点。这种观点曾在“文化大革命”期间占了统治地位,他们把表面上与实际无关的定律、定理等内容当作“脱离实际”而加以排斥,造成了毁灭知识的深重灾难。这也充分证明这种观点是不合唯物辩证法的。

4. 在纯粹状态中研究数学,就要有撇开研究对象的一切其他特性而仅仅顾到数量关系和空间形式的能力,而这种能力是长期的以经验为依据的历史发展的结果。这是唯物辩证法关于能力的一个基本观点的体现。它说明了研究数学也包括学习数学,需要能力,能力需要通过长期培养才能得到发展;同时也说明了数学能力是什么,怎样培养和发展能力。

1.2 在弄清了数学对象的基础上,我们可以进一步来讨

论数学的特性了。

一般认为，数学具有三大特性，即：1. 高度的抽象性；2. 逻辑的严格性和结论的确定性；3. 应用的广泛性。

1. 高度的抽象性 我们从恩格斯关于数和形的概念的形成所举的例子中，就可以看出数学的抽象性。但是我们知道，只要是科学，都有抽象的特性。那么数学的抽象和其他各门科学的抽象是否还有什么不同呢？有的。第一，数学的抽象是现实世界的数量关系和空间形式，而其他科学，比如自然科学是研究自然界的物质结构和运动的。第二，数学的抽象是“撇开对象的其他一切特性”、“完全脱离自己的内容”的“极度抽象”，它比其他科学的抽象程度要高。比如，物理学里研究物体的匀速直线运动，抽象得到三个物理量成 $s = vt$ 的关系；研究自由落体，抽象出三个物理量成 $s = \frac{1}{2}gt^2$ 的关系。在物理学里是不能撇开这些物理量的，而数学还要进一步撇开这些具体的量而得出更为抽象的量的关系，如 $x = ab$ ， $y = ax^2$ 。这里的 $x = ab$ 不仅可以表示匀速直线运动 $s = vt$ 的关系，而且还可以表示长方形面积等于长乘宽的关系，购物总价等于购物单价与件数的积的关系，等等；同样， $y = ax^2$ 不仅可以表示自由落体运动 $s = \frac{1}{2}gt^2$ 的关系，而且可以表示运动着的物体的能量等于它的质量与速度平方的积的一半即 $E = \frac{1}{2}mv^2$ 的关系，圆面积等于圆周率与半径平方的积即 $A = \pi r^2$ 的关系，等等。所以我们说数学的第一个特性是它的高度的抽象性。

还应该指出，随着数学的发展，这种抽象程度越来越高，初中数学就比小学数学的抽象程度要高。 a 和 b 不仅可以表示整数，而且还可以表示小数、分数甚至式子，等等。

已如前述，从具体事物抽象出数量关系和空间形式，这是一种能力，即抽象的能力，也就是在认识上完成“从感性认识到理性认识的一次飞跃”的能力。因此，对于数学学习来说，需要有抽象能力，而数学又是培养抽象能力最好的学科。

2. 逻辑的严格性和结论的确定性 正因为数学有高度的抽象性，所以它的结论是否正确，就不能象物理学等科学那样可以用做实验来检验，而是要靠严格的推理来证明；而且一旦由推理证明了结论，那么这个结论也就是正确的。

所谓严格的推理，也就是要求严格地按照已知的条件和已经被证明是正确的结论（定义、公理、定理、定律、法则、公式等），严格地按照正确的推理规则，逻辑地得出必然的结论。它不能有丝毫的随意性、主观性和片面性。所以由严格推理得到的结论是正确的结论。这种严格的推理，在小学数学里有时已经具有了，不过在初中数学、特别是在几何里更形式化了，而且用得经常。

严格的推理要求学习数学具有逻辑推理的能力，同抽象能力一样，这种能力主要地也要通过学习数学来培养。

3. 应用的广泛性 也正是因为数学有高度的抽象性，就使数学获得了应用的广泛性。关于这一点，从上面 $x = ab$ 、 $y = ax^2$ 的说明中，就可以看得很清楚了。其实，我们在日常

生活中和生产、工作中，几乎是经常在应用数学。例如，日常买卖东西就要用到算术，至于在现代生产中，还要用到较高深的数学。所以《大纲》中指出：数学“在现代生活和现代生产中的应用非常广泛，是学习和研究现代科学技术必不可少的基本工具。”

还应该指出，数学不仅它的知识，而且它的思想和方法，对自然科学和社会科学的学习与研究，都有重大的作用。反过来，在用数学知识和它的思想方法解决自然科学和社会科学的问题的过程中，又促进了数学的发展，而且使数学知识的真理性受到了实践的检验。

§2 初中教育的性质和培养目标

2.1 初中教育是义务教育。《中共中央关于教育体制改革的决定》和《中华人民共和国义务教育法》(以下简称《决定》和《义务教育法》)规定我国“实行九年制义务教育”，“义务教育可以分为初等教育和初级中等教育两个阶段”。按照我国当前学制的规定，小学和初中有“六·三制”和“五·四制”两种，不论是三年制初中，还是四年制初中，都实行义务教育。

什么是义务教育呢？为什么要实施义务教育呢？《决定》指出：

义务教育，即依法律规定适龄儿童和青少年**都必须**接受，国家、社会、家庭**必须**予以保证的国民教育，为现代生产发展和现代社会生活所**必需**，是现代文明的一

个标志。^①

因此，接受初中教育，不仅是适龄国民的一种权利，而且是一种义务。

这里，我们对实行九年制义务教育“为现代生产发展和现代社会生活所必需”作点说明。按照党中央关于发展我国经济的战略部署，80年代主要是为实现到本世纪末工农业总产值翻两番“打好基础，积蓄力量，创造条件”，90年代就“要进入一个新的经济振兴时期”。赵紫阳总理曾明确指出，在“翻两番”中，一番靠政策，一番靠科学技术。显然，靠科学技术就是一靠我国科学技术专家的发明创造，二靠劳动者能够迅速掌握使用新技术，使新技术转变为现实生产力。列宁曾经说过，在文盲充斥的国家，是建不成社会主义的。在面临新技术革命形势的今天，我们可以说，没有中等文化程度的劳动者，是建不成社会主义现代化国家的。事实也证明，农村里勤劳致富的农民大多数是具有高中文化水平的人，小学文化水平以下的只是个别的；工厂企业里没有初中文化水平就不能上岗位操作。正是这个原因，《决定》对劳动者提出了“有文化、懂技术、业务熟练”的要求，并决定要在我国实施九年制义务教育。

初中实施义务教育，是初中教育性质上的一大转变。从教育对象来说，已不是从小学毕业生中经过选拔考试择优录取的学生，而是全部小学毕业生。因此，不但学生的数量增加了，更主要的是学生之间的差异扩大了。从教育任

^①《教育体制改革文献选编》第5页，国家教育委员会政策研究室编，教育科学出版社1985年6月第1版。

务来说，从原来“为高一级学校输送合格的新生，为社会培养优良的劳动后备力量”的双重任务，转变为“提高全民族的素质，培养有理想、有道德、有文化、有纪律的社会主义公民，为培养各级各类的社会主义建设人才奠定初步基础”。再从教育事业的发展来看，到2000年以前初中培养的毕业生，除了少部分升入高中、中等专业学校与职业技术学校外，大多数将进入社会，成为各行各业的劳动者。这也就是说，我国90年代以至下世纪初的劳动力的智力构成中，初中毕业生将占主要部分，而其中多数将是80、90年代的初中毕业生，他们将肩负起“新的经济振兴”，以及下世纪初经济和社会发展的重任。因此，他们的素质如何，关系是极其重大的。我们必须转变这样一种观念和态度，即把初中教育看成主要是培养学生升入高一级学校，只对升学有望的学生进行“重点”培养，而对学习有困难的学生则放任不顾甚至嫌弃。这种观念是与义务教育任务不相符合的。严格地说，与教育这个概念也是不相符合的。

2.2 再从培养目标来说，《义务教育全日制小学初级中学教学计划（初稿）》（以下简称《教学计划》）规定：

初中阶段，要使学生热爱社会主义祖国，热爱社会主义事业，热爱中国共产党，初步树立为人民服务的思想，培养为社会主义现代化建设献身的责任感，培养学生具有共产主义道德品质、集体主义观念和良好的文明习惯，使学生具有一定的分辨是非和抵制不良影响的能力。要使学生掌握必需的文化科学基础知识和培养必需的基本能力，培养实事求是的科学态度和不断探索新知

识的精神，初步掌握正确的学习方法，发展独立思考和动手的能力。要使学生具有健康的体魄和一定的审美能力，要有高尚的情操和奋发向上的精神。要使学生具有劳动观点和劳动习惯，初步掌握一些生产劳动或职业技术的基础知识和基本技能。^①

这个培养目标是根据《决定》对人才的要求，结合初中教育特点来规定的，它是确定各科教学目的的依据。

以上，我们对义务教育的性质和培养目标作了说明。下面，再谈谈初中教育对象的一些主要特点。

2.3 初中的教育对象是受过五或六年义务教育的十一二岁至十五六岁的学生。在生理上，他们正处在从童年向青年过渡的少年期，这是生长发育最为迅速的时期，身体各部分都在迅速成长，在外表上显著地、甚至是突然地一下子长高增大，而性发育开始显露并趋成熟，是这个时期最显著的特征，所以少年期也称为青春期。作为一名初中教育工作者、数学教师，应该以积极的态度，正确对待和处理在这方面所遇到的问题。

在生理变化上对教学有重大意义的是思维器官——神经系统，特别是在大脑皮质，把脑的各部分联系起来的联络神经纤维大量增加，脑神经细胞的分化机能达到了成人的水平。这个思维器官的生长，给发展思维能力、并把思维能力提到一个新的水平提供了物质基础和可能性。

生理上的变化必然地引起心理上的一系列的变化。这个

①《义务教育全日制小学初级中学教学计划（初稿）》。

时期的心理变化，是从儿童向青年转化，无论兴趣爱好、个性品质、行为习惯和世界观，都表现出由可塑向定型逐渐地却显著地转化。我们的社会主义制度，给青少年的健康成长创造了极为优越的社会条件。但是，任何社会都存在着矛盾，何况我们国家还处于社会主义的初级阶段，还存在旧思想的残余；国际上还有资本主义国家，在开放条件下，资本主义思想也不可避免地会钻进来。所以我国少年同样面临着人生十字路口的定向问题。因此，初中阶段的教育具有特殊的重要意义，我们初中教育、教育工作者，负有把少年学生引向健康成长道路的光荣而艰巨的任务，“教书育人”，对初中教师是尤为重要的。

下面，对少年期的一般心理特征，从教育、教学角度，简要地作点剖析。

1. **自立意识增强** 从婴幼儿发育到自立成人，可以说，就是自立能力和自立意识不断增强的过程。不过，这个时期的自立意识表现出质变的特征。他们觉得自己是独立的人了。他们要求象成人一样能够自己来决定自己的行动，并希望别人特别是他们所依赖的父母和教师，能够象对待别的成人那样对待他们；而他们对待父母和教师的言行，也开始采取一种评判的态度，他们认为对他们是不合理的要求或责备，会表现出抗争。原先儿童期在行为上监护与被监护的关系，已与他们逐渐增强的自立成人的意识相矛盾。但是，他们毕竟不是真的成熟了，他们的言行还是相当幼稚的、天真的。所以少年期是半幼稚半成熟的时期，是独立性和依赖性错综交叉的时期。因此，一方面要对他们采取平等、互相尊

重的态度，特别是教师要加强自身的修养，不断提高教学能力和思想道德水平，成为他们心目中崇敬可亲的好老师；另一方面要加强正面教育，尊重他们正确的意见，正当的要求，合理的行为，同时也要批评和纠正错误的东西。因为他们的理想、道德意识和个性品格正处在迅速的形成中，而非观念和鉴别力薄弱，意志还不坚强，模仿性、可塑性还是很强的，既容易受好的影响，也特别容易受坏的引诱，所以有人认为少年期是一个“危险时期”。但是只要加强教育，而这种教育绝对不能采取简单粗暴的态度，而是采取关怀、爱护的态度，晓之以理、动之以情，循循善诱，那么利用他们之中和社会上发生的事件，帮助他们分清是与非、真善美与假恶丑，就会不断增强他们的是非观念和鉴别力。这样，他们将来在社会上真正自立之时，才能在认识上辨别，在行动上自觉、坚定。

2. 兴趣趋向广泛、深入 随着年龄增长，他们的活动范围扩大了。这时，他们的注意、兴趣，已从家庭、学校（从小学到中学，学校环境也改变了）的范围，逐渐趋向自然界、趋向社会、深入人生。也就是世界观、人生观的种种问题在他们的意识中产生了，他们要探索奥秘、寻求解答。这种强烈的好奇心，成为一种旺盛的求知欲。课内的学习，课外的活动，都会吸引他们。不过他们的好奇心和求知欲，还缺乏明确的方向性和目的性，因而也缺乏持久性和克服困难的毅力，表现出多向性、随机性和不稳定性，容易受外界的影响。例如，他们对一门功课的爱好，可以是功课中的内容，也可以是老师的影响，也可以是一次考试的好成绩，也可以是其他别的原因。老师的影响，可能是由于对他的关