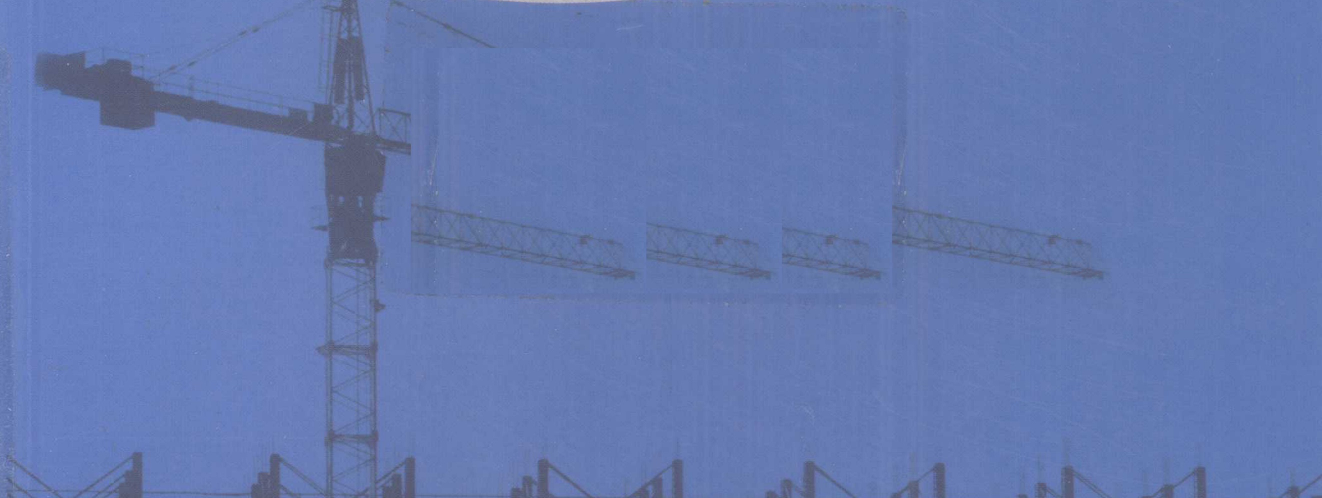
2010
执业资格考试丛书

注册岩土工程师基础考试复习教程

（第四版）

同济大学 编



中国建筑工业出版社

2010 执业资格考试丛书

注册岩土工程师基础考试复习教程

（第四版）

同济大学 编

中国建筑工业出版社

图书在版编目（CIP）数据

注册岩土工程师基础考试复习教程/同济大学编. —4 版.
北京：中国建筑工业出版社，2010
（2010 执业资格考试丛书）
ISBN 978-7-112-12083-3

Ⅰ.注… Ⅱ.同… Ⅲ.岩土工程-工程技术人员-资格考核-自学参考资料 Ⅳ.TU4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 083104 号

本书在前版基础上根据最新发布的注册岩土工程师基础考试大纲修改而成。特别是其中的法律法规、工程经济、电气与信息等章进行了全面的增加与删改，其他章节也都进行了程度不同的修编。本书编写过程中充分考虑了教学和自学复习的特点，既注意突出重点，又遵守循序渐进的规律，尽量简明扼要，说理清晰，并附有例题习题。全书共 16 章。

本书除供岩土工程师参加注册考试复习参考外，还可供一般土木工程师学习和参考使用。

*　　*　　*

责任编辑：王　梅
责任设计：董建平
责任校对：刘　钰　关　健

2010 执业资格考试丛书
注册岩土工程师基础考试复习教程
（第四版）
同济大学　编

*

中国建筑工业出版社出版、发行（北京西郊百万庄）
各地新华书店、建筑书店经销
北京红光制版公司制版
北京富生印刷厂印刷

*

开本：787×1092 毫米　1/16　印张：90　字数：2190 千字
2010 年 6 月第四版　2010 年 6 月第五次印刷
定价：**198.00** 元
ISBN 978-7-112-12083-3
（19219）

第四版前言

全国注册土木工程师（岩土）考试每年9月份进行，本教程的第一版（2002年）、第二版（2003年）、第三版（2008年）自发行以来，受到广泛的欢迎。根据中国建筑工业出版社的要求，教程编写单位以新的考试大纲为依据，对原教程进行了全面的修订工作，特别是公共基础部分做了详细的修改。本次修订过程历时5个月时间，对前版的纰漏、错误也进行了全面细致的修改和更正，并在对几年的考核情况进行了深入分析基础上，充分考虑了考生自学复习的特点，突出考核重点，注重学习规律，尽量简明扼要，思路清晰，对部分章节进行了删减合并，并增加了例题习题，使本书内容更加符合考试大纲的要求，也能够更方便的帮助考生进行复习备考。

参与本教程编写的成员涉及同济大学土木工程学院、理学院、航空与力学学院、材料科学与工程学院、经济与管理学院、电子信息与工程学院、文法学院等单位，在第三版编者的基础上，增加了一些一线教师，编写组成员均为相关专业的骨干授课教师，具有较高的学术造诣、丰富的教学经验，并参与了多年的考前培训辅导授课工作，这在一定程度上保证了本教程的质量。

本教程由同济大学黄茂松、石振明、赵春风等负责组稿、校核、审定，全书由黄茂松统一定稿。由于教程涉及内容广泛，在编写过程中，难免还存在差错之处，敬请读者谅解。

本教程由同济大学黄茂松任主编，石振明、赵春风任副主编。全书各章负责编写人员如下：

第一章　高等数学　蒋凤瑛　徐建平
第二章　普通物理　王少杰　于明章
第三章　化学　　　邓子峰　陆国弟
第四章　理论力学　胡龙根　费文兴
第五章　材料力学　袁斯涛
第六章　流体力学　方　平
第七章　电气与信息　石人珠　李晓军
第八章　法律法规　杨心明
第九章　工程经济　徐春芳　王玉萍　谢亚玲　张维然
第十章　工程地质　石振明　叶为民　唐世栋
第十一章　土力学与地基基础　李镜培　赵春风　叶观宝
第十二章　弹性力学、结构力学与结构设计　袁　勇　汤永净　冯　虹　蔡永昌
第十三章　工程测量　鲍　峰　程效军
第十四章　土木工程材料　杨正宏　高　峰
第十五章　土木工程施工与管理　徐　伟　马锦明
第十六章　职业法规　杨心明

第三版前言

全国注册土木工程师（岩土）考试每年9月份进行，本教程的第一版（2002年）、第二版（2003年）自发行以来，受到广泛的欢迎。根据中国建筑工业出版社的要求，教程编写单位以新的考试大纲为依据，对原教程进行了全面的修订工作。本次修订过程历时6个月时间，对前版的纰漏、错误进行了全面细致的修改和更正，并在对几年的考核情况进行了深入分析基础上，充分考虑了考生自学复习的特点，突出考核重点，注重学习规律，尽量简明扼要，思路清晰，对部分章节进行了删减合并，并增加了例题习题，使本书内容更加符合考试大纲的要求。

参与本教程编写的成员涉及同济大学土木工程学院、理学院、航空与力学学院、材料科学与工程学院、经济与管理学院、电子信息与工程学院、文法学院等单位，基本是第二版的原班人马，均为相关专业的骨干授课教师，具有较高的学术造诣、丰富的教学经验，并参与了多年的考前培训辅导授课工作，这在一定程度上保证了本教程的质量。另外，感谢本教程第一版、第二版的组稿人及主编、副主编，没有他们的辛勤付出，就没有第三版的顺利出版。

本教程由同济大学黄茂松、石振明、赵春风负责组稿、校核、审定，全书由黄茂松统一定稿。由于教程涉及内容广泛，在编写过程中，难免还存在差错之处，敬请读者谅解。

本教程由同济大学黄茂松任主编，石振明、赵春风任副主编。全书各章负责撰写人员如下：

第一章　高等数学　蒋凤瑛　徐建平
第二章　普通物理　王少杰　于明章
第三章　普通化学　邓子峰　陆国弟
第四章　理论力学　胡龙根　费文兴
第五章　材料力学　袁斯涛
第六章　流体力学　方　平
第七章　土木工程材料　杨正宏
第八章　电工电子技术　石人珠
第九章　工程经济　王玉萍　徐春芳　张维然
第十章　工程地质　石振明　叶为民　唐世栋
第十一章　土力学与地基基础　李镜培　赵春风　叶观宝
第十二章　弹性力学、结构力学与结构设计　袁　勇　汤永净　冯　虹　蔡永昌
第十三章　工程测量　鲍　峰　程效军
第十四章　计算机与数值方法　李晓军
第十五章　土木工程施工与管理　徐　伟　马锦明
第十六章　职业法规　杨心明

目　　录

第一章　高　等　数　学

第一节　空间解析几何

一、向量代数

既有大小，又有方向的量称为向量，在数学上经常用有向线段来表示向量。向量一般记作$\vec{a}$，$\overrightarrow{M_1M_2}$等。以坐标原点 O 为起点，向空间一点 M 引向量$\overrightarrow{OM}$叫做点 M 关于点 O 的向径，可记作$\vec{r}=\overrightarrow{OM}$。向量的大小叫做向量的模，记作$|\vec{a}|$等，模等于 1 的向量叫做单位向量，模等于零的向量叫做零向量，记作$\vec{0}$，它的方向可以看作是任意的。

（一）向量的坐标与向量的线性运算

在空间直角坐标系中，以$\vec{i}$，$\vec{j}$，$\vec{k}$分别表示沿 x，y，z 轴正向的单位向量，并称它们为这一坐标系的基本单位向量，向量$\vec{a}$按基本单位向量的分解式为$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$，其中 a_x，a_y，a_z 为向量$\vec{a}$在三个坐标轴上的投影，叫做向量$\vec{a}$的坐标，并记$\vec{a}=(a_x,a_y,a_z)$为向量$\vec{a}$的坐标表达式。

利用向量的坐标，可得向量的模，方向余弦等：

$$|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2},$$

$$\cos\alpha=\frac{a_x}{|\vec{a}|}=\frac{a_x}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}},\quad \cos\beta=\frac{a_y}{|\vec{a}|}=\frac{a_y}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}},$$

$$\cos\gamma=\frac{a_z}{|\vec{a}|}=\frac{a_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}}。$$

向量$\vec{a}$的单位向量$\vec{e}_a=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\nu)$，并有

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\nu=1。$$

起点为 $M_1(x_1,y_1,z_1)$，终点为 $M_2(x_2,y_2,z_2)$的向量记为

$$\overrightarrow{M_1M_2}=(x_2-x_1,y_2-y_1,z_2-z_1)。$$

特别，点 $M(x,y,z)$的向径记为$\vec{r}=\overrightarrow{OM}=(x,y,z)$。

利用向量的坐标还可得向量的加减法、数乘等线性运算。

设$\vec{a}=(a_x,a_y,a_z)$，$\vec{b}=(b_x,b_y,b_z)$，则

$$\vec{a}\pm\vec{b}=(a_x\pm b_x,a_y\pm b_y,a_z\pm b_z),$$

$$\lambda\vec{a}=(\lambda a_x,\lambda a_y,\lambda a_z)，其中 \lambda 为数。$$

(二)数量积,向量积,混合积

设$\vec{a}=(a_x,a_y,a_z)$,$\vec{b}=(b_x,b_y,b_z)$,$\vec{c}=(c_x,c_y,c_z)$。

(1)数量积　$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\langle\widehat{\vec{a},\vec{b}}\rangle=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$,其中$\langle\widehat{\vec{a},\vec{b}}\rangle$表示向量$\vec{a}$与$\vec{b}$之间的夹角,($0<\langle\widehat{\vec{a},\vec{b}}\rangle<\pi$)。

$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}||\vec{a}|\cos 0=|\vec{a}|^2$。

若$\vec{a}\neq 0,\vec{b}\neq 0$,则$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z=0$。

(2)向量积　$\vec{a}\times\vec{b}$,其大小$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin\langle\widehat{\vec{a},\vec{b}}\rangle$,其方向垂直于$\vec{a}$和$\vec{b}$且$\vec{a},\vec{b},\vec{a}\times\vec{b}$成右手系。

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$$

注意:$\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a}$。

若$\vec{a}\neq 0,\vec{b}\neq 0$,则$\vec{a}/\!/\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\times\vec{b}=0\Leftrightarrow\dfrac{b_x}{a_x}=\dfrac{b_y}{a_y}=\dfrac{b_z}{a_z}\Leftrightarrow\vec{a}=\lambda\vec{b}$。

(3)混合积$[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]=(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$

$$=\begin{vmatrix}a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\\ c_x & c_y & c_z\end{vmatrix}$$

三向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$共面$\Leftrightarrow[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]=0$。

【例 1-1-1】　选择题:设已知点$A(1,0,\sqrt{2})$和$B(4,2\sqrt{2},-\sqrt{2})$,则方向和$\overrightarrow{AB}$一致的单位向量是________。

(A)$(3,2\sqrt{2},-2\sqrt{2})$　　(B)$(-3,-2\sqrt{2},2\sqrt{2})$

(C)$\left(\dfrac{3}{5},\dfrac{2\sqrt{2}}{5},-\dfrac{2\sqrt{2}}{5}\right)$　　(D)$\left(-\dfrac{3}{5},-\dfrac{2\sqrt{2}}{5},\dfrac{2\sqrt{2}}{5}\right)$

【解】　$\overrightarrow{AB}=(4-1,2\sqrt{2}-0,-\sqrt{2}-\sqrt{2})=(3,2\sqrt{2},-2\sqrt{2})$,

$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{3^2+(2\sqrt{2})^2+(-2\sqrt{2})^2}=\sqrt{25}=5$,

故$\vec{e}_{AB}=\dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}=\left(\dfrac{3}{5},\dfrac{2\sqrt{2}}{5},-\dfrac{2\sqrt{2}}{5}\right)$,应选(C)。

【例 1-1-2】　选择题:设$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$均为向量,下列等式中正确的是______。

(A)$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2$　　(B)$\vec{a}(\vec{a}\cdot\vec{b})=|\vec{a}|^2\vec{b}$

(C)$(\vec{a}\cdot\vec{b})^2=|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2$　　(D)$(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}\times\vec{a}-\vec{b}\times\vec{b}$

【解】　由$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{b}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2$知应选(A)、(B)、(C)、(D)均是错误的。

【例 1-1-3】　已知$\vec{a}=(3,5,-2)$,$\vec{b}=(2,1,4)$,问选取怎样的λ和μ能使$\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$与

$\vec{c}=(0,0,1)$垂直。

【解】 $\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}=(3\lambda+2\mu,5\lambda+\mu,-2\lambda+4\mu)$,

$$(\lambda\vec{a}+\mu\vec{b})\cdot\vec{c}=-2\lambda+4\mu=0,$$

因而选取的 λ 和 μ 应该有关系 $\lambda=2\mu$。

【例 1-1-4】 设质量为 100kg 的物体从点 $M_1(2,0,7)$沿直线移动到点 $M_2(0,3,1)$,计算重力所作的功(长度单位为 m,重力方向为 z 轴负方向)。

【解】 $\overrightarrow{M_1M_2}=(0-2,3-0,1-7)=(-2,3,-6)$,

$\vec{F}=(0,0,-100\text{g})=(0,0,-980)$,

这样 $W=\vec{F}\cdot\overrightarrow{M_1M_2}=(-2,3,-6)\cdot(0,0,-980)=5880(\text{J})$。

二、平面

(一)平面方程

1. 点法式方程:如果一非零向量垂直于一平面,这向量就叫做该平面的法(线)向量,设平面过点(x_0,y_0,z_0)且以$\vec{n}=(A,B,C)$为法向量,则其点法式方程为

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

2. 一般方程:$Ax+By+Cz+D=0$,

其中$\vec{n}=(A,B,C)$为平面的法向量且 $A^2+B^2+C^2\neq0$。

3. 截距式方程 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$,

其中 a、b、c 依次为平面在 x,y,z 轴上的截距。

(二)两平面的夹角,点到平面的距离

1. 两平面的夹角

两平面的法向量的夹角称为两平面的夹角,通常两平面的夹角为锐角。

设平面 π_1 和 π_2 方程分别为 $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ 及 $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$,其中$\vec{n}_1=(A_1,B_1,C_1)$,$\vec{n}_2=(A_2,B_2,C_2)$,平面 π_1 和 π_2 的夹角 θ 可由 $\cos\theta=\dfrac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|}=\dfrac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\ \sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$来确定。

并由此推得下列结论

$$\pi_1\perp\pi_2\Leftrightarrow\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0,$$

$$\pi_1/\!/\pi_2\Leftrightarrow\vec{n}_1\times\vec{n}_2=0\Leftrightarrow\frac{A_2}{A_1}=\frac{B_2}{B_1}=\frac{C_2}{C_1}。$$

【例 1-1-5】 求过点 $A(1,1,-1)$,$B(-2,-2,2)$和 $C(1,-1,2)$三点的平面方程。

【解】 取$\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\-2-1&-2-1&2+1\\1-1&-1-1&2+1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\-3&-3&3\\0&-2&3\end{vmatrix}$

$=3(-\vec{i}+3\vec{j}+2\vec{k})$,

这样由平面的点法式方程得

$$-1\times(x-1)+3\times(y-1)+2\times(z+1)=0,$$

即 $x-3y-2z=0$。

【例 1-1-6】 选择题：过 z 轴和点 $(1,2,-1)$ 的平面方程是______。

(A) $x+2y-z-6=0$ (B) $2x-y=0$

(C) $y+2z=0$ (D) $x+z=0$

【解】 过 z 轴的平面方程可设为 $Ax+By=0$，平面过点 $(1,2,-1)$

故 $A=-2B$，即平面方程为 $2x-y=0$，应选(B)。

2. 点到平面的距离公式

平面 $\pi:Ax+By+Cz+D=0$ 外一点 $P_0(x_0,y_0,z_0)$ 到该平面的距离

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}。$$

【例 1-1-7】 求点 $(1,2,1)$ 到平面 $x+2y+2z-10=0$ 的距离。

【解】 由点到平面的距离公式知

$$d=\frac{|1\times1+2\times2+1\times2-10|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{|-3|}{3}=1。$$

三、直线

(一)直线方程

1. 空间直线的一般方程

空间直线 l 可看作是两相交平面的交线，设两平面方程分别为

$\pi_1:A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$，$\pi_2:A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$，

则 $\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$ 表示 π_1 与 π_2 的交线 l，方程组 $\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$ 也叫做空间直线的一般方程。

2. 空间直线的对称式方程与参数方程

如果一个非零向量 $\vec{s}=(m,n,p)$ 平行于一条已知直线 l，这个向量 $\vec{s}$ 就叫做该直线的方向向量。

假设直线过点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 且与方向向量 $\vec{s}=(m,n,p)$ 平行，则

$$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$$

就叫做直线 l 的对称式方程或点向式方程。

如果令 $\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}=t$，就得到空间直线的参数方程 $\begin{cases}x=x_0+mt\\y=y_0+nt\\z=z_0+pt\end{cases}$。

【例 1-1-8】 设直线过空间点 $M_1(1,2,3)$ 及点 $M_2(4,6,8)$，写出该直线的对称式方程及参数方程。

【解】 由$\vec{s}=\overrightarrow{M_1M_2}=(4-1,6-2,8-3)=(3,4,5)$知该直线对称式方程为

$$\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-3}{5},$$

其参数方程为$\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=3+5t\end{cases}$。

(二)两直线的交角

两直线的方向向量的夹角叫做两直线的夹角，通常该夹角为锐角，设直线 l_1 和 l_2 的方向向量为$\vec{s}_1=(m_1,n_1,p_1)$，$\vec{s}_2=(m_2,n_2,p_2)$，则 l_1 和 l_2 的夹角$\langle \widehat{l_1,l_2}\rangle$可由

$$\cos\langle \widehat{l_1,l_2}\rangle=\frac{|\vec{s}_1\cdot\vec{s}_2|}{|\vec{s}_1||\vec{s}_2|}=\frac{|m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2|}{\sqrt{m_1^2+n_1^2+p_1^2}\ \sqrt{m_2^2+n_2^2+p_2^2}}$$

给出，并由此推出下列结论

$$l_1\perp l_2\Leftrightarrow \vec{s}_1\cdot\vec{s}_2=0\Leftrightarrow m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2=0,$$

$$l_1/\!/l_2\Leftrightarrow \vec{s}_1\times\vec{s}_2=0\Leftrightarrow\frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{p_1}{p_2}。$$

【例 1-1-9】 求直线 $l_1:\begin{cases}x=2+3t\\y=1-3t\\z=7t\end{cases}$ 和直线 $l_2:\begin{cases}2x-y+4z+1=0\\x+y+z+2=0\end{cases}$的夹角。

【解】 由$\vec{s}_1=(3,-3,7)$，$\vec{s}_2=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\2&-1&4\\1&1&1\end{vmatrix}=(-5,2,3)$知

$$\cos\langle \widehat{l_1l_2}\rangle=\frac{|3\times(-5)+(-3)\times2+7\times3|}{\sqrt{3^2+(-3)^2+7^2}\ \sqrt{(-5)^2+2^2+3^2}}=0,$$

故$\langle \widehat{l_1l_2}\rangle=\frac{\pi}{2}$，即 l_1 与 l_2 垂直。

(三)直线与平面的夹角

当直线与平面不垂直时，直线和它在平面上的投影直线的夹角$\langle \widehat{l,\pi}\rangle$称为直线与平面的夹角，通常该夹角取锐角，当直线与平面垂直时，规定其夹角$\langle \widehat{l,\pi}\rangle=\frac{\pi}{2}$。

设直线 l 的方向向量为$\vec{s}=(m,n,p)$，平面 π 的法向量为$\vec{n}=(A,B,C)$，则直线 l 与平面 π 的夹角可由

$$\sin\langle \widehat{l,\pi}\rangle=|\cos\langle \widehat{\vec{s},\vec{n}}\rangle|=\frac{|\vec{s}\cdot\vec{n}|}{|\vec{s}||\vec{n}|}=\frac{|Am+Bn+Cp|}{\sqrt{m^2+n^2+p^2}\ \sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

给出,并由此推出下列结论:

$$l \perp \pi \Leftrightarrow \vec{s} \times \vec{n} = 0 \Leftrightarrow \frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p},$$

$$l \parallel \pi \Leftrightarrow \vec{s} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow Am + Bn + Cp = 0。$$

【例 1-1-10】 选择题:过点 $M(3,-2,1)$ 且与直线 $L\begin{cases}x-y-z+1=0\\2x+y-3z+4=0\end{cases}$ 平行的直线方程为______。

(A) $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{-1}$　　(B) $\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{-3}$

(C) $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{3}$　　(D) $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{3}$

【解】 直线 L 的方向向量 $\vec{s}=(1,-1,-1)\times(2,1,-3)=(4,1,3)$,故应选(D)。

(四)点到直线的距离公式

直线 $\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$ 外一点,$M_1(x_1,y_1,z_1)$ 到该直线的距离

$$d=\frac{|\overrightarrow{M_0M_1}\times\vec{s}|}{|\vec{s}|},$$

其中 $M_0(x_0,y_0,z_0)$,$\vec{s}=(m,n,p)$.

【例 1-1-11】 求点 $M_1(3,-1,2)$ 到直线 $\begin{cases}x=1\\y-z+2=0\end{cases}$ 的距离

【解】 将直线方程写成对称式:$\frac{x-1}{0}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-0}{1}$,即可以看出直线过点 $M_0(1,-2,0)$,方向向量为 $\vec{s}=(0,1,1)$

$|\vec{s}|=\sqrt{0^2+1^2+1^2}=\sqrt{2}$,$\overrightarrow{M_0M_1}=(2,1,2)$

$$\overrightarrow{M_0M_1}\times\vec{s}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\2 & 1 & 2\\0 & 1 & 1\end{vmatrix}=(1,-2,2),|\overrightarrow{M_0M_1}\times\vec{s}|=\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}=3$$

故 $d=\frac{|\overrightarrow{M_0M_1}\times\vec{s}|}{|\vec{s}|}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3}{2}\sqrt{2}$.

四、曲面(旋转曲面,柱面,二次曲面)

如果曲面 S 与三元方程 $F(x,y,z)=0$ 有下列关系:曲面 S 上任一点的坐标都满足方程,不在曲面 S 上的点都不满足方程,则方程 $F(x,y,z)=0$ 叫做曲面 S 的方程,而曲面 S 叫做方程 $F(x,y,z)=0$ 的图形。

（一）旋转曲面

以一条平面曲线绕其平面上的一条直线旋转一周所成的曲面叫做旋转曲面，这条定直线叫做旋转曲面的轴。

设 yOz 坐标面上有一已知曲线 C，其方程为 $f(y,z)=0$，把这曲线绕 z 轴旋转一周就得到一个以 z 轴为旋转轴的旋转曲面，其方程为 $f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0$。同样，曲线 C 绕 y 轴旋转成的旋转曲面的方程为 $f(y,\pm\sqrt{x^2+z^2})=0$。

【例 1-1-12】 选择题：将椭圆 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1\\ y=0\end{cases}$ 绕 x 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程是______。

(A) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1$　　(B) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1$

(C) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{4}=1$　　(D) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{9}=1$

【解】 椭圆 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{z^2}{4}=1\\ y=0\end{cases}$ 绕 x 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程为 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{(\pm\sqrt{y^2+z^2})^2}{4}=1$，即 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{4}=1$，应选(C)。

（二）柱面

平行于定直线并沿定曲线 C 移动的直线 L 形成的轨迹叫做柱面，其中定曲线 C 叫做柱面的准线，动直线 L 叫做柱面的母线。

例如，方程 $F(x,y)=0$ 在空间直角坐标系中表示母线平行于 z 轴的柱面，其准线是 xOy 面上的曲线 $C:F(x,y)=0$。

【例 1-1-13】 指出下列方程在空间解析几何中分别表示什么图形：

(1) $x^2+y^2=4$；(2) $z=y+1$；(3) $x^2-z^2=1$。

【解】 (1) $x^2+y^2=4$ 在空间直角坐标系中表示母线平行于 z 轴，其准线是 xOy 面上圆 $x^2+y^2=4$ 的圆柱面。

(2) $z=y+1$ 在空间直角坐标中表示母线平行于 x 轴，其准线是 yOz 面上直线 $z=y+1$ 的柱面，它是平面。

(3) $x^2-z^2=1$ 在空间直角坐标系中表示母线平行于 y 轴，其准线是 xOz 面上双曲线 $x^2-z^2=1$ 的双曲柱面。

（三）二次曲面

用三元二次方程表示的曲面叫做二次曲面，常见的二次曲面有

球面：$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$；

椭球面　$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$；

椭圆抛物面　$\dfrac{x^2}{2p}+\dfrac{y^2}{2q}=z$（$p,q$ 同号）；

双曲抛物面（马鞍面） $\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=z$（$p,q$ 异号）；

单叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$；

双叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$；

二次锥面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$。

【例 1-1-14】 选择题：下列曲面的结论中，错误的是______。

(A)$2x^2-3y^2-z^2=1$ 表示双叶双曲面　　(B)$2x^2+3y^2-z^2=1$ 表示单叶双曲面

(C)$2x^2+3y^2-z=1$ 表示椭圆抛物面　　(D)$2(x^2+y^2)-z^2=1$ 表示锥面

【解】 $2(x^2+y^2)-z^2=1$ 表示旋转单叶双曲面，故应选(D)。

五、空间曲线及其空间曲线方程，空间曲线在坐标面上的投影曲线方程

空间曲线可以看作两个曲面的交线，设两个相交曲面方程分别为 $F(x,y,z)=0$，$G(x,y,z)=0$，则$\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}$表示它们的交线 C，也把$\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}$叫做空间曲线 C 的一般方程。

例如，$x+y+z=1$ 及 $x^2+y^2+z^2=4$ 分别表示空间的平面及球面，它们的交线$\begin{cases}x+y+z=1\\x^2+y^2+z^2=4\end{cases}$则表示空间的一个圆。

空间曲线的 C 的方程也可以用参数形式表示，若将 C 上的动点的坐标 x,y,z 表示成参数 t 的函数，则

$$\begin{cases}x=\varphi(t)\\y=\psi(t)\\z=\omega(t)\end{cases}$$ 叫做空间曲线的参数方程。

例如，参数方程$\begin{cases}x=a\cos t\\y=a\sin t\\z=bt\end{cases}$　(a,b,c 均为常数)表示的空间曲线为螺旋线。

设空间曲线 C 的一般方程为$\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}$，联列两方程消去变量 z 后所得的方程 $H(x,y)=0$，则$\begin{cases}H(x,y)=0\\z=0\end{cases}$为曲线 C 在坐标面 xOy 上的投影曲线方程。

【例 1-1-15】 求空间曲线$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1\\x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1\end{cases}$在 xOy 面上的投影曲线方程

【解】 联列题设两方程得到 $x^2+2y^2-2y=0$，故$\begin{cases}x^2+2y^2-2y=0\\z=0\end{cases}$为该空间曲线在 xOy 面上的投影曲线方程。