信号与系统
考研指导

（第2版）

吕玉琴　尹霄丽　张金玲　张健民　编

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

信号与系统考研指导

（第2版）

吕玉琴　尹霄丽　张金玲　张健明　编

北京邮电大学出版社
·北京·

内 容 摘 要

本书是“信号与系统”硕士研究生入学考试备考人员的参考用书。全书共有六章，每章包括三部分内容：第一部分是主要内容，对重点内容进行综合性的叙述；第二部分是例题详解，在这一部分中，我们精选了一些典型的、难度不同的题目，并对其进行详细分析求解；第三部分是习题，供读者自学时选用，在书后附有部分习题答案。本书还收录了2003年至2010年北京邮电大学硕士研究生入学考试信号与系统部分的考题，并提供了简要的求解过程或答案。

本书也可以作为工科通信、电子信息类专业本科生学习参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统考研指导/吕玉琴等编．--2版．--北京：北京邮电大学出版社，2010.7

(通信与计算机专业考研指导丛书)

ISBN 978-7-5635-2322-1

Ⅰ.①信… Ⅱ.①吕… Ⅲ.①信号系统—研究生—入学考试—自学参考资料 Ⅳ.①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第143474号

书　　名：信号与系统考研指导(第2版)

作　　者：吕玉琴　尹霄丽　张金玲　张健明

责任编辑：赵玉山

出版发行：北京邮电大学出版社

社　　址：北京市海淀区西土城路10号(邮编：100876)

发 行 部：电话：010－62282185　传真：010－62283578

E-mail：publish@bupt.edu.cn

经　　销：各地新华书店

印　　刷：北京忠信诚胶印厂

开　　本：787 mm×960 mm　1/16

印　　张：24.25

字　　数：527千字

印　　数：1—4000册

版　　次：2002年11月第1版　2010年7月第2版　2010年7月第1次印刷

ISBN 978-7-5635-2322-1　　　　定　价：46.00元

再版前言

“信号与系统”是电子信息类专业的重要技术基础课。随着IT行业的迅速发展，更多的专业开设了“信号与系统”课程并将其列入考研科目。“信号与系统”课程的任务是研究确定性信号通过线性时不变系统传输或处理的基本理论和基本分析方法。其理论性强，运用现代数学的概念和方法较多，是一门较难学习但又必须学好的专业基础课。

培养学生综合解决问题的能力是高校的重要任务之一，在多年的教学实践中，深知学生在学习“信号与系统”课程时，不仅需要典型例题和一定数量的习题来巩固、加深对所学知识的理解，而且需要有一定数量带有综合性的例题和习题对学生进行训练。为此，在历年教学实践的基础上我们2002年编写了此书。本次再版，我们对原书进行了勘误和修改，对原书在使用中发现的文字、公式笔误进行了勘对；同时对例题详解方法和习题答案再次做了核对。另外，将书中收录的历年北京邮电大学硕士研究生入学考试“信号与系统”考题替换为2003年到2010年的题目，仍提供了简要的求解过程或答案，以供参考。

本书共分六章：信号的时域分析；系统的时域分析；连续信号与系统的频域分析；连续信号与系统的复频域分析；离散信号与系统的z域分析；系统的状态变量分析。每章包括三部分内容：第一部分是主要内容，基于准备参加考研人员已经学习过信号与系统课程，在这一部分中只对“信号与系统”的重点内容进行综合性的叙述；第二部分是例题详解，在这一部分中，我们精选了一些典型的、难度不同的题目，并对大部分题目进行了分析求解，引导学生识题、解题；第三部分是习题，供读者选用。另外，本书附有北京邮电大学2003—2010年的“信号与系统”研究生入学考试考题，供读者参考。

本书共选编例题191道，习题204道，书末附有习题答案。本书在例题与习题的编排上，连续与离散并列，这样做是把系统看作一个整体，既强调了连续和离散系统的共性，也突出了它们各自的特点，有助于对基本概念和分析方法的理解和掌握。

本书在例题中，力求做到一题多解，每解给出详细的解题步骤，并对结果作必要的物理分析，澄清某些易于出现的错误概念，引出一些带规律性的结论。在习题中，除选编一些典型题外，侧重选编了难度较大、灵活性较强的综合题。例题和习题的类型，

包括了概念题、证明题、计算题和应用题。其主要来源是历年教学中的积累及参考国内外的教材。因此，本书可作为广大自学者、报考电子信息类专业研究生的读者深入学习“信号与系统”课程的辅导材料，也可作为高校“信号与系统”课程的配套教学参考书。

本书经集体讨论，分工执笔。第一、二章由吕玉琴编写，第三、六章由尹霄丽编写，第四、五章由张金玲编写，2003—2010年的“信号与系统”硕士研究生入学考试的考题由张健明整理。

由于编者水平有限，难免有错误和不妥之处，敬请读者批评指正。

编　者

2010年3月于北京邮电大学

目　录

第一章　信号的时域分析

主要内容

我们对连续时间信号和离散时间信号分别来进行信号的时域分析。信号的自变量变换和有关奇异信号的特点是这一章的重点要求。离散时间信号的分析与连续时间信号分析有其共同或相似之处，也有不同之处，请读者认真体会。

一、信号的定义、分类

信号是消息的表现形式，消息则是信号的具体内容。

在现代通信系统的通信方式中，信号通常是随时间变化的电压或电流（有时可能是电荷或磁通）。从数学观点而言，这类信号是独立变量 t 的函数 $f(t)$。

观察、分析、研究信号的特征，可从多种不同的角度来分类。

- 连续时间信号：在所讨论的时间间隔内，除若干不连续点之外，对于任意时间值都可给出确定的函数值。
- 离散时间信号：在时间上是离散的，只在某些不连续的规定瞬时给出函数值，在其他时间没有定义。

- 确定性信号（周期信号、非周期信号）：对于指定的某一时刻 t 可确定一相应的函数值 $f(t)$
- 随机性信号（平稳随机信号、非平稳随机信号）：具有未可预知的不确定性

- 功率信号：具有有限功率的信号，能量无限。
- 能量信号：具有有限能量的信号，功率为零。

- 实信号：各时刻的函数值为实数，是物理可实现信号。
- 复信号：函数值为复数的信号称为复信号，常用的是复指数信号。

还可将信号分为一维信号与多维信号、调制信号、载波信号和已调信号等。

二、连续时间信号

对于任意时间值都可给出确定的函数值，此信号称为连续时间信号。

内容要点：

- 典型信号
- 信号运算
- 奇异信号
- 信号的分解

1. 典型的连续时间信号

(1)双边指数信号

$$f(t)=Ke^{-\alpha t}\quad(-\infty<t<\infty)$$

(2)单边指数信号

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ e^{-\frac{t}{\tau}} & t\geqslant 0\end{cases}$$

重要特性：其对时间的微分和积分仍然是指数形式。

(3)正弦信号

$$f(t)=K\sin(\omega t+\theta)\quad(-\infty<t<\infty)$$

与指数信号类似，正弦信号对时间的微分和积分仍然是正弦信号。

(4)复指数信号

$$f(t)=Ke^{st}=Ke^{(\sigma+j\omega)t}\quad(-\infty<t<\infty)$$

$s=\sigma+j\omega$ 称为复频率。

欧拉公式表示了复指数信号与正、余弦信号之间的关系：

$$\begin{cases}e^{j\omega t}=\cos\omega t+j\sin\omega t\\ e^{-j\omega t}=\cos\omega t-j\sin\omega t\end{cases}\qquad\begin{cases}\cos\omega t=\dfrac{1}{2}(e^{j\omega t}+e^{-j\omega t})\\ \sin\omega t=\dfrac{1}{2j}(e^{j\omega t}-e^{-j\omega t})\end{cases}$$

在信号分析理论中，复指数信号是一种非常重要的基本信号。

虽然在实际中不可能产生复指数信号，但可以利用复指数信号来描述各种基本信号，s 的实部 σ 表征了该信号振幅随时间变化的状况，虚部 ω 表征了其振荡角的角频率。若 $\sigma>0$，它们是增幅振荡；若 $\sigma<0$，则是衰减振荡；若 $\sigma=0$，是等幅振荡。当 $\omega=0$ 时，复指数信号就成为实指数信号 $e^{\sigma t}$。如果 $\sigma=\omega=0$，则 $f(t)=K$，这时就成为直流信号，可见，复指数信号概括了许多常用信号。

(5)抽样信号(Sampling Signal)

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t}$$

其波形如图 1.1 所示。

性质：①$\mathrm{Sa}(-t)=\mathrm{Sa}(t)$　　偶函数

②$t=0$，$\mathrm{Sa}(t)=1$，即 $\lim\limits_{t\to 0}\mathrm{Sa}(t)=1$

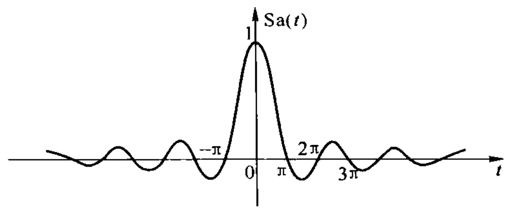


图 1.1

③$\mathrm{Sa}(t)=0, t=\pm n\pi, n=1,2,3\cdots$

④ $\int_0^{\infty}\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t=\frac{\pi}{2}, \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t=\pi$

⑤ $\lim\limits_{t\to\pm\infty}\mathrm{Sa}(t)=0$

⑥$\mathrm{sinc}(t)=\sin(\pi t)/\pi t$

2. 信号的运算

(1)信号的自变量变换

信号的平移、倒置(翻转)、展缩(尺度变换):

$$f(t)\to f(at\pm b)=f[a(t\pm b/a)]$$

注意:一切变换都是对 t 而言,展缩之后的变换只需时移 b/a 个单位,而不是 b 个单位的时移。$a<0$ 时有倒置。

(2)信号的时域运算

相加减:$r(t)=e_1(t)+e_2(t)$,相乘:$r(t)=e_1(t)\cdot e_2(t)$,倍乘:$r(t)=Ae(t)$,微分:$r(t)=\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$,积分:$r(t)=\int_{-\infty}^{t}e(\tau)\mathrm{d}\tau$。

注意:微分是对 t 的微分,结果是 t 的函数;同样积分结果也应该是 t 的函数,所以是变上限积分(变量是 t)。

3. 奇异信号

(1)定义

函数本身有不连续点(跳变点)或其导数与积分有不连续点的函数。

注意:奇异函数的定义区间是全时间域范围。

(2)典型的奇异信号

其波形如图 1.2 所示。

斜变信号(斜坡信号或斜升信号)

$$R(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t & t\geqslant 0\end{cases}$$

单位阶跃信号

$$u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}, t=0 \text{ 点无定义或 } 1/2$$

单位门信号

$$G_\tau(t)=u\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-u\left(t-\frac{\tau}{2}\right)$$

单位冲激信号

$$\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\left[u\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-u\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right],\quad \begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\\ \delta(t)=0(t\neq 0)\end{cases}$$

冲激偶 $\delta'(t)$

冲激信号的导数，即$\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}=\delta'(t)$，是一个奇函数，它的宽度和面积都为零。

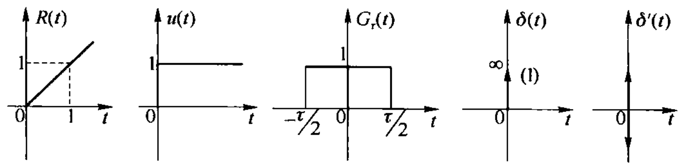


图 1.2

$u(t)$，$\delta(t)$以及其他的奇异函数在线性时不变系统的研究中所起的作用就在于一种物理现象理想化的作用。利用这些理想化会使这样的系统得到一种极其重要而又非常简单的表示。

4. 信号的分解

为了便于信号分析与信号处理，可以将信号从不同角度分解研究。

(1)直流分量与交流分量

$$f(t)=\underbrace{f_D}_{\text{常数}}+\underbrace{f_A(t)}_{\text{平均值为零}}$$

(2)偶分量与奇分量

$$f(t)=f_e(t)+f_o(t)$$

其中 $f_e(t)=f_e(-t)$，$f_o(t)=-f_o(-t)$。

(3)脉冲分量

$$f(t)\approx\sum_{t_1=-\infty}^{\infty}f(t_1)[u(t-t_1)-u(t-t_1-\Delta t_1)]$$

$$f(t)=\lim_{\Delta t_1\to 0}\sum_{t_1=-\infty}^{\infty}f(t_1)\delta(t-t_1)\Delta t_1=\int_{-\infty}^{\infty}f(t_1)\delta(t-t_1)\mathrm{d}t_1$$

用 $\delta(t)$表示任意函数。

(4)实部分量与虚部分量

$$f(t)=f_r(t)+\mathrm{j}f_i(t)$$

(5)正交函数分量

三角函数集分解：$f(t)=c_0+\sum_{n=1}^{\infty}c_n\cos(n\omega_1 t+\varphi_n)$

复指数函数集分解：$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}F(n\omega_1)e^{jn\omega_1 t}$

三、离散时间信号

离散信号在时间上是离散的，只在某些离散时刻给出函数值。

内容要点：

- 信号表示
- 信号运算
- 典型信号

1. 信号的表示

离散时间信号可以用以下三种形式表示：

$$\begin{cases}\text{数字序列：逐个列出序列的值}\\ \text{函数式：写成一般闭式的表达式或用典型信号表示}\\ \text{波形表示：线段的长短表示函数值的大小}\end{cases}$$

2. 信号的运算

信号的自变量变换

$$\begin{cases}\text{移位：序列中每个样值逐项依次移 } m \text{ 位，得到新的序列}\\ \text{倒置：波形相对于纵轴翻转}\\ \text{尺度变换：波形的压缩或扩展}\end{cases}$$

信号的时域运算

$$\begin{cases}\text{相加减：同序号的值对应相加减}\\ \text{求和：}y(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}x(k)\\ \text{相乘：同序号的值对应相乘}\\ \text{差分}\begin{cases}\text{前向：}\Delta x(n)=x(n+1)-x(n)\\ \text{后向：}\nabla x(n)=x(n)-x(n-1)\end{cases}\end{cases}$$

3. 典型的离散时间信号

(1)单位样值信号

$$\delta(n)=\begin{cases}0, & n\neq 0\\ 1, & n=0\end{cases}$$

其波形如图 1.3 所示。

(2)单位阶跃序列

$$u(n)=\begin{cases}1, & n\geqslant 0\\ 0, & n<0\end{cases}$$

其波形如图 1.4 所示。

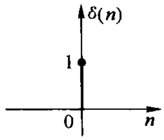


图 1.3

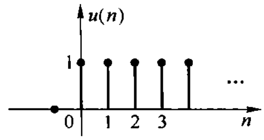


图 1.4

(3)矩形序列

$$G_N(n)=\begin{cases}1, & 0\leqslant n\leqslant N-1\\ 0, & n<0, n\geqslant N\end{cases}$$

其波形如图 1.5 所示。

(4)斜变序列

$$r(n)=nu(n)$$

其波形如图 1.6 所示。

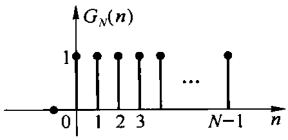


图 1.5

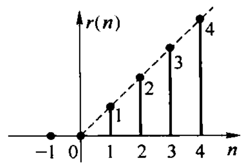


图 1.6

(5)单边指数序列

$$x(n)=a^n u(n)\begin{cases}0<a<1 & n=0\text{ 时为 }1\text{，收敛序列}\\ a>1 & n=0\text{ 时为 }1\text{，递增序列}\\ -1<a<0 & \text{正负相间，递减序列}\\ a<-1 & \text{正负相间，递增序列}\end{cases}$$

(6)正弦序列

$$x(n)=\sin n\omega_0 \text{ 或 } x(n)=\cos n\omega_0$$

其波形如图 1.7 所示。

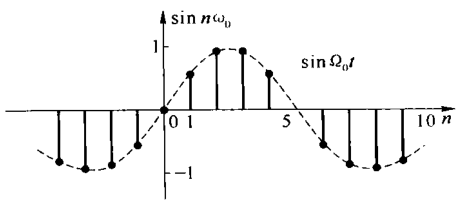


图 1.7

周期序列应满足 $x(n+N)=x(n)$，N 称为序列的周期，N 为任意正整数。

由图观察，离散时间正弦序列(幅度按正弦波变化)并不总是时间上的周期函数。

正弦序列周期性的判别：

①$\frac{2\pi}{\omega_0}=N$，若 N 是正整数，则正弦序列是周期的序列。

如 $\omega_0=\frac{2\pi}{N}=\frac{2\pi}{10}=0.2\pi$。表示相邻两个序列值间的弧度数为 0.2π。说明正弦序列的包络线每隔 10 个样值重复一次，周期为 10。

②$\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{N}{m}$，$N$，$m$ 均为正整数，$\frac{N}{m}$为有理数，$\sin\omega_0 n$ 仍为周期的序列。

周期　$N=m\frac{2\pi}{\omega_0}$，如 $\omega_0=\frac{4\pi}{11}$，则有$\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\frac{11}{4\pi}=\frac{11}{2}=\frac{N}{m}$。所以，$N=11$，即周期为 11。2 个 2π 区间有 11 个样值为一个周期。

③$\frac{2\pi}{\omega_0}$为无理数，$\sin\omega_0 n$ 为非周期的序列。

找不到满足 $x(n+N)=x(n)$ 的 N 值，如 $\omega_0=0.4$，$\frac{2\pi}{\omega_0}=5\pi$ 是无理数，所以$x(n)$为非周期的序列。

(7)复指数序列

$$x(n)=e^{j\omega_0 n}=\cos\omega_0 n+j\sin\omega_0 n$$

复序列用极坐标表示：

$$x(n)=|x(n)|e^{j\arg[x(n)]}$$

其中：

$$|x(n)|=1,\quad \arg[x(n)]=\omega_0 n$$

四、连续与离散时间信号分析的特点

1. 根据信号定义域的特点，区分连续时间信号和离散时间信号。

连续时间信号是除若干不连续点之外，“任意时间”都有确定的函数值，而离散时间信号是只在某些点有确定函数值，其他时间“没有定义”。

2. 连续时间信号的幅值可以是连续的，也可以只取某些规定值，时间和幅值都为连续的信号又称为**模拟信号**。

3. 离散时间信号在时间上是离散的，时间取值可以是均匀的，也可以是不均匀的。离散时间信号的幅值可以是连续的(取任意值)，如果幅值也被限定为某些离散值，即经过量化的离散时间信号又称为**数字信号**。

4. 信号的**自变量变换**中，当信号压缩或扩展时，离散时间信号应只留下离散时间点上的值，要按规律去除某些点或补足相应的零值。而连续时间信号因为时间是连续的，没有这个限制。

5. 信号的**时域运算**中，连续时间信号是对自变量的微分、积分运算，离散时间信号是

差分、求和运算。

6. $\delta(t)$与$\delta(n)$及其重要性质：

(1)$\delta(t)$是用积分值(面积)表示信号的强度，$t\to 0$，$\delta(t)$的幅度为∞。$\delta(n)$在$n=0$时的值就是瞬时值1，没有面积概念。所以对离散信号称为单位样值比称为单位冲激更确切。

(2)$\delta(t)$与$u(t)$是微积分关系

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t},\quad u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$\delta(n)$与$u(n)$是差和关系

$$\delta(n)=u(n)-u(n-1),\quad u(n)=\sum_{k=0}^{\infty}\delta(n-k)$$

(3)重要性质

乘系数、时移：

$$c\delta(t),c\delta(t-\tau);\quad c\delta(n),c\delta(n-j)$$

抽样性：

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t),\quad f(n)\delta(n)=f(0)\delta(n),\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0)$$

表示任意信号：

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau,\ x(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)\delta(n-m)$$

尺度变换：

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t),\quad \delta(an)=\delta(n)$$

冲激偶：

$$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$$

7. 离散信号$\sin n\omega_0$与连续信号$\sin\Omega_0 t$的关系与区别。

设Ω_0为连续正弦函数的模拟角频率，设ω_0为离散域的正弦数字角频率，则

$$x(t)=\sin\Omega_0 t,\quad \Omega_0=\frac{2\pi}{T_0}$$

$\sin\Omega_0 t$离散点(时刻)nT_s上的正弦值

$$x(nT_s)=\sin\Omega_0 nT_s$$

令$\omega_0=\Omega_0 T_s$，离散正弦序列：

$$x(n)=\sin\omega_0 n$$

区别：

$$\begin{cases}\Omega_0\ \text{的单位为 rad/s} & \text{连续} & \text{模拟角频率}\\ \omega_0\ \text{的单位为 rad} & \text{连续} & \text{数字角频率}\end{cases}$$

8. 数字频率 ω_0 可以连续变化，但 ω_0 只能在$(-\pi,\pi)$范围内变化。从两方面看：

(1)正弦函数本身周期为 2π，ω_0 为抽样值的数字频率间隔的弧度数，其数值不会超过 2π。

(2)数字角频率-抽样间隔应满足 Nyquist 抽样率：

$\omega_0=\Omega_0 T_s=2\pi\dfrac{\Omega_0}{\omega_s}$，$T_s$ 为抽样间隔(时间)，ω_s 为抽样角频率，满足 Nyquist 抽样率：$\omega_s\geqslant 2\Omega_0$，所以 $\omega_0\leqslant\pi$。

如果 $\omega_0=\pi$，$x(n)=0$，不能恢复原信号，不能区别开不同的 Ω_0 信号，因而 $\omega_0<\pi$。

但可以取负值，所以 ω_0 的取值范围为$(-\pi,\pi)$。

例 题 详 解

例 1.1 粗略绘出下列各函数式的波形图。

(1)$f_1(t)=(2-e^{-t})u(t)$　　(2)$f_2(t)=e^{-t}\cos 10\pi t[u(t-1)-u(t-2)]$

(3)$f_3(t)=u(t^2-1)$　　(4)$f_4(t)=\dfrac{d}{dt}[e^{-t}\cos t u(t)]$

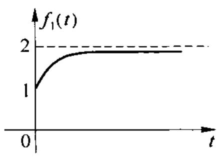
分析：用波形描述是信号表示的一种方法，也是本课程的一项基本训练，在画图时应注意信号的基本特征，对所画出的波形，应标出信号的初值、终值及一些关键的值，如极大值和极小值等，同时应注意阶跃、冲激信号的特点。

解：

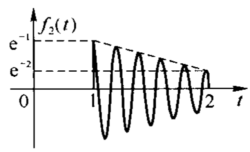
(1)$f_1(t)=(2-e^{-t})u(t)$波形图如例 1.1 解图(1)所示。

(2)$f_2(t)=e^{-t}\cos 10\pi t[u(t-1)-u(t-2)]$波形图如例 1.1 解图(2)所示。

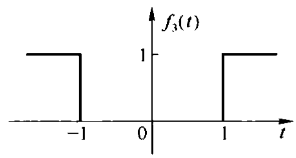
(3)$f_3(t)=u(t^2-1)$波形图如例 1.1 解图(3)所示。



例 1.1 解图(1)



例 1.1 解图(2)



例 1.1 解图(3)

由于 $u(t^2-1)=u[(t-1)(t+1)]$，据单位阶跃信号 $u(t)$的特性可知，当$(t+1)(t-1)>0$ 时，$u(t^2-1)=1$，当$(t+1)(t-1)<0$ 时，$u(t^2-1)=0$，从而求得

$$u(t^2-1)=\begin{cases}1 & |t|>1\\ 0 & |t|<1\end{cases}$$