新教材
新高考
与课堂同步

主编/申建春

30年 高考数学 真题讲与练

必修 1 2 3

潇湘数学教育工作室 策划

做新题不如做高考题 做真题更切中高考题

国防科技大学出版社

高考数学

30年真题讲与练

必修1 2 3

顾　问　赵雄辉

策　划　潇湘数学教育工作室

主　编　申建春

副主编　周大明　曾红斌　李文英　李桂初

编委会主任　袁箭卫

编委会副主任　邓集柏　于真灵　黎书柏　张志华

编　委　唐绍伦　蒲宏金　邓交练　李　宇　黎尚清　李先红　邓成林　肖春龙　左新安
刘合平　李松云　胡良美　李清汉　李绵勇　赵永益　张有才　谷田中　罗利平
杨建军　罗自力　漆辉超　李　忠　李万春　刘永忠　杨清国　周　鹏　黄营林
张建忠　李　闯　徐　旺

国防科技大学出版社

·长沙·

图书在版编目(CIP)数据

高考数学30年真题讲与练/申建春主编.——长沙：国防科技大学出版社，2010.4

ISBN 978-7-81099-631-0

Ⅰ.高… Ⅱ.申… Ⅲ.数学课－高中－解题－升学参考资料 Ⅳ.G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第067635号

高考数学

30年真题讲与练 必修1 2 3

主　　编　申建春

责任编辑　卢天贶

策　　划　潇湘数学教育工作室

出版发行　国防科技大学出版社

印　　刷　湖南省书报刊发行业协会湘联印刷厂

开　　本　880毫米×1230毫米　1/16

印　　张　34

字　　数　1200千

定　　价　全套90元

版　　次　2010年5月第1版

印　　次　2010年5月第1次印刷

高考数学题不神秘

数学题浩如烟海，谁也不能做完！

高考数学题不断推陈出新，永无止境！

高考数学题是关注度最高的数学题，高中学生在做，老师在做，专门研究高考数学的人也在做！

揭开高考数学题神秘的面纱，就能帮助同学们学好数学，高考中得高分.

有些高考题源自教材.以教材上的习题为原型，适当加以改编形成高考题.这是高考题的重要来源，每年的高考题中都可以找到这样的题.因此，同学们要认真做好书本上的题，最好能举一反三、触类旁通.这样，解起高考题来就不陌生，就能得心应手，就能发挥自己的最佳水平.

有些高考题源自历年的高考题.从1977年恢复高考至今，已有30多年了，而根据高考要求，许多基本内容没有变化，也是需要同学们掌握的.这样，在对一些基本内容的考查上，每年难以有新题出现，必然就会有许多似曾相识的高考题.

如果在学习某一内容时，将历年与这个内容相关的高考题拿来作为练习题，好处则是妙不可言.

一则了解高考在这个内容上到底考什么.知道了高考考什么，就明确了学习的方向，知道学习中应该在哪方面下力气，做到有的放矢，事半功倍.

二则了解高考在这个内容上需要掌握哪些解题技巧.掌握了解高考题的技巧，必能迅速找到解题思路，提高解题速度与正确率，高考数学就能得高分.

三则可以了解高考在这个内容上命题的变化趋势.这一点很重要，掌握了高考题命题的变化趋势，做题就不会盲目，就能心中有数，就能战无不胜.

四则可以了解各省市命题的特点.其实，你只要细心多做同一年几个省市的高考数学题，就会发现许多有趣而有用的命题特点.这些命题特点，对同学们参加自己省市的高考非常有帮助.因为同一内容的命题可以从很多方面入手，各省市会互相借鉴的，也会按一定的时间间隔重复出现的.因此，多做历年高考真题，是把握高考题的有效途径.

有些同学喜欢做新题，认为新题有可能会切中高考题.其实，这种想法不正确，至少可以说不全正确.同学们做题都是有限的，你认为是新题，可能是因为你不能浏览所有的中学数学习题，才会感觉是新题.做新题不如做高考题！每年各省市的高考数学题中都有个别新题，全国每年有近40套高考数学题，新题就尽在高考题中！

因此，做真题更能切中高考题！

本书就是根据上面的理念，由全国著名的、专门从事高考数学研究的潇湘数学教育工作室策划，组织了历年把关的、优秀的高三数学老师进行编写.

本书的每节由“方法指引”“真题讲解”“高考直击”三个栏目组成，每个栏目各有特色，同学们使用时，要把握好栏目的作用.

“方法指引”提示本节高考的主要内容，指点解答高考题所需要的主要技巧与方法.

“真题讲解”选用与本节内容紧密联系的高考真题，选题力求从易到难，题型全面；解题方法既考虑教材上的通用方法，又注意一些特殊技巧. 每个题都给出了详细解答，以便给同学们提供解题示范，增加高考解题中的得分点. 大部分题在解完后，有一个“说明”. “说明”旨在指点解题方法的思考过程、解题技巧，提醒容易出现错误的地方，网罗同类型的高考题.

“高考直击”选用的题目也是与本节内容相关的高考题，既有与“真题讲解”中类似的题，也有不同类型的题，力求将历年高考题的类型全面涉及.

“参考答案”是“高考直击”中练习题的答案. 如果题目十分简单，则只给出答案. 如果题目有一定的难度，则给出了详细解答. 还有部分题在解答后面有“说明”，以便同学们更能全面地思考问题.

教材上有些小节的内容没有单独的高考题，我们在编写时就没有单独设立这节，而是将这节内容编在与之有紧密联系的章节里.

在使用本书时，有些章节由于高考内容比较多，题目相对较多；有些章节内容比较少，题目就相对少. 因此，有些小节内容可以在学习完新课时就可立即使用本书，有些内容需要学完一章的内容后才能使用本书. 同学们可以灵活使用.

大家在使用本书时，有什么好的建议，或者发现书中的一些错误，请及时转告我们，以便在修订时进一步完善. 电子邮箱：shenjch66@126.com.

做新题不如做高考题！

做高考题更能切中高考题！

做高考题高考必能得高分！

最后，祝愿同学们用了本书，高考得高分. 这是你的心愿，也是我们的心愿.

目　录

必修1

必修2

必修3

必修1

第一章 集合与函数概念

第一节 集 合

方法指引

集合中高考题一般是以选择题或填空题形式出现，难度不大，占的分值是5分左右. 集合的高考题所考查的内容是并集、交集、子集、真子集、空集、补集、全集的概念，并且能进行集合的简单运算. 新定义题，简单的分类讨论题都会在高考中出现.

因此，学习集合时，不仅要掌握好几个概念，还要学会用韦恩图表示集合关系，同时也要掌握利用韦恩图找到解题思路的方法.

真题讲解

一、选择题

1. (2009，宁夏海南文(1))已知集合$A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{0,3,6,9,12\}$，则$A\cap B=$(　　).

A. $\{3,5\}$　　B. $\{3,6\}$　　C. $\{3,7\}$　　D. $\{3,9\}$

解 D.

集合A与集合B都有元素3和9，故$A\cap B=\{3,9\}$.

说明 如果集合的元素是列举法表示的，要求交集、并集、补集，则根据定义即可得到答案，但要注意细心一点，不要看错元素.

2. (2009，全国Ⅱ文(1))已知全集$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$M=\{1,3,5,7\}$，$N=\{5,6,7\}$，则$\complement_U(M\cap N)$(　　).

A. $\{5,7\}$　　B. $\{2,4\}$

C. $\{2,4,8\}$　　D. $\{1,3,5,6,7\}$

解 C.

$M\cup N=\{1,3,5,6,7\}$，则$\complement_U(M\cup N)=\{2,4,8\}$.

说明 含有集合交、并、补等运算的题，按照先括号内，后括号外，从左至右的顺序计算即可. 这类计算的集合题，是集合这个内容每年高考的主要题型.

3. (2008，全国Ⅱ理(2))设集合$M=\{m\in\mathbf{Z}\mid -3<m<2\}$，$N=\{n\in\mathbf{Z}\mid -1\leqslant n\leqslant 3\}$，则$M\cap N=$(　　).

A. $\{0,1\}$　　B. $\{-1,0,1\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

解 B.

$M=\{-2,-1,0,1\}$，$N=\{-1,0,1,2,3\}$，故$M\cap N=\{-1,0,1\}$.

说明 集合M,N的元素都是整数，则用列举法求出两个集合的元素，然后根据交集的定义得到答案.

4. (1996，全国理(1))已知全集$I=\mathbf{N}^*$，集合$A=\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{N}\}$，$B=\{x\mid x=4n,n\in\mathbf{N}\}$，则(　　).

A. $I=A\cup B$　　B. $I=(\complement_I A)\cup B$

C. $I=A\cup(\complement_I B)$　　D. $I=(\complement_I A)\cup(\complement_I B)$

解 C.

列举法. $A=\{2,4,6,8,\cdots\}$，$B=\{4,8,12,16,\cdots\}$，则$\complement_U B=\{1,2,3,5,6,7\cdots\}$. 观察知，$I=A\cup(\complement_U B)$.

说明 还可以用分类讨论法. $\complement_U B$的元素有三种类型：$4n+1,4n+2,4n+3,n\in\mathbf{N}^*$. 而$4n+2,4n$型的正整数都包含在$2n$型正整数之中，因此，$I=A\cup(\complement_U B)$.

本题元素是特殊元素(正整数)，而且是用描述法表示的，一下子不易看出集合间的关系，因此要使各集合中的元素具体化，以便发现结论.

5. (2009，辽宁文(3))已知集合$M=\{x\mid -3<x\leqslant 5\}$，$N=\{x\mid x<-5\text{或}x>5\}$，则$M\cup N=$(　　).

A. $\{x\mid x<-5\text{或}x>-3\}$

B. $\{x\mid -5<x<5\}$

C. $\{x\mid -3<x<5\}$

D. $\{x\mid x<-3\text{或}x>5\}$

解 A.

直接利用并集性质求解，或者画出数轴求解.

说明 以不等式表示集合的问题，先解出各不等式，然后利用数轴求出结论所要求的集合.

6. (2008，浙江理(2))已知$U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid x>0\}$，$B=\{x\mid x\leqslant -1\}$，则$(A\cap\complement_U B)\cup(B\cap\complement_U A)=$(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{x\mid x\leqslant 0\}$

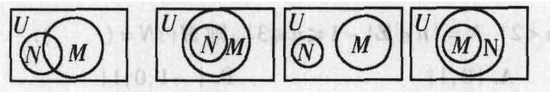
C. $\{x\mid x>-1\}$　　D. $\{x\mid x>0\text{或}x\leqslant -1\}$

解 A.

$A\cap \complement_U B = A, B\cap \complement_U A = B, A\cap B = \varnothing$.

说明　要求的集合比较复杂，不要紧，按照第2题的“说明”，一步一步地做下去，必定能化繁为简.

7. (2009，广东文(1))已知全集 $U = \mathbf{R}$，则正确表示集合 $M = \{-1,0,1\}$ 和 $N = \{x \mid x^2 + x = 0\}$ 关系的韦恩(Venn)图是(　　).



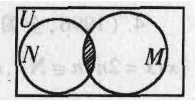
A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

解　B.

由 $N = \{x \mid x^2 + x = 0\}$，得 $N = \{-1,0\}$，则 $N \subset M$.

说明　本题是先确定集合间的关系，然后将这个关系用韦恩图表示. 韦恩图直观地表示了集合关系，同时还能为解题提供思路的启发.

8. (2009，广东理(1))已知全集 $U = \mathbf{R}$，集合 $M = \{x \mid -2 \leqslant x - 1 \leqslant 2\}$ 和 $N = \{x \mid x = 2k-1, k = 1,2,\cdots\}$ 的关系的韦恩(Venn)图如右图所示，则阴影部分所示的集合的元素共有(　　).



A. 3个　　　　B. 2个

C. 1个　　　　D. 无穷多

解　B.

由 $M = \{x \mid -2 \leqslant x - 1 \leqslant 2\}$ 得 $M = \{x \mid -1 < x < 3\}$，则 $M \cap N = \{1,3\}$，这个集合的元素有2个.

说明　求集合元素的个数，一般是直接求出集合，然后再确定元素的个数.

9. (2007，江西理(6))若集合 $M = \{0,1,2\}$，$N = \{(x,y) \mid x - 2y + 1 \geqslant 0$ 且 $x - 2y - 1 \leqslant 0, x, y \in M\}$，则 N 中元素的个数为(　　).

A. 9　　　　B. 6　　　　C. 4　　　　D. 2

解　C.

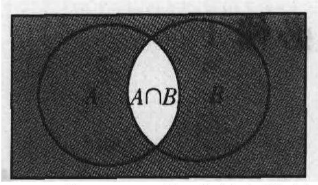
因为 $x, y \in M = \{0,1,2\}$，则 $(x,y) = (0,0),(0,1),(0,2),(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2)$ 中的一个. 将这些数值代入集合 N 中，能够使集合 N 成立的有 $(0,0),(1,0),(1,1),(2,1)$. 因此，N 的元素有4个.

说明　这里关键是求出 (x,y). 而求 (x,y) 就要在集合 M 中取数，这就要将 (x,y) 可能取的情况都要考虑到.

10. (2009，江西理(3))已知全集 $U = A\cup B$ 中有 m 个元素，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$ 中有 n 个元素. 若 $A\cap B$ 非空，则 $A\cap B$ 的元素个数为(　　).

A. mn　　　　B. $m+n$　　　　C. $n-m$　　　　D. $m-n$

解　D.



如右图，阴影部分的元素个数是 n，而阴影部分加上空白部分 $(A\cap B)$ 的元素个数和是 m，显然，$A\cap B$ 的元素个数是 $m-n$.

说明　理解了 $A\cup B$ 的元素 m 个，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$ 中的元素 n 个分别是韦恩图中的相应部分，就很容易得到 $A\cap B$ 中的元素是 $m-n$ 个.

11. (2007，江苏(2))已知全集 $U = \mathbf{Z}$，$A = \{-1,0,1,2\}$，$B = \{x \mid x^2 = x\}$，则 $A\cap \complement_U B$ 为(　　).

A. $\{-1,2\}$　　　　B. $\{-1,0\}$

C. $\{0,1\}$　　　　D. $\{1,2\}$

解　A.

求得 $B = \{0,1\}$，则 $\complement_U B$ 的元素是除0，1以外的整数. 那么，$A\cap(\complement_U B)$ 中的元素就是去掉 A 中元素0，1所剩下的元素构成的集合，即为 $\{-1,2\}$.

说明　这类集合题所求得的结果是集合中的元素是一个个的数，并且这类题在高考中出现比较多. 解决方法就是首先将每个集合的元素求出，然后进行集合的交、并、补运算，得出答案.

12. (2009，山东理(2))集合 $A = \{0,2,a\}$，$B = \{1,a^2\}$，若 $A\cup B = \{0,1,2,4,16\}$，则 a 的值为(　　).

A. 0　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. 4

解　D.

根据题意有 $\begin{cases} a^2 = 16, \\ a = 4. \end{cases}$ 解得 $a = 4$.

说明　根据并集定义，观察得到集合 A，B 相对应的元素.

如果集合中的元素有的是字母，要注意这个元素如何求出来. 这就需要观察集合中元素的关系，建立方程或不等式求解.

13. (2007，全国Ⅰ理(5))设 $a, b \in \mathbf{R}$，集合 $\{1, a+b, a\} = \left\{0, \dfrac{b}{a}, b\right\}$，则 $b - a =$ (　　).

A. 1　　　　B. -1　　　　C. 2　　　　D. -2

解　C.

观察集合 $\{1, a+b, a\} = \left\{0, \dfrac{b}{a}, b\right\}$ 发现 $a \neq 1$ 或 0，那么根据两集合相等，则必须有 $a + b = 0$，则 $\dfrac{b}{a} = -1$. 因此，两集合又变为 $\{1,0,a\} = \{0,-1,b\}$. 显然 $a = -1$，$b = 1$. 故 $b - a = 2$.

说明 如果不观察分析得出$a\neq1$或$0,a+b=0$,而直接利用两集合相等的概念列方程组的话,则是十分复杂的.因此,观察、分析是解题的基础.

14.(2006,辽宁理(2))设集合$A=\{1,2\}$,则满足$A\cup B=\{1,2,3\}$的集合B的个数是( ).

A. 1　　B. 3　　C. 4　　D. 8

解 C.

因为$A=\{1,2\}$,$A\cup B=\{1,2,3\}$,则集合B中必含有元素3,即转化为求集合$A=\{1,2\}$的子集个数.所以满足条件的集合B共有$2^2=4$个.

说明 如果一个集合的元素有n个,则它的子集有2^n个,真子集有2^n-1个.

本题还可以这样思考:集合B中必含有元素3,则B可以是$\{3\}$,$\{1,3\}$,$\{2,3\}$,$\{1,2,3\}$中的一个.因此,满足题设的集合B有4个.

求一个集合的子集或真子集个数的题,在高考中经常出现.

15.(2006,江苏(7))若A,B,C为三个集合,$A\cup B=B\cap C$,则一定有( ).

A. $A\subseteq C$　　B. $C\subseteq A$

C. $A\neq C$　　D. $A=\varnothing$

解 A.

由$A\cup B=B\cap C$知,$A\cup B\subseteq B$,$A\cup B\subseteq C$,则$A\subseteq B\subseteq C$.

说明 也可取特殊集合验证得出答案.取$A=\{1\}$,$B=\{2,3\}$,则$A\cup B=\{1,2,3\}$.

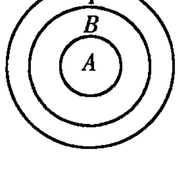
又$A\cup B=B\cap C$,则$\{2,3\}\cap C=\{1,2,3\}$,那么,C中至少含有1,2,3.因此$A\subseteq C$.

16.(2004,全国Ⅰ理(6))设A、B、I均为非空集合,且满足$A\subseteq B\subseteq I$,则下列各式中错误的是( ).

A. $(\complement_I A)\cup B=I$　　B. $(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=I$

C. $A\cap(\complement_I B)=\varnothing$　　D. $(\complement_I A)\cap(\complement_I B)=\complement_I B$

解 B.



将集合A,B,I的关系用韦恩图表示如右图,容易发现,$(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=\complement_I B$.因此,B不正确.

说明 对这类没有具体指明集合里是什么内容的集合题,采用韦恩图解决是一个好方法.但用韦恩图时,要考虑两集合间的特殊关系,如相等,真子集等,以免造成错误.

17.(2006,山东理(1))定义集合运算:$A*B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$,设集合$A=\{0,1\}$,$B=\{2,3\}$,则集合$A*B$的所有元素之和为( ).

A. 0　　B. 6　　C. 12　　D. 18

解 D.

因为x,y的值有4种情形:$(x,y)=(0,2),(0,3),(1,2),(1,3)$,将这些数值代入$z=xy(x+y)$中,分别算得$z=0,0,6,12$.那么,所得和是18.

说明 这是一个新定义形式的题.解决这类题时,首先要认真、仔细阅读给出的定义、法则是什么,并且自己按照新定义、新法则取一些数试验,以便熟悉给出的新定义、新法则;其次,在解题时,一定要紧紧扣住新定义、新法则的形式,一定要按照形式去运算.

18.(2005,浙江理(9))设$f(n)=2n+1(n\in\mathbf{N})$,$P=\{1,2,3,4,5\}$,$Q=\{3,4,5,6,7\}$,记$\hat{P}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in P\}$,$\hat{Q}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in Q\}$,则$(\hat{P}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{Q})\cup(\hat{Q}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{P})=$( ).

A. $\{0,3\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{1,2,6,7\}$

解 A.

根据题意有$\hat{P}=\{0,1,2\}$,$\hat{Q}=\{1,2,3\}$,则

$\hat{P}\cap(\complement_{N}\hat{Q})=\{0\}$,$\hat{Q}\cap(\complement_{N}\hat{P})=\{3\}$.

因此,$(\hat{P}\cap\complement_{N}\hat{Q})\cup(\hat{Q}\cap\complement_{N}\hat{P})=\{0,3\}$.

说明 本题符号多,特别有$\hat{P}$,$\hat{Q}$两个新符号.解题时,我们只要理解新符号表示什么意义,然后根据这个意义做下去就行了,不要被新符号所吓倒.

$\hat{P}$表示当$f(n)$的值是P中的值时,n所有值的集合.由于$f(n)$表示奇数,所以只能取P中的1,3,5.这时,对应的n值是0,1,2,故$\hat{P}\{0,1,2\}$.

同理,$\hat{Q}=\{1,2,3\}$.

你看,将新符号$\hat{P}$,$\hat{Q}$的意思弄清楚了,就是一个非常简单的问题了.

二、填空题

19.(2008,重庆理(11))设集合$U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{2,4\}$,$B=\{3,4,5\}$,$C=\{3,4\}$,则$(A\cup B)\cap(\complement_U C)=$________.

解 $\{2,5\}$.

因为$A\cup B=\{2,3,4,5\}$,$\complement_U C=\{1,2,5\}$,所以$(A\cup B)\cap(\complement_U C)=\{2,5\}$.

说明 题中的集合运算比较多时,按照顺序一一运算就不会出错.

20.(2009,重庆文(11)若$U=\{n|n$是小于9的正整数$\}$,$A=\{n\in U|n$是奇数$\}$,$B=\{n\in U|n$是3的倍

数}，则$\complement_U(A\cup B)$________.

解　{2,4,8}.

因为$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，则$A=\{1,3,5,7\}$，$B=\{3,6,9\}$，所以$A\cup B=\{1,3,5,6,7,9\}$，所以$\complement_U(A\cup B)=\{2,4,8\}$.

说明　本题与当年全国Ⅱ文(1)类似，由此可见高考题也有惊人相似的一幕.

21.（2008，上海文(2)）若集合$A=\{x\mid x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid x\geqslant a\}$满足$A\cap B=\{2\}$，则实数$a=$________.

解　$a=2$.

将集合A,B在数轴上表示出来，可以发现只有当$a=2$时才满足题设.

说明　$a\geqslant 2$且$a\leqslant 2\Leftrightarrow a=2$.

22.（2009，上海理(3)）已知集合$A=\{x\mid x\leqslant 1\}$，$B=\{x\mid x\geqslant a\}$，且$A\cup B=\mathbf{R}$，则实数a的取值范围是______.

解　$a\leqslant 1$.

将集合A,B在数轴上表示出来，发现实数a必须在点1上或在1的左边，所以$a\leqslant 1$.

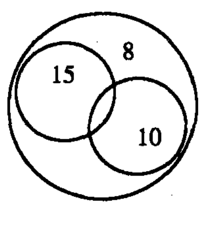
说明　本题与第17题又是惊人的类似！因此，掌握高考题中的考题题型对提高高考分数帮助极大！

23.（2009，湖南理(9)）某班共30人，其中15人喜爱篮球运动，10人喜爱乒乓球运动，8人对这两项运动都不喜爱，则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为_______.

解　12.

设两者都喜欢的人数为x人，则只喜爱篮球的有$(15-x)$人，只喜爱乒乓球的有$(10-x)$人，由此可得$(15-x)+(10-x)+x+8=30$，解得$x=3$，所以$15-x=12$，即所求人数为12人.

说明　如右图，有8人篮球与乒乓球都不喜欢，那么，还有22人在喜欢篮球与乒乓球的人数中，但$15+10=25$，比22人多3人，说明这3人既喜欢篮球，又喜欢乒乓球.



因此，喜欢篮球不喜欢乒乓球的有12人. 同时，喜欢乒乓球而不喜欢篮球的有7人.

画韦恩图有助于明确数量关系，发现解题思路.

24.（2006，上海理(4)）已知集合$A=\{-1,3,2m-1\}$，集合$B=\{3,m^2\}$. 若$B\subseteq A$，则实数$m=$________.

解　1.

因为B是A的子集，所以$m^2=2m-1$，求出$m=1$.

说明　根据子集定义，B中的每个元素都应该在A中找到. 因此，$m^2=2m-1$. 解集合时，很多时候可以利用定义的，大家要灵活掌握定义.

25.（2009，北京文(11)）设A是整数集的一个非空子集，对于$k\in A$，如果$k-1\notin A$且$k+1\notin A$，那么k是A的一个"孤立元"，给定$S=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，由S的3个元素构成的所有集合中，不含"孤立元"的集合共有________个.

解　6.

什么是"孤立元"？依题意可知，必须是没有与k相邻的元素，因而无"孤立元"是指在集合中有与k相邻的元素. 故所求的集合是：{1,2,3}，{2,3,4}，{3,4,5}，{4,5,6}，{5,6,7}，{6,7,8}共6个. 故应填6.

说明　本题关键是理解"孤立元"的定义. 对于新定义的题，首先是读懂题目的意思，然后根据给出的定义、法则进行推理或运算.

高考直击

一、选择题

1.（2005，湖南理(1)）设全集$U=\{-2,-1,0,1,2\}$，$A=\{-2,-1,0\}$，$B=\{0,1,2\}$，则$(\complement_U A)\cap B=$（　　）.

A. {0}　　B. {−2, −1}

C. {1,2}　　D. {0,1,2}

2.（2006，重庆文(1)）已知集合$U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,4,5,7\}$，$B=\{3,4,5\}$，则$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$（　　）.

A. {1,6}　　B. {4,5}

C. {1,2,3,4,5,7}　　D. {1,2,3,6,7}

3.（2007，四川文(1)）设集合$M=\{4,5,6,8\}$，集合$N=\{3,5,7,8\}$，那么$M\cup N=$（　　）.

A. {3,4,5,6,7,8}　　B. {5,8}

C. {3,5,7,8}　　D. {4,5,6,8}

4.（2007，福建文(1)）已知全集$U=\{1,2,3,4,5\}$，且$A=\{2,3,4\}$，$B=\{1,2\}$，则$A\cap(\complement_U B)$等于（　　）.

A. {2}　　B. {5}　　C. {3,4}　　D. {2,3,4,5}

5.（2007，江西文(1)）若集合$M=\{0,1\}$，$I=\{0,1,2,3,4,5\}$，则$\complement_I M$为（　　）.

A. {0,1}　　B. {2,3,4,5}

C. {0,2,3,4,5}　　D. {1,2,3,4,5}

6.（2007，辽宁理(1)）设集合$U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，则$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=$（　　）.

A. {1}　　B. {5}　　C. {2,4}　　D. {1,2,4,5}

7. (2007,浙江文(1))设全集 $U=\{1,3,5,6,8\}$,$A=\{1,6\}$,$B=\{5,6,8\}$,则$(\complement_U A)\cap B=$(　　).

A. $\{6\}$　　B. $\{5,8\}$

C. $\{6,8\}$　　D. $\{3,5,6,8\}$

8. (2007,陕西文(1))已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$,集合 $A=\{2,3,6\}$,则$\complement_U A$ 等于(　　).

A. $\{1,4\}$　　B. $\{4,5\}$

C. $\{1,4,5\}$　　D. $\{2,3,6\}$

9. (2008,四川理(1))设集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,3,4\}$,则$\complement_U(A\cap B)=$(　　).

A. $\{2,3\}$　　B. $\{1,4,5\}$

C. $\{4,5\}$　　D. $\{1,5\}$

10. (2008,陕西文(2))已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,集合 $A=\{1,3\}$,$B=\{3,4,5\}$,则集合$\complement_U(A\cap B)=$(　　).

A. $\{3\}$　　B. $\{4,5\}$

C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{1,2,4,5\}$

11. (2008,湖南理(1))已知 $U=\{2,3,4,5,6,7\}$,$M=\{3,4,5,7\}$,$N=\{2,4,5,6\}$,则(　　).

A. $M\cap N=\{4,6\}$　　B. $M\cup N=U$

C. $(\complement_U N)\cup M=U$　　D. $(\complement_U M)\cap N=N$

12. (2008,辽宁理(1))已知集合 $M=\{x|-3<x<1\}$,$N=\{x|x\leqslant -3\}$,则 $M\cup N=$(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\{x|x\geqslant -3\}$

C. $\{x|x\geqslant 1\}$　　D. $\{x|x<1\}$

13. (2008,北京理(1))若集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}$,$B=\{x|x<-1$ 或 $x>4\}$,则集合 $A\cap B$ 等于(　　).

A. $\{x|x\leqslant 3$ 或 $x>4\}$　　B. $\{x|-1<x\leqslant 3\}$

C. $\{x|3\leqslant x<4\}$　　D. $\{x|-2\leqslant x<-1\}$

14. (2009,浙江理(1))设 $U=\mathbf{R}$,$A=\{x|x>0\}$,$B=\{x|x>1\}$,则 $A\cap(\complement_U B)=$(　　).

A. $\{x|0\leqslant x<1\}$　　B. $\{x|0<x\leqslant 1\}$

C. $\{x|x<0\}$　　D. $\{x|x>1\}$

15. (2006,北京文(1))设集合 $A=\{x|2x+1<3\}$,$B=\{x|-3<x<2\}$,则 $A\cap B$ 等于(　　).

A. $\{x|-3<x<2\}$　　B. $\{x|1<x<2\}$

C. $\{x|x>-3\}$　　D. $\{x|x<1\}$

16. (2007,天津文(1))已知集合 $S=\{x\in\mathbf{R}|x+1\geqslant 2\}$,$T=\{-2,-1,0,1,2\}$,则 $S\cap T=$(　　).

A. $\{2\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

17. (2007,全国Ⅰ文(1))设 $S=\{x|2x+1>0\}$,$T=\{x|3x-5<0\}$,则 $S\cap T=$(　　).

A. $\varnothing$　　B. $\left\{x\middle|x<-\frac{1}{2}\right\}$

C. $\left\{x\middle|x>\frac{5}{3}\right\}$　　D. $\left\{x\middle|-\frac{1}{2}<x<\frac{5}{3}\right\}$

18. (2008,北京文(1))若集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}$,$B=\{x|x<-1$ 或 $x>4\}$,则集合 $A\cap B$ 等于(　　).

A. $\{x|x\leqslant 3$ 或 $x>4\}$　　B. $\{x|-1<x\leqslant 3\}$

C. $\{x|3\leqslant x<4\}$　　D. $\{x|-2\leqslant x<-1\}$

19. (2008,浙江文(1))已知集合 $A=\{x|x>0\}$,$B=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$,则 $A\cup B=$(　　).

A. $\{x|x\geqslant -1\}$　　B. $\{x|x\leqslant 2\}$

C. $\{x|0<x\leqslant 2\}$　　D. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$

20. (2009,辽宁理(1))已知集合 $M=\{x|-3<x\leqslant 5\}$,$N=\{x|-5<x<5\}$,则 $M\cap N=$(　　).

A. $\{x|-5<x<5\}$　　B. $\{x|-3<x<5\}$

C. $\{x|-5<x\leqslant 5\}$　　D. $\{x|-3<x\leqslant 5\}$

21. (2009,福建文(2))若集合 $A=\{x|x>0\}$,$B=\{x|x<3\}$,则 $A\cap B$ 等于(　　).

A. $\{x|x<0\}$　　B. $\{x|0<x<3\}$

C. $\{x|x>4\}$　　D. $\mathbf{R}$

22. (2008,山东理(1))满足 $M\subseteq\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$,且 $M\cap\{a_1,a_2,a_3\}=\{a_1,a_2\}$ 的集合 M 的个数是(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

23. (2008,陕西理(2))已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$,$B=\{x|x=2a,a\in A\}$,则集合$\complement_U(A\cup B)$中元素的个数为(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

24. (2009,全国Ⅰ理(1))设集合 $A=\{4,5,7,9\}$,$B=\{3,4,7,8,9\}$,全集 $U=A\cup B$,则集合$\complement_U(A\cap B)$中的元素共有(　　).

A. 3个　　B. 4个　　C. 5个　　D. 6个

25. (2009,江西文(3))50名学生参加甲、乙两项体育活动,每人至少参加了一项,参加甲项的学生有30名,参加乙项的学生有25名,则仅参加了一项活动的学生人数为(　　).

A. 50　　B. 45　　C. 40　　D. 35

26. (2000,广东(1))已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$,那么 A 的真子集的个数是(　　).

A. 15　　B. 16　　C. 3　　D. 4

27. (2001,安徽、北京春季(1))集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$的子集个数是(　　).

A. 32　　B. 31　　C. 16　　D. 15

28. (2002,北京理(1))满足条件 $M\cup\{1\}=\{1,2,3\}$ 的集合 M 的个数是(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

29. (2003,安徽春季理(2))集合 $S=\{a,b,c,d,e\}$ 包含 $\{a,b\}$ 的 S 的子集共有(　　).

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 5 个　　D. 8 个

30. (2005,天津文(1))设集合 $A=\{x|0\leqslant x<3$ 且 $x\in\mathbf{N}\}$ 的真子集的个数是(　　).

A. 16　　B. 8　　C. 7　　D. 4

31. (2007,安徽文(1))若 $A=\{x|x^2=1\}$,$B=\{x|x^2-2x-3=0\}$,则 $A\cap B=$(　　).

A. $\{3\}$　　B. $\{1\}$　　C. $\varnothing$　　D. $\{-1\}$

32. (2006,陕西理(2))已知集合 $P=\{x\in\mathbf{N}|1\leqslant x\leqslant 10\}$,集合 $Q=\{x\in\mathbf{R}|x^2+x-6=0\}$,则 $P\cap Q$ 等于(　　).

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{2,3\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{2\}$

33. (2007,福建理(3))已知集合 $A=\{x|x<a\}$,$B=\{x|1<x<2\}$,且 $A\cup(\complement_{\mathbf{R}}B)=\mathbf{R}$,则实数 a 的取值范围是(　　).

A. $a\leqslant 1$　　B. $a<1$　　C. $a\geqslant 2$　　D. $a>2$

34. (2009,山东理(1))集合 $A=\{0,2,a\}$,$B=\{1,a^2\}$. 若 $A\cup B=\{0,1,2,4,16\}$,则 a 的值为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 4

35. (2004,全国Ⅳ理(1))已知集合 $M=\{0,1,2\}$,$N=\{x|x=2a,a\in M\}$,则集合 $M\cap N=$(　　).

A. $\{0\}$　　B. $\{0,1\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,2\}$

36. (1987,全国理(一)(1))设 S,T 是两个非空集合,且 $S\not\subseteq T$,$T\not\subseteq S$,令 $X=S\cap T$,那么 $S\cup T$ 等于(　　).

A. X　　B. T　　C. $\varnothing$　　D. S

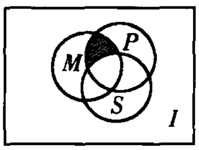
37. (1999,全国理(1))如图,I 是全集,M、P、S 是 I 的 3 个子集,则阴影部分所表示的集合是(　　).

A. $(M\cap P)\cap S$

B. $(M\cap P)\cup S$

C. $(M\cap P)\cap(\complement_I S)$

D. $(M\cap P)\cup(\complement_I S)$



38. (2002,全国理(5))设集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$N=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,则(　　).

A. $M=N$　　B. $M\subset N$

C. $M\supset N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

39. (2005,全国Ⅰ理(2))设 I 为全集,S_1、S_2、S_3 是 I 的三个非空子集,且 $S_1\cup S_2\cup S_3=I$,则下面论断正确的是(　　).

A. $\complement_I S_1\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$　　B. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cap\complement_I S_3)$

C. $\complement_I S_1\cap\complement_I S_2\cap\complement_I S_3=\varnothing$　　D. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cup\complement_I S_3)$

40. (2008,江西理(2))定义集合运算:$A*B=\{z|z=xy,x\in A,y\in B\}$. 设 $A=\{1,2\}$,$B=\{0,2\}$,则集合 $A*B$ 的所有元素之和为(　　).

A. 0　　B. 2　　C. 3　　D. 6

41. (2005,湖北理(4))设 P,Q 为两个非空实数集合,定义集合 $P+Q=\{a+b|a\in P,b\in Q\}$,若 $P=\{0,2,5\}$,$Q=\{1,2,6\}$,则 $P+Q$ 中元素的个数是(　　).

A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6

二、填空题

42. (2006,上海文(1))已知 $A=\{-1,3,m\}$,集合 $B=\{3,4\}$,若 $B\subseteq A$,则实数 $m=$________.

43. (2008,上海春季(1))已知集合 $A=\{x|x<-1$ 或 $2\leqslant x<3\}$,$B=\{x|-2\leqslant x<4\}$,则 $A\cup B=$________.

44. (2008,重庆文(13))已知集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{2,3,4\}$,$B=\{4,5\}$,则 $A\cap(\complement_U B)=$________.

45. (2009,陕西理(14))某班有 36 名同学参加数学、物理、化学课外探究小组,每名同学至多参加两个小组,已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为 26,15,13,同时参加数学和物理小组的有 6 人,同时参加物理和化学小组的有 4 人,则同时参加数学和化学小组的有________人.

第二节　函　数

方法指引

由于刚刚开始学函数,能够用本节知识解决的高考题不是很多. 从适合大家现在做的题看,函数的高考题考查的内容集中在求函数的定义域、值域、函数的解析式、分段函数、复合函数、二次函数、简单函数的图象等问题上.

求函数定义域时,主要注意偶次根式的被开方式要非负、分式的分母不为 0,从而建立不等式(组);函数的值域要根据函数表达式的特点,根据定义域的取值区间,建立关于变量的不等式(组);函数解析式更多的是用待定系数法求解;分段函数是高考的重要内容,对分

段函数的表达式、图象都要认真掌握；复合函数在本节内，只要有所了解即可，以后学习中还会更多地接触到；二次函数在初中已经学过，但在高中阶段还要深入研究，特别是在特定区间上二次函数的许多内容需要更进一步学习；函数图形在本节只要掌握简单的，如一次函数、变量的指数是1的绝对值函数，以及新定义的变量指数不超过2的函数. 在下面的例题中，请大家仔细体会解题的方法与思路.

真题讲解

一、选择题

1.（2008，全国Ⅰ文（1））函数 $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{x}$ 的定义域为（　　）.

A. $\{x|x\leqslant 1\}$　　B. $\{x|x\geqslant 0\}$

C. $\{x|x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant 0\}$　　D. $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$

解　D.

由题设有 $\begin{cases}1-x\geqslant 0,\\ x\geqslant 0.\end{cases}$ 解得 $0\leqslant x\leqslant 1$.

说明　求定义域首先是建立不等式（组），解不等式很重要，千万别解错了.

2.（2005，浙江理（3））设 $f(x)=\begin{cases}|x-1|-2, |x|\leqslant 1,\\ \dfrac{1}{1+x^2}, |x|>1\end{cases}$，则 $f\left[f\left(\dfrac{1}{2}\right)\right]=$（　　）.

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{4}{13}$　　C. $-\dfrac{9}{5}$　　D. $\dfrac{25}{41}$

解　B.

因为 $\left|\dfrac{1}{2}\right|<1$，

所以 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\left|\dfrac{1}{2}-1\right|-2=-\dfrac{3}{2}$.

又 $\left|-\dfrac{3}{2}\right|>1$，

所以 $f\left(-\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{1}{1+\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2}=\dfrac{4}{13}$.

因此 $f\left(f\left(\dfrac{1}{2}\right)\right)=\dfrac{4}{13}$.

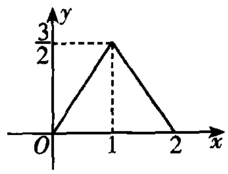
说明　这是根据分段函数解析式求复合函数值，解决这类问题的方法是：

首先看复合函数最里层的 x 值属于分段函数中的哪一段内，就用哪一段的函数解析式求出这时的函数值.

其次是将求得的函数值看做复合函数中 x 的值，又重复上面的一步，求出函数值.

如果有三层以上的复合函数，反复运用上面的过程即可求解.

3.（2007，安徽文（8））图中的图象所表示的函数的解析式为（　　）.



A. $y=\dfrac{3}{2}|x-1|(0\leqslant x\leqslant 2)$

B. $y=\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{2}|x-1|(0\leqslant x\leqslant 2)$

C. $y=\dfrac{3}{2}-|x-1|(0\leqslant x\leqslant 2)$

D. $y=1-|x-1|(0\leqslant x\leqslant 2)$

解　B.

根据图象，取 $x=1$，则 $y=\dfrac{3}{2}$，对照选择支上的函数解析式，可排除A，D；取 $x=2$，$y=0$，可排除C.

说明　还可以根据图象，求出两条线段的解析式.

当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，设线段方程是 $y=kx$. 把 $x=1$，$y=\dfrac{3}{2}$ 代入得，$y=\dfrac{3}{2}x(0\leqslant x\leqslant 1)$.

当 $1\leqslant x\leqslant 2$ 时，设线段方程是 $y=mx+b$，将点 $\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$，$(2,0)$ 代入得

$\begin{cases}m+b=\dfrac{3}{2},\\ 2m+b=0.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=-\dfrac{3}{2},\\ b=3.\end{cases}$

所以 $y=-\dfrac{3}{2}x+3(1\leqslant x\leqslant 2)$.

对照选择支易知，只有C满足上面求得的解析式.

4.（2004，湖北理（3））已知 $f\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$，则 $f(x)$ 的解析式可取为（　　）.

A. $\dfrac{x}{1+x^2}$　　B. $-\dfrac{2x}{1+x^2}$

C. $\dfrac{2x}{1+x^2}$　　D. $-\dfrac{x}{1+x^2}$

解　C.

设 $\dfrac{1-x}{1+x}=y$，则 $x=\dfrac{1-y}{1+y}$.

由已知得，$f(y)=\dfrac{1-\left(\dfrac{1-y}{1+y}\right)^2}{1+\left(\dfrac{1-y}{1+y}\right)^2}=\dfrac{2y}{y^2+1}$.

因此，$f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

说明　如果已知的条件是复合函数形式，一般采用换元法求解析式.

5.(2008，陕西理(11))定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy(x,y\in\mathbf{R})$，$f(1)=2$，则 $f(-2)$ 等于(　　).

A. 2　　B. 3　　C. 6　　D. 9

解　A.

令 $x=y=0$，得 $f(0)=0$.

令 $x=1,y=-1$，得 $f(0)=f(1)+f(-1)-2$.

又 $f(1)=2$，则 $f(-1)=0$.

令 $x=y=-1$，得 $f(-2)=2f(-1)+2=2$.

说明　抽象函数多采用赋值法，如何赋值？根据已知与要求的式子赋值. 如题中有 $f(1)$，$f(-2)$，在赋值时，就要出现这两个. 而中间出现的 $f(-1)$ 实际上是解题的桥梁，往往要么求出它的值，要么是消去它.

二、填空题

6.(2008，湖南理(14))已知函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{3-ax}}{a-1}(a\neq1)$，若 $a>1$，则 $f(x)$ 的定义域是________.

解　$\left(-\infty,\dfrac{3}{a}\right]$.

由已知得 $3-ax\geqslant0$，$x\leqslant\dfrac{3}{a}$，故定义域是 $\left(-\infty,\dfrac{3}{a}\right]$.

7.(2005，江苏(17))已知 a,b 为常数，若 $f(x)=x^2+4x+3$，$f(ax+b)=x^2+10x+24$，则 $5a-b=$______.

解　2.

因为 $f(ax+b)=(ax+b)^2+4(ax+b)+3$

$=a^2x^2+(4a+2ab)x+b^2+4b+3$.

则 $a^2x^2+(4a+2ab)x+b^2+4b+3=x^2+10x+24$，

那么 $\begin{cases}a^2=1,\\4a+2ab=10,\\b^2+4b+3=24.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,-1,\\b=3,-7.\end{cases}$

因此，$5a-b=2$.

说明　关于 a,b 的方程组是由恒等式原理得到的. 恒等式原理在高中数学中应用较多，即两个多项式恒等，则对应次数项的系数相等.

8.(2006，安徽理(15))函数 $f(x)$ 对于任意实数满足条件 $f(x+2)=\dfrac{1}{f(x)}$，若 $f(1)=-5$，则 $f(f(5))=$______.

解　$-\dfrac{1}{5}$.

由 $f(x+2)=\dfrac{1}{f(x)}$ 得 $f(x+4)=\dfrac{1}{f(x+2)}=f(x)$，所以 $f(5)=f(1)=-5$，则 $f(f(5))=f(-5)=f(-1)=\dfrac{1}{f(-1+2)}=-\dfrac{1}{5}$.

说明　还可以这样思考：

令 $x=1$，则 $f(3)=\dfrac{1}{f(1)}=-\dfrac{1}{5}$.

那么，$f(5)=\dfrac{1}{f(3)}=-5$.

而 $f(-5+2)=\dfrac{1}{f(-5)}$，即 $f(-5)=\dfrac{1}{f(-3)}$.

又 $f(-3+2)=\dfrac{1}{f(-3)}$，则 $f(-3)=\dfrac{1}{f(-1)}$.

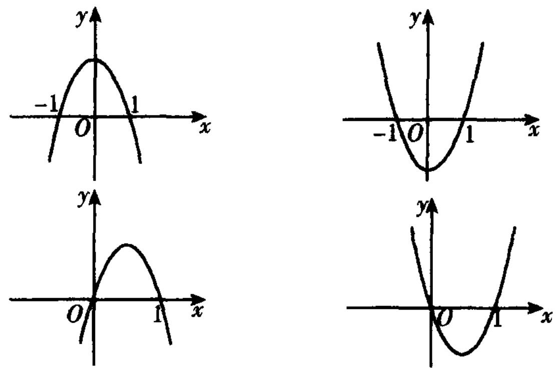
又 $f(-1+2)=\dfrac{1}{f(-1)}$，则 $f(-1)=\dfrac{1}{f(1)}=-\dfrac{1}{5}$.

由以上过程知，$f(-5)=f(-1)=-\dfrac{1}{5}$.

高考直击

一、选择题

1.(2005，全国Ⅰ理(8))设 $b>0$，二次函数 $y=ax^2+bx+a^2-1$ 的图象为下列之一，则 a 的值为(　　).



A. 1　　B. -1　　C. $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$　　D. $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

2.(1992，全国理(17))如果函数 $f(x)=x^2+bx+c$，对任意实数 t 都有 $f(2+t)=f(2-t)$，那么(　　).

A. $f(2)<f(1)<f(4)$　　B. $f(1)<f(2)<f(4)$

C. $f(2)<f(4)<f(1)$　　D. $f(4)<f(2)<f(1)$

3.(2008，山东理(5))设函数 $f(x)=\begin{cases}1-x^2,x\leqslant1,\\x^2+x-2,x>1,\end{cases}$ 则 $f\left(\dfrac{1}{f(2)}\right)$ 的值为(　　).

A. $\dfrac{15}{16}$　　B. $-\dfrac{27}{16}$　　C. $\dfrac{8}{9}$　　D. 18

4.(2005，浙江文(4))设 $f(x)=|x-1|-|x|$，则 $f\left[f\left(\dfrac{1}{2}\right)\right]=$(　　).

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. 0　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 1

5.（2006，陕西文(2)）函数 $f(x)=\frac{1}{1+x^2}(x\in\mathbf{R})$ 的值域是（　　）.

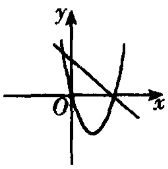
A. $(0,1)$　　B. $(0,1]$　　C. $[0,1)$　　D. $[0,1]$

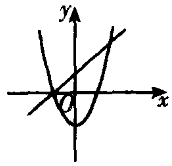
6.（1983，全国文(1)）在直角坐标系内，函数 $y=|x|$ 的图象（　　）.

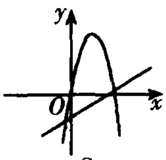
A. 关于坐标轴、原点都不对称　B. 关于原点对称

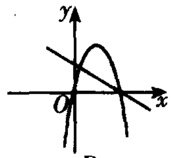
C. 关于 x 轴对称　　D. 关于 y 轴对称

7.（1986，全国理(一)(9)）在下列各图中，$y=ax^2+bx$ 与 $y=ax+b(ab\neq0)$ 的图象只可能是（　　）.


A


B


C


D

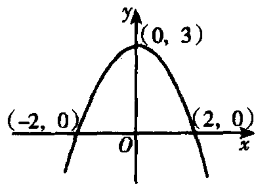
8.（1987，全国文(一)(5)）二次函数 $y=f(x)$ 的图象如右图所示，那么此函数为（　　）.

A. $y=x^2-4$

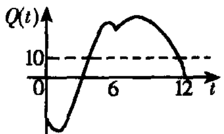
B. $y=4-x^2$

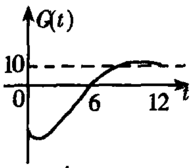
C. $y=\frac{3}{4}(4-x^2)$

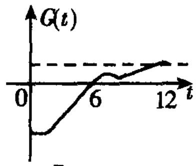
D. $y=\frac{3}{4}(2-x^2)$

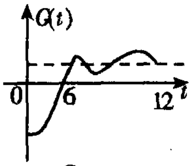


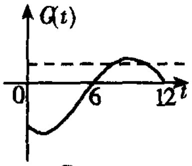
9.（2006，江西理(12)）某地一年的气温 $Q(t)$（单位：℃）与时间 t（月份）之间的关系如右图所示，已知该年的平均气温为 10℃，令 $G(t)$ 表示时间段 $[0,t]$ 的平均气温，$G(t)$ 与 t 之间的函数关系用下列图象表示，则正确的应该是（　　）.



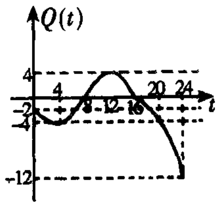

A

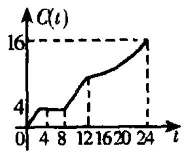

B

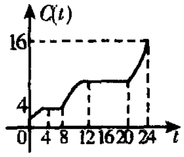

C

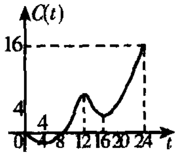

D

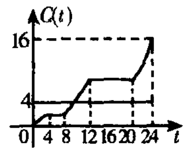
10.（2006，江西文(12)）某地一天内的气温 $Q(t)$（单位：℃）与时刻 t（单位：时）之间的关系如右图所示，令 $C(t)$ 表示时间段 $[0,t]$ 内的温差（即时间段 $[0,t]$ 内最高温度与最低温度的差）. $C(t)$ 与 t 之间的函数关系用下列图象表示，则正确的图象大致是（　　）.




A


B


C


D

11.（2008，山东理(4)）设函数 $f(x)=|x+1|+|x-a|$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，则 a 的值为（　　）.

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. -1

12.（2004，北京文(8)）函数 $f(x)=\begin{cases}x, x\in P\\ -x, x\in M\end{cases}$，其中 P,M 为实数集 $\mathbf{R}$ 的两个非空子集，又规定 $f(P)=\{y|y=f(x),x\in P\}$，$f(M)=\{y|y=f(x),x\in M\}$，给出下列四个判断：

①若 $P\cap M=\varnothing$，则 $f(P)\cap f(M)=\varnothing$；

②若 $P\cap M\neq\varnothing$，则 $f(P)\cap f(M)\neq\varnothing$；

③若 $P\cup M=\mathbf{R}$，则 $f(P)\cup f(M)=\mathbf{R}$；

④若 $P\cup M\neq\mathbf{R}$，则 $f(P)\cup f(M)\neq\mathbf{R}$.

其中正确判断有（　　）.

A. 3 个　　B. 2 个　　C. 1 个　　D. 0 个

13.（2003，安徽春季理(12)）设函数 $f(x)(x\in\mathbf{N})$ 表示 x 除以 3 的余数，对 $x,y\in\mathbf{N}$ 都有（　　）.

A. $f(x+3)=f(x)$　B. $f(x+y)=f(x)+f(y)$

C. $3f(x)=f(3x)$　D. $f(x)f(y)=f(xy)$

二、填空题

14.（2008，浙江理(11)）已知函数 $f(x)=x^2+|x-2|$，则 $f(1)=$________.

15.（2005，北京文(11)）函数 $f(x)=\sqrt{x+1}+\frac{1}{2-x}$ 的定义域是________.

16.（2007，北京理(14)）已知函数 $f(x)$，$g(x)$ 分别

由下表给出：

x	1	2	3
$f(x)$	1	3	1

x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

则$f[g(1)]$的值为________，满足$f[g(x)]>g[f(x)]$的x的值是________.

17.（2007，浙江文（11））函数$y=\frac{x^2}{x^2+1}(x\in\mathbf{R})$的值域是________.

三、解答题

18.（1984，全国理（三）（1））设$H(x)=\begin{cases}0, 当 x\leqslant 0,\\1, 当 x>0,\end{cases}$画出函数$y=H(x-1)$的图象.

第三节　函数的性质

方法指引

函数的性质是研究函数问题的理论依据，也是历年高考的重点内容. 我们需要掌握以下内容与方法.

1. 函数的单调性与最大（小）值

如果对于定义域I内某个区间D上的任意两个自变量的值x_1,x_2，当$x_1<x_2$时，都有$f(x_1)<f(x_2)$，那么函数$f(x)$在区间D上是增函数；如果$f(x_1)>f(x_2)$，那么函数$f(x)$在区间D上是减函数.

运用增（减）函数定义解题主要有判断函数在某个区间上是增（减）函数、求函数的最大（小）值、建立不等式问题.

函数的最大（小）值可以利用函数的单调性求出，步骤是先判断函数在某个区间内是增函数还是减函数，然后计算函数在区间端点的值，确定函数的最大（小）值.

2. 函数的奇偶性

如果对于函数$f(x)$的定义域内任意一个x，都有$f(-x)=f(x)$，那么函数$f(x)$是偶函数；如果$f(-x)=-f(x)$，那么函数$f(x)$是奇函数.

判断函数的奇偶性，首先是判断函数的定义域是否关于原点对称. 只有函数定义域关于原点对称时，函数才有可能是奇函数或偶函数. 其次是计算$f(-x)$，然后根据定义判断.

真题讲解

一、选择题

1.（2007，广东文（3））若函数$f(x)=x^3(x\in\mathbf{R})$，则函数$y=f(-x)$在其定义域上是（　　）.

A. 单调递减的偶函数　　B. 单调递减的奇函数

C. 单调递增的偶函数　　D. 单调递增的奇函数

解　B.

$y=f(-x)=-x^3$的单调性与$y=x^3$相反，即$y=-x^3$是减函数，同时是奇函数.

说明　这是依据函数$y=x^3$的单调性与奇偶性来判断函数$y=-x^3$的单调性与奇偶性.

如果没有可比较的函数，判断函数的单调性，在目前的知识范围内，就用函数单调性的定义，以下的例题中详细讲述方法.

证明$y=-x^3$是奇函数很容易，因为$f(-x)=-x^3=-f(x)$，因此，$y=-x^3$是奇函数.

2.（2007，福建理（7））已知$f(x)$为$\mathbf{R}$上的减函数，则满足$f\left(\left|\frac{1}{x}\right|\right)<f(1)$的实数$x$的取值范围是（　　）.

A. $(-1,1)$　　B. $(0,1)$

C. $(-1,0)\cup(0,1)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

解　C.

因为$f(x)$为减函数，所以$\left|\frac{1}{x}\right|>1$. 那么$|x|<1$，即$-1<x<0$或$0<x<1$，也就是$x\in(-1,0)\cup(0,1)$.

说明　这种形式的题在高考中是非常多的，解决的方法是利用函数的单调性的定义，建立不等式（组）.

3.（2006，辽宁理（6））设$f(x)$是$\mathbf{R}$上的任意函数，则下列叙述正确的是（　　）.