

算學小叢書



標位線三

N. M. Ferrers 著
邱丕榮 譯



商務印書館發行

算學小叢書

三 線 位 標

N. M. Ferrers 著

邱 丕 榮 譯

中華民國二十六年六月初版

周

(51229)

算學
小叢書
三線位標 一冊

Trilinear Coordinates

每冊實價國幣陸角

外埠酌加運費隨費

N. M. FERTERS

原著者
譯述者
邱丕榮

版 翻
權 印
所 必
有 究

發行人
上海河南路
五

印刷所
上海河南路
商務印書館

發行所
上海及各埠
商務印書館

(本書校對者胡達聰)

目 錄

第 一 章

三線位標 直線之方程式

1.	三線位標, 定義.....	1
2.	點之三線位標間之恆等式	2
3.	兩點間之距離	4
4-6.	特殊位置之直線之方程式	7
7.	凡直線皆可以一次方程式表之	10
8.	凡一次方程式皆表一直線	11
9.	兩直線之交點	12
10.	過兩定點之直線之方程式	13
11.	過兩已知線之交點之直線之方程式	13
12.	三定點共線之條件	14
13.	三定線共點之條件	14
14.	兩直線互相平行之條件. 無窮遠線.....	15

15.	過定點且平行於定直線之直線之方程式	19
16	直線與基本三角形之邊之傾角	19
17.	垂直之條件	0
18.	由一點至一直線之距離	22
	習題	24
19.	複比或非調和比. 定義	25
20.	束線之複比等於其截線上之列點之複比	26
2 .	調和束線之定義	27
22.	兩交線及其所成之角之內外平分線成調和束 線	29
23.	已知束線之複比	30
24.	三已知直線之第四調和線	31
25.	點與線之調和性之關係	32
26	應稱點. 定義	34
27-29.	應稱點及線之非調和性	35

第 二 章

特殊之二次方程式

1.	凡二次方程式必表一圓錐曲線	37
----	---------------------	----

2, 3.	基本三角形之外接圓錐曲線之方程式	38
4.	中心之位置. 圓錐曲線爲一拋物線之條件	40
5.	相切之條件. 凡拋物線必切無窮遠線	41
6	外接圓之方程式	42
7.	切於基本三角形之圓錐曲線之方程式	44
8.	中心之位置. 此圓錐曲線爲拋物線之條件	45
9.	相切之條件	48
10.	與基本三角形之三邊相切之四圓之方程式 ...	49
11-15.	僅含變數之平方項之方程式	51
16.	相切之條件	55
17.	此方程式爲一拋物線之條件	56
18.	中心之位標	56
19.	基本三角形所關爲自共軛三角形之圓之方程式	58
20.	於基本三角形之兩頂上切於其兩邊之圓錐曲線之方程式	59
21.	任何弦必被圓錐曲線, 及任何點, 及該點關於此曲線之極線等調和分割	60
23.	聯兩定點之直線之方程式	61

24.	定點上之切線之方程式	61
25.	已知直線之極點	62
26.	相切之條件. 此圓錐曲線爲拋物線之條件	62
27.	中心之位標	63
	習題	64

第 三 章

一次方程式組之消去式

2.	行列式之定義	68
3-6.	行列式構成之規律	69
7.	行列式中項之符號	77
8.	行列式中兩鄰行(或列)互換後之行列式之符號	78
9.	行列式與一定數之積	79
10.	行列式之子行列式	80
11.	二次函數分解爲兩一次因式之條件	80
12, 13.	<u>巴斯閣氏定理</u>	82
	習題	85

第 四 章

二次方程式之圖象

2. 求過圓錐曲線上之一定點且有定向之直線，
與該圓錐曲線之另一交點89
3. 定點上之切線之方程式90
- 4, 5. 一定直線與圓錐曲線相切之條件91
6. 圓錐曲線爲一拋物線之條件93
7. 一圓錐曲線析成兩直線之條件94
8. 一定點之極線之方程式94
9. 定直線之極點之位標96
10. 由圓錐曲線外一定點所作之兩切線之方程式
.....97
11. 中心之位標.....100
12. 漸近線之方程式.....101
13. 圓錐曲線爲等軸雙曲線之條件.....103
14. 爲圓之條件.....105
15. 凡圓必皆通過無窮遠處之兩點.....107

16. 凡相似且在相似位置之圓錐曲線，必相交於
無窮遠線上之兩點.....108
17. 相似且在相似位置之兩圓錐曲線之根軸或等
冪軸.....109
18. 九點圓之性質.....111
19. 九點圓之方程式.....112
20. 互相垂直之兩切線之交點，拋物線之準線 ...114
21. 圓錐曲線之兩軸之長.....115
22. 圓錐曲線之面積，檢別橢圓及雙曲線之準則
.....118
- 習題.....120

第 五 章

三 角 位 標

1. 點之三角位標之定義.....124
2. 關於直線之公式.....124
3. 關於圓錐曲線之公式.....127

第 六 章

互 對 極 線

- 3. 互對極線之定義.....131
- 5. 曲線之次數與其互對極線之級數相等。逆之亦然.....133
- 6, 7. 一圓錐曲線之互對極線仍爲一互對極線.....134
- 8. 一圓錐曲線關於他一圓錐曲線之互對極線之方程式.....135
- 10. 易換法之例.....137
- 12. 布利安琛氏定理.....140
- 13. 四交線所成之束線之複比等於其極點所成之列點之複比.....141
- 15. 過定點 A 之線, 必被一圓錐曲線, 及該點關於此曲線之極線分成調和分割.....144
- 17. 設四直線成一調和束線, 則每對之直線關於他對之直線自爲互對極線.....145
- 18. 兩對之直線成調和束線之條件.....146

20	關於一圓之互對極線.....	148
23.	關於一點之互對極線.....	149
24.	以完全四邊形之三對角線爲直徑之三圓共軸。 四邊形之焦點.....	149
25.	三角形之垂心.....	150
28.	切於四定線之圓錐曲線之向圓有共同之根軸	152
29.	一圓關於任一點之互對極線.....	153
30.	關於任一點之互對極之定理之易換.....	155
31.	對應點及線。曲線上之切線及動徑所成之角 等於其互對極線上之對應角.....	157
33.	一圓錐曲線之焦點之位標.....	158
34	互對極法施運兩次之結果.....	160
	習題.....	161

第 七 章

切 式 位 標

1.	直線之切式位標之定義.....	165
----	-----------------	-----

2.	負號之解釋，點之方程式.....	166
3.	點之普遍方程式.....	167
4.	直線之位標間之關係式.....	169
6	n 次方程式必代表一 n 級曲線.....	171
7.	切於基本三角形之三邊之圓錐曲線之方程式	172
8.	外接圓錐曲線之方程式.....	173
9	直線之極點之方程式，圓錐曲線之中心方程 式，圓錐曲線爲一拋物線之條件.....	174
10.	無窮遠處之環點，圓錐曲線爲一圓之條件...	175
11.	自共軛圓錐曲線.....	178
	習題.....	179
12.	切式正位標.....	180
15	切式極位標.....	182
	習題.....	183

第 八 章

關於兩圓錐曲線之交點之研究及投影法

1-3. 任何兩圓錐曲線相交於四點，實點或虛點。諸

- 點所成之四角形之頂點.....184
- 4-7. 若四交點皆爲實點或皆爲虛點，則頂點皆爲實點。若其兩交點爲虛點，則僅有一實頂點。若四交點皆爲實點，則其公共弦皆爲實線；否則僅有一對實線而已.....186
- 8 兩圓錐曲線之不變式.....189
- 投 影
9. 定義.....191
10. 無窮遠處之投影.....192
13. 任何四邊形可由無數之法投影爲平行四邊形使具有一定之角.....193
14. 切線，極點及極線之投影.....193
15. 任何兩圓錐曲線可投影爲兩同心曲線.....194
16. 任何兩圓錐曲線可投影爲兩相似且在相似位置之兩曲線.....194
17. 此項之投影可由無數之法行之.....195
- 18 任何兩相交圓錐曲線可投影爲具有定值之離心率之雙曲線.....195
- 19 任何兩圓錐曲線可投影爲具有任何離心率之

圓錐曲線或圓.....	195
20. 圓錐曲線之焦點及準線之投影.....	196
21. 束線或列點之複比不因投影而改變.....	197
22. 交成 A 角之兩直線與聯其交點至兩環點之直 線之複比爲 $e^{(\pi-2A)\sqrt{-1}}$	198
23. 圓錐曲線上四點或四切線之複比有一定值...	199
25. 應稱點組之投影仍得一應稱點組；且其焦點 之投影仍爲其投影之焦點.....	200
26. 過四定點之圓錐曲線組交任一直線之點成應 稱點組.....	200
27. 正投影.....	201
習題.....	202

第 九 章

雜 命 題

五幾何條件所定之圓錐曲線

2. 設已知五點，則可僅得一圓錐曲線.....	204
-------------------------	-----

3. 設已知四點及一切線,則可得兩圓錐曲線 ...205
4. 設已知三點及兩切線,則可得四圓錐曲線 ...205
5. 設已知兩點及三切線,則可得四圓錐曲線 ...206
6. 設已知一點及四切線,則可得兩圓錐曲線 ...206
7. 設已知五切線,則可僅得一圓錐曲線207
8. 可化爲此諸條件之其他條件.....207
9. 共軛點.....208

適合四條件之圓錐曲線組之中心之軌跡

11. 已知四點.....209
12. 三點及一切線.....210
13. 兩點及兩切線.....212
14. 一點及三切線.....214
15. 四切線.....216

問 題 附 錄

16. 兩行列式之積仍爲一行列式.....217
17. 成共軛點之三點之位標之性質.....219
18. 內接三角形之兩邊各過一定點,求其第三邊之包線.....220
19. 外切三角形之兩頂點各沿一定直線移動。求

其第三頂點之軌跡.....223

圓錐曲線之焦點之三線位標

20. 焦點之三線位標.....226

雜題.....228

三線位標

第一章

三線位標 直線之方程式

1. 在尋常所用之位標系中，平面上任何一點之位置，類皆由其點至兩定線之距離以定之。本書所將研究者，則爲又一種之位標系。平面上之點之位置，將由是點至三定線之距離之比以定之。此三定線非共點者，而成一三角形，稱爲基本三角形 (triangle of reference)，其三邊稱爲基線 (line of reference)。此平面上之點，至三基線之距離，稱爲該點之三線位標 (trilinear co-ordinates)。命基本三角形之三角頂爲 A, B, C ；其對邊之長量各爲 a, b, c ；一點至 BC, CA, AB 等之距離各爲 α, β, γ 。

若兩點各在一基線之異側，則兩點至該線之距離之符號相反。若以其一爲正，則其他爲負。今規定：凡點與 A 同在 BC 之一側者，其 α 爲正，異側者爲負。準此以定 β