

現代統計學

顏月珠著



三民書局印行

E 1

C8
59

現代統計學

■ 顏 月 珠 著

學歷：國立臺灣大學商學系畢業
現職：國立臺灣大學財務金融學系副教授

湖北商業專科學校圖書館

民國四十四年五月十日
三民書局印行

國立中央圖書館出版品預行編目資料

現代統計學／顏月珠著．--初版．--台

北市：三民，民81

面；公分

含索引

ISBN 957-14-1920-6 (平裝)

1.統計學

510

81004403

◎現代統計學

著者 顏月珠

發行人 劉振強

著作財 三民書局股份有限公司

權權人 三民書局股份有限公司

印刷所 三民書局股份有限公司

復興店／臺北市復興北路三八六號五樓

重慶店／臺北市重慶南路一段九十一號

郵 撥／〇〇〇九九九八一五號

八十二年二月

初版
編號 S51028

基本定價 拾貳元貳角貳分

行政院新聞局登記證局版臺業字第〇二〇〇號

有著作權·不准侵害

ISBN 957-14-1920-6 (平裝)

序

本書依最新課程標準書寫，共分緒論、統計資料的蒐集與整理、統計資料的表徵數、機率理論與機率分配、重要的機率分配、抽樣與抽樣分配、估計、檢定、變異數分析、迴歸分析、指數、時間數列等十二章，再分成八十六節詳細闡述；並輔以統計圖表、附表、索引。

本書內容新穎，且能配合學生程度，文字力求簡淺，每章附有例題、範題、習題，藉以教導學生了解統計學的基本概念，培養學生應用統計學知識於各種社會及自然現象的觀察、歸納與分析能力，訓練學生日後從事統計、管理、財務……等實務工作之能力。

感謝所有給予協助的師長、先進與朋友，並請繼續賜教，謝謝！

顏月珠

現代統計學 目次

序

第一章 緒論 1

1-1 統計學的意義、範圍及重要性 1

1-1-1 統計學的意義 1

1-1-2 統計學的範圍 2

1-1-3 統計學的重要性及運用 8

1-2 統計資料的本質 9

1-3 統計方法的步驟 11

1-4 統計數字的測量尺度 14

本章摘要 16

習題 18

第二章 統計資料的蒐集與整理 19

2-1 統計資料的分類與蒐集 19

2-2 原始資料的調查 20

2-3 統計資料的整理 22

2-4 次數分配表及次數圖 25

2-4-1 不連續數列——列舉式 25

2-4-2 不連續數列——分組式 26

2-4-3 連續數列——分組式 27

2 現代統計學

2-5	統計圖	30
2-5-1	統計圖的意義	30
2-5-2	統計圖的種類	31
2-6	枝葉圖	42
2-7	範題	44
	本章摘要	54
	習題	57

第三章 統計資料的表徵數 61

3-1	母體與母數、樣本與統計量	61
3-2	平均數的意義與種類	61
3-2-1	算術平均數	62
3-2-2	中位數及其他分割數	71
3-2-3	衆數	81
3-2-4	幾何平均數	86
3-2-5	調和平均數	87
3-2-6	截尾平均數	88
3-2-7	Winsorized 平均數	90
3-2-8	各種平均數之關係與比較	91
3-3	離勢量數之意義與種類	93
3-3-1	全距	93
3-3-2	四分位差	95
3-3-3	變異數與標準差	97
3-3-4	變異係數	102
3-4	動差	103

3-5 偏態	109
3-5-1 動差法	109
3-5-2 Pearson 法	110
3-6 峯態	114
3-7 箱形圖	116
3-8 範題	118
本章摘要	129
習題	131

第四章 機率理論與機率分配 137

4-1 機率理論	137
4-2 機率的運算	139
4-3 貝氏定理	143
4-4 隨機變數及機率函數	145
4-5 機率分配的重要表徵數	147
4-5-1 期待值	147
4-5-2 變異數	149
4-5-3 偏態係數	151
4-5-4 峯態係數	153
4-6 Chebyshev 不等式定理及標準隨機變數	155
4-7 兩個變數的機率分配	159
4-7-1 兩個變數的期待值、變異數、共變數、相關係數	162
4-7-2 條件期待值與條件變異數	165
4-8 範題	167
本章摘要	174
習題	178

第五章 重要的機率分配 183

- 5-1 分立均等分配 183
- 5-2 Bernoulli 分配 184
- 5-3 超幾何分配 187
- 5-4 二項分配 189
- 5-5 Poisson 分配 197
- 5-6 常態分配 201
- 5-7 指數分配 208
- 5-8 各分配的關係 209
- 5-9 範題 212
- 本章摘要 223
- 習題 227

第六章 抽樣與抽樣分配 231

- 6-1 抽樣的重要性 231
- 6-2 抽樣方法 232
 - 6-2-1 單純隨機抽樣法 232
 - 6-2-2 分層抽樣法 234
 - 6-2-3 叢式抽樣法 235
 - 6-2-4 系統抽樣法 236
- 6-3 主要的抽樣分配 237
 - 6-3-1 常態分配 237
 - 6-3-2 卡方分配 240
 - 6-3-3 F 分配 242
 - 6-3-4 t 分配 245

6-3-5 歸納與比較	247
6-4 中央極限定理	253
6-5 範題	264
本章摘要	272
習題	276

第七章 估計 279

7-1 點估計及區間估計	279
7-1-1 點估計	280
7-1-2 區間估計	283
7-2 常態母體平均數 μ 的估計	285
7-3 常態母體變異數 σ^2 及標準差 σ 的估計	290
7-4 點二項母體比例 p 的估計	291
7-5 兩常態母體平均數差 $\mu_1 - \mu_2$ 及變異數比 σ_1^2 / σ_2^2 的估計	296
7-6 二項母體比例差 $p_1 - p_2$ 的估計	301
7-7 樣本大小 n 之確定	303
7-8 範題	305
本章摘要	310
習題	312

第八章 檢定 315

8-1 檢定的意義與原理	315
8-2 兩種錯誤、作業特性函數及檢定力函數	317
8-3 常態母體平均數 μ 的檢定	319
8-4 常態母體變異數 σ^2 的檢定	327
8-5 兩常態母體變異數的檢定	330

8-6	兩常態母體平均數差的檢定	333
8-7	點二項母體比例 p 的檢定	347
8-8	兩個點二項母體比例差 $p_1 - p_2$ 的檢定	341
8-9	無母數檢定 (採卡方檢定法)	351
8-9-1	適合度檢定	351
8-9-2	獨立性檢定	355
8-9-3	齊一性檢定	358
8-9-4	中位數檢定	360
8-9-5	卡方檢定注意事項	363
8-10	符號檢定法	364
8-11	Wilcoxon 檢定法	367
8-12	Mann-Whitney-Wilcoxon 檢定法	370
8-13	範題	373
	本章摘要	383
	習題	387

第九章 變異數分析 391

9-1	變異數分析的意義與原理	391
9-2	一因子分類的變異數分析與多重比較	393
9-3	二因子分類未重複實驗之變異數分析與多重比較	405
9-4	二因子分類重複實驗之變異數分析	415
9-5	拉丁方格設計之變異數分析	421
9-6	範題	426
	本章摘要	437
	習題	441

第十章	迴歸分析	445
10-1	迴歸與相關	445
10-2	簡單迴歸分析	448
10-2-1	最小平方法	449
10-2-2	估計標準誤的求算及條件變異數的推論	454
10-2-3	母數 β_0 、 β_1 的推論	456
10-3	直線相關	463
10-3-1	相關係數的求算	463
10-3-2	相關係數與迴歸係數的關係	466
10-3-3	相關係數 ρ 的推論	469
10-4	複迴歸及複相關	476
10-5	範題	479
	本章摘要	487
	習題	491

第十一章	指數	495
11-1	指數的意義、功用、性質及種類	495
11-2	簡單指數	498
11-3	加權指數	501
11-3-1	加權綜合式指數	501
11-3-2	加權價比平均式指數	502
11-4	指數公式的測驗	508
11-5	固定基期的選擇及指數的銜接	512
11-6	環指數及鏈指數	514
11-7	範題	516

本章摘要 525

習題 528

第十二章 時間數列 533

12-1 時間數列之構成與特性 533

12-1-1 對時間數列應有的認識 533

12-1-2 影響時間數列變動的成分 534

12-1-3 時間數列影響成分的結合 535

12-2 長期趨勢分析 536

12-2-1 直線 $T = a + bt$ 之配合 537

12-2-2 多次拋物線 $T = a + \sum_{i=1}^k b_i t^i$ 之配合 543

12-2-3 移動平均法 546

12-3 季節變動分析 551

12-3-1 移動平均數比率法 552

12-3-2 環比中位數法 553

12-4 循環變動及不規則變動 555

12-5 時間數列之預測 558

12-6 範題 561

本章摘要 567

習題 568

統計附表 571

索引 611

第一章 緒 論

1—1 統計學的意義、範圍及重要性

1—1—1 統計學的意義

統計學(Statistics)為蒐集、整理、陳示、分析、解釋統計資料，並可由樣本(Sample)推論母體(Population)，使能在不確定情況下作成決策的科學方法。

所謂母體是由 N 個具有共同特性（性質或數量）之個體所組成的群體，由母體中抽取部分個體（ n 個個體）組成的小群體，稱為樣本。請參見〔例1〕。

〔例1〕 全班50人的身高分別為 x_1 、 x_2 、……、 x_{50} ，由其中抽出5人，其分別為 x_8 、 x_{17} 、 x_{21} 、 x_{35} 、 x_{49} 。試問母體大小為何？樣本大小為何？何者為母體？何者為樣本？並請圖示之。

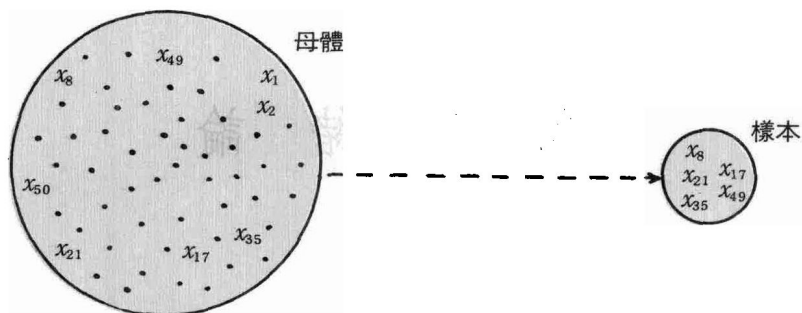
〔解〕： ①母體大小 $N=50$

②樣本大小 $n=5$

③母體為 x_1 、 x_2 、……、 x_{50}

④樣本為 x_8 、 x_{17} 、 x_{21} 、 x_{35} 、 x_{49}

⑤母體與樣本的關係爲：



統計學包含統計資料的蒐集、整理、陳示、分析、解釋及推論，以便由樣本之陳述或特徵推論母體的所有理論或方法，故統計學包括三種意義：統計資料、統計理論、統計方法。統計學沒有固定的研究對象與領域，故統計學爲一種方法、一種工具。又統計理論極爲嚴謹及科學，據此理論能對自然現象與社會現象作大致不差的決策，即統計理論爲一種科學方法、一種決策工具，故統計學亦可稱爲統計方法。

1—1—2 統計學的範圍

統計學包括統計資料、統計方法與理論，在統計方法與理論發展之前，已有統計資料。統計學經過了近三世紀的發展，逐漸成爲一門獨立的科學方法，根據時間的先後，統計學的範圍可分爲：

1. 敘述統計學(Descriptive Statistics)

其包括統計方法中之有關統計資料的蒐集、整理、陳示、分析及解釋的部分。即僅就所蒐集之統計資料討論分析，而不將其意義推廣至更大範圍者，又稱爲描述統計學。

2. 歸納統計學(Inductive Statistics)

其闡述如何由樣本推論母體，或如何由樣本統計量(Statistic)推論

母體母數(Parameter)的科學方法。即處理資料可有預測作用，或對較大範圍之資料作推理論述者，又稱為推論統計學或統計推論(Statistical Inference)。

所謂統計量泛指所有由樣本求得的表徵數，例如〔例2〕的 $\hat{p}$ ，而母數泛指所有由母體求得的表徵數，例如〔例2〕的 p 。

〔例2〕 為了解大專學生抽煙的比例 p ，乃抽得大專學生 100 人，其中抽煙者有 15 人。試問樣本大小為何？樣本比例 $\hat{p}$ 為何？母數為何？統計量為何？並圖示抽樣與推論的方向。又推論的目標為何？

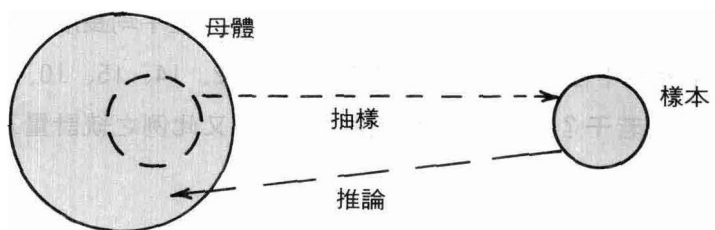
〔解〕：①樣本大小 $n=100$

②樣本比例 (Sample Proportion) $\hat{p}=15/100=0.15$

③母數為 p

④統計量為 $\hat{p}$

⑤抽樣與推論的方向為：



⑥推論的目標：由樣本的統計量 $\hat{p}$ 推論母體的母數 p

〔例3〕 抽查 A 牌食品在北市四家超商的售價為：

15 元 19 元 14 元 16 元

以下陳述，何者屬敘述統計學範圍？何者屬歸納統計學範圍？

①這四家超商所售 A 牌食品的平均售價為 16 元。

②北市所有超商所售 A 牌食品的平均售價為 16 元。

③有兩家超商所售 A 牌食品的售價超過 15 元。

④北市所有超商中有一半商家所售 A 牌食品的售價超過 15 元。

【解】：①、③僅就樣本資料（四家超商售價）陳述而已，故屬敘述統計學範圍。

②、④已將樣本結果（四家超商售價）推論至母體結果（北市所有超商售價），故屬歸納統計學範圍。

歸納統計學又因母體條件不同而分為有母數統計學(Parametric Statistics)及無母數統計學(Nonparametric Statistics)，略述如下：

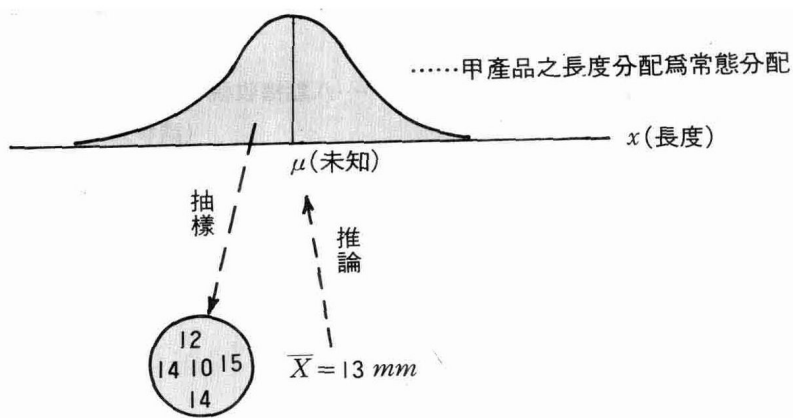
①有母數統計學：指所有母體為常態分配(Normal Distribution)的統計推論方法，請參見〔例 4〕及往後章節。又有關常態分配請參見 5-6 節。

〔例 4〕 甲產品之長度分配為常態分配，但平均長度 μ 未知。今由所有甲產品中任意抽出 5 件，得其長度為 12、14、15、10、14 mm，試問 μ 約為若干？並圖示此統計推論過程。又此例之統計量及母數各為何？

【解】：① $\bar{X} = \frac{12+14+15+10+14}{5} = 13(\text{mm})$

採點估計法(請參見 7-1 節)推論，可得甲產品之平均長度 $\mu = 13 \text{ mm}$ 。

②此統計推論過程為有母數統計學，圖示為：



③統計量為樣本平均數 $\bar{X}$

母數為母體平均數 μ

⑥無母數統計學：指其他不是常態分配之母體的統計推論方法，請參見〔例 5〕及第七、八章。

〔例 5〕 採用電話抽訪全臺灣地區 1000 個家庭，得臺視八點檔收視家庭為 305 個，試問臺視八點檔收視率 p 約為若干？並圖示此統計推論過程。又此例之統計量及母數各為何？

〔解〕：① $\hat{p} = 305 / 1000 = 0.305 = 30.5\%$

採點估計法推論，可得臺視八點檔收視率 p 約為 0.305，即 30.5%。

②此統計推論過程為無母數統計學，圖示為：