

 新青年教师文库

顾问 张景中 张奠宙

数学习题教学研究

陈永明名师工作室 著

上海教育出版社



新青年教师文库

顾问 张景中 张奠宙

数学习题教学研究

上海教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学习题教学研究 / 陈永明名师工作室著. —上海:
上海教育出版社, 2010.5
(新青年教师文库:2)
ISBN 978-7-5444-2903-0

I. ①数... II. ①陈... III. ①数学课—教学研究—中
学 IV. ①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第087941号

新青年教师文库

数学习题教学研究

陈永明名师工作室 著

上海世纪出版股份有限公司出版发行
上海教育出版社

易文网: www.ewen.cc

(上海永福路123号 邮政编码:200031)

各地新华书店经销 江苏常熟新骅印刷厂印刷

开本 700×1000 1/16 印张 10 插页 1

2010年5月第1版 2010年5月第1次印刷

印数 1-3,000本

ISBN 978-7-5444-2903-0/O·0136 定价: 25.00元

(如发现质量问题,读者可向工厂调换)

序

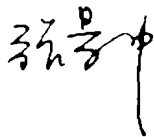
上海教育出版社成立五十多年以来,出版了多套有较大影响的数学丛书,对数学的推广普及发挥了很大的作用.我印象较深并参与撰稿的,有“初等数学论丛”和“中学生文库”.这些书的作者中,有数学家,也有大学和中学的数学教师;其读者群也很广泛,既有中学生和大学生,也有青年教师和从事其他工作的数学爱好者.

现在,上海教育出版社推出“新青年教师文库”,这是一件大好事.

对于很多青年教师而言,发表文章不易,出版专著更难.这不仅与青年教师们本身的学术水平有关,也受出版社在经济效益方面的压力的影响.近些年,由于各种原因,数学教育和数学科普书籍的销量不见起色,许多出版社不得不慎重考虑此类图书的出版.在这种形势下毅然决定出版“新青年教师文库”,从侧面体现了上海教育出版社继承了一贯的传统,对教育事业有着强烈的责任感和使命感.

解题是学习数学的重要组成部分.武学中有一种境界,叫作“无招胜有招”,领悟之后,就能以不变应万变.学习解题能否做到如此呢?恐怕这种“大巧”还是要靠个人领悟,难以言传;但如果不讲方法,搞题海战术,一题一法,这种“小巧”也不可取.对于数学教学而言,还是要讲求循序渐进,学习有章可循的解题通法.

“新青年教师文库”的新成员《数学习题教学研究》,是上海的陈永明教授与一批青年教师共同完成的.该书立足“习题教学”视角,重在谈教师如何教解题,而非单纯地罗列题目和解答.书中提出了一些观点,譬如“要把隐性的解题经验显性化、算法化”,“算法化的两个重要途径:解题模块和命题联想系统”,“习题教学的四个原则:典型原则、层次原则、有序分析原则和归一原则”等,都是作者们的研究心得,有一定的参考价值.至于是否普遍适用,还需进一步实践检验.



2010年4月

前言

先摘录一段文字：

“一个老师在教公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 时，因学生用错公式而怒发冲冠，他让做错作业的学生抄公式，错一次抄 100 遍，于是，为了完成任务，有的学生练出一手握四支笔的绝技，如此教学，与地狱何异？”^①

当前，教育的状况真叫人看不懂。一方面在推行课改，另一方面学生的负担这么重，厌学的情绪这么厉害；一方面在大力宣传素质教育，另一方面，智育第一，升学率挂帅比任何时候都厉害。为此，在第一线勤勤恳恳地教书育人的老师，也常常感到身心疲惫，同时又感到困惑，感到无奈。

现在全国全党都在学习实践科学发展观，我们真心感到，教育要用科学发展观指导，数学教学也要用科学发展观指导。脱离现实的空谈是没有价值的，我们关心的是：怎么在现行体制下，总结出，或者寻找到符合国情的、兼顾基础和发展的、提高教学效益的、减轻学生负担的有效经验和方法，这也是家长、学生、教师、校长的共同心愿。

在数学教学领域里，可以讨论的问题不少，但对减负增效最直接的，恐怕是例题、习题的选择、安排、讲解……总之是有关例题习题的教学问题。本书想对此作些讨论，这是很实在的事情，至少在我国，在当前。

坊间研究数学习题的书籍已经很多，自从波利亚的著作被翻译出版之后，我国的学者和优秀教师单墀、罗增儒、戴再平、周春荔、孙维刚、任勇等写出了有中国特色的关于数学习题的专著，这些书都很有见地，极大地提升了我国数学教学研究的水平。有这么多闪闪发光的专著，笔者实在不敢“弄斧”。本书的重点不是“怎样解题”，而是“怎样教解题”，因此，本书取名为《数学习题教学研究》。在本书里，所指的习题，大多广义地指例题、练习题（课内练习和课外作业）、测试题这样的“三题”，而且主要是指“常规”的习题，笔者赞同在中学里引进开放题和课题研究这样的“研究性”的习题，由于我们的水平有限，本书未能涉及。

在怎样教解题这个问题上，我们主张科学训练。作为科学训练的方法之一，我们提出：要把隐性的解题经验显性化，算法化。

^① 徐标. 让学生感受数学的严谨与快乐[J]. 时代数学学习(教研版), 2006(1-2).

为此我们推荐两个重要的优良的数学认知结构：解题模块和命题联想系统，都是解题经验的显性反映（或许是张奠宙教授提出的“双基模块”的两种具体形式），有可操作的特征，因此具有算法化的特点。

这个观点可能会引起不同的看法，可能会被指责为死读书，扼制了学生的创造性等等。

但是我们认为，这个观点在实践中是有效的，很多优秀教师就是这么教的。我们这本书主要是写给广大的普通中学的数学教师看的，我们不敢说，这本书对天才学生有多少帮助，但是对大多数学生来说，应该是有益的。

现在正被大力宣传的教育理论，主要是从西方引进的。历史上我们曾经因为盲目排外，吃过很多亏，同样的也曾经因为盲目崇洋，吃过很多亏。而对我国本土的经验、思想，向来缺少研究，而且认为这不是理论。算法化，就是我国本土的数学思想，也是我国本土的数学教育思想。

吴文俊院士研究了我国古代数学之后指出，我国古代数学建立了以构造性和机械化为其特色的算法体系。并且认为，由于计算机的出现，已越来越为数学家所认识与重视，势必将重新登上历史舞台。张奠宙教授认为，“这是一个前所未有的创新的论断，具有鲜明的中国特色，又体现了时代精神，它打开了我们数学教育的视野，开始认识到算法在数学课程中的重要地位。”^①

张奠宙教授从“航天员不断翻阅指令手册”这一细节发表感想，他在一篇短文中说，“……数学中有大量的约定性知识……数学教学要求学生按照规定操作，一步步地解题，好像遵循一些指令，是一种基本能力。现在，强调数学教学不能死记硬背，需要知道一些数学知识的发生发展过程是必要的，但不能过头……事实上，学会遵守约定是人生的大部分。创新精神人人都要，但是创新只能是个个人生涯中的小部分。”^②

具体到解题这个层面，项武义教授主张通性通法，主张教学生“大巧”，少讲只适用于一题或几个题的“小法”。张景中院士说：“练武功的上乘境界是‘无招胜有招’。但武功仍要从一招一式入门。解题也是如此。”他又说：“这种‘无招胜有招’的境界，就是‘大巧’吧！但是小巧固然不足取，大巧也确实太难，对于大多数学子，还要重视有章可循的招式……大巧法无定法，小巧一题一法。中巧呢，则希望用一个方法解出一类题目。也就是说，把数学问题分门别类，一类一类地寻求可以机械执行的方法，即算法。”并说，这是我国古代数学的特点和优秀传统。^③

① 张奠宙，方均斌. 研究吴文俊先生的数学教育思想[J]. 数学教育学报, 2009(4).

② 张奠宙，赵小平. 遵守约定和自主创新[J]. 数学教学, 2009(3).

③ 张景中. 几何新方法和新体系[M]. 北京：科学出版社, 2009.

“中巧”和“大巧”是不矛盾的,至少可以说:如果处理得好,“中巧”和“大巧”是不矛盾的.首先,基础打得牢,对日后的创造是有益的.其次,我们提出解题经验显性化、算法化,也不排斥别的数学教学方法,不排斥外国的重视发现、创造的做法,不排斥开放题、课题学习,也不排斥数学优秀生范围里的数学竞赛等等,如果正确理解并运用“中巧说”,利用算法,又能够突破框框,就不会阻碍“大巧”的发展.我们的想法是:扬弃小巧,落实中巧,追求大巧.不过笔者在想,可能不是每个人都能够掌握“大巧”的.因此,“中巧说”具有重要的教育价值.

我们学习了张景中院士的上述论述,特别在他的“中巧说”的影响下,我们提出了“把隐性的解题经验显性化,算法化”的观点,并具体推荐两个重要的优良的数学认知结构:解题模块和命题联想系统.

顾冷沅教授说,要“寻找中间地带”.我们应该在引进吸收国外的教育思想的同时,认真研究我国本土的理论.或许,本书带有一点中国特色.

我们的“把隐性的解题经验显性化,算法化”的观点和两个具体的数学认知结构,能不能站得住脚?在这里我们抛砖引玉,希望得到专家学者和广大教师的指教.

本书分为四章.

第一章实际上是绪论.我们认为题海战术的原因是多方面的,但我们教师不是完全无能为力的,还是可以有所作为的.我们的观点是“有作为论”.要改变题海战术,就应该科学地进行解题训练,作为科学训练的方法之一,提出“要把隐性的解题经验显性化,算法化”.并且,我们具体推荐两个重要的优良的数学认知结构:解题模块和命题联想系统.

第二章是在“中观”层面上讨论的.在这部分里讨论怎样上和数学习题相关的课,如新授课里的例题习题教学,习题课的教学,复习课里的例题习题教学,作业,测验,试卷讲评等.我们重点总结了优秀数学教师的几条关于数学习题教学的重要经验,把它归结为典型原则,层次原则,“归一”原则(在第三章还将提出寻找解题思路时的“有序分析”原则).我们不认为这四个原则是完备的,但是是有针对性的,对当前数学习题教学应该是有指导意义的.

新授课、习题课、复习课等这些“课型”,只是大致的划分,并没有绝对的标准.因此,在本书里,在习题课里的相关章节里论述的原则和方法,如选择例题的典型性,安排习题的层次性,在其他课型,如复习课里也适用;在复习课有关章节里讨论的,同样在其他课型里也适用.

第三章是在微观层面上讨论的,即具体给学生讲解数学题时,该怎么教.譬如怎样教审题,怎样教思路分析,怎样教书写,怎样教检验,怎样教回顾总结等.这里难免会涉

及“怎样解题”，但是重点还是在“怎样教解题”。这几个环节中，思路分析无疑是最重要的，我们提出了几点看法（包括了“有序分析”原则：6个步骤和策略）；我们也突出了反思这个步骤，这是很多师生不怎么重视的，也不怎么擅长的；同时对令人头痛的“会而不对，对而不全”问题，也给予一定的关注。

第四章是在较宏观层面上讨论的，讨论在习题教学中，学校教研组应该起什么作用。因为教育是个系统工程，光是某几位教师善于教学，是没有用的。所以第四章是讨论学校教研组怎么统筹全校的习题，测验，特别在当前青年教师已经成为主力的情况下，可能更有其现实意义。

本书是合作的产物，由陈永明（上海市徐汇区教师进修学院）策划和统稿，一批优秀的中青年教师分头执笔完成。执笔情况如下：

前言和第一章，陈永明；第二章第一节，张珺（上海市南洋模范中学）；第二章第二节，李瑾（上海市南洋中学）和徐卫文（上海市第四中学）；第二章第三节，陈永明；第二章第四、五节，陶烨昕（上海市位育中学）；第二章第六节，阮夏丽（上海市西南位育中学）；第三章第一节，傅琳（上海市梅园中学）；第三章第二节，陈飞（上海市西南模范中学）；第三章第三节，张荣（上海市中国中学）；第三章第四节，陶烨昕；第四章，李瑾。

笔者不认为，我们提出的观点和方法是唯一正确的观点和方法，是最正确的观点和最好的方法，我们仅仅是从某一个角度思考数学习题教学，而且我们认为，由于我们才疏学浅，本书定有不少疏漏和错误，敬请专家学者和广大教师指正。

陈永明名师工作室

2010年1月

Contents | 目 录

前言	/ I
----	-----

第一章 解题经验的显性化,算法化	001
------------------	-----

第一节 改变题海战术,教师还是可以有所作为的	/ 002
一、题海战术批判	/ 002
二、形成题海战术的思想误区	/ 004
三、形成题海战术的业务因素	/ 004
第二节 科学进行解题基本训练	/ 006
一、既要掌握认知心理学,也要掌握行为主义心理学	/ 006
二、重提行为主义	/ 007
三、行为主义之弊	/ 008
第三节 解题模块	/ 009
一、数学认知结构	/ 009
二、解题模块的特点	/ 012
三、解题模块的好处	/ 012
四、解题模块的局限性	/ 016
第四节 命题联想系统	/ 018
一、等价命题系统	/ 018
二、下游命题系统	/ 020
三、上游命题系统	/ 024

第二章 各教学环节中的习题教学研究	025
-------------------	-----

第一节 数学新授课环节	/ 026
一、关于新授课的习题教学的一般认识	/ 026

二、作为引入的例题	/ 026
三、作为巩固的例题习题	/ 028
四、有益于解题的数学新授课教学	/ 032
第二节 数学习题课环节	/ 033
一、关于数学习题课教学的一般认识	/ 033
二、典型原则	/ 035
三、层次原则	/ 040
第三节 数学复习课环节	/ 049
一、关于数学复习课的例题习题教学的一般认识	/ 049
二、梳理双基时的例题习题配合	/ 050
三、“归一”原则	/ 054
第四节 数学作业环节	/ 068
一、关于数学作业的一般认识	/ 068
二、数学作业要体现以人为本	/ 069
三、改进数学作业环节的几条建议	/ 074
第五节 数学测验(考试)环节	/ 080
一、关于数学测验(考试)的一般认识	/ 080
二、改进数学测验的几点建议	/ 083
第六节 数学试卷讲评课环节	/ 084
一、关于试卷讲评课教学的一般认识	/ 085
二、试卷讲评的实施	/ 086

第三章 数学解题教学研究 095

第一节 审题的教学研究	/ 096
一、关于审题教学的一般认识	/ 096
二、审题教学不单是方法指导	/ 097
三、加强审题方法的指导	/ 099
第二节 寻找解题思路的教学研究	/ 104
一、关于寻找解题思路教学的一般认识	/ 104
二、“有序分析”原则	/ 109
第三节 书写解答过程的教学研究	/ 121
一、关于书写解答过程的教学的一般认识	/ 121
二、“会而不对,对而不全”造成失分的情况分析	/ 123

三、书写解答过程的教学的几点建议	/ 124
第四节 解题反思的教学研究	/ 130
一、关于解题反思的一般认识	/ 130
二、反思的内容	/ 131
第四章 习题的校本整合	139
第一节 习题校本整合的提出	/ 140
第二节 习题校本整合的内容	/ 140
一、同年级习题的整合	/ 140
二、不同年级习题的整合	/ 142
三、“三题”的整合	/ 146
参考文献	/ 149

第一章

解题经验的显性化， 算法化

- 第一节 改变题海战术，教师还是可以有所作为的
- 第二节 科学进行解题基本训练
- 第三节 解题模块
- 第四节 命题联想系统

素质教育抓了很多年,课改也实行了很多年,但由于种种原因,为了升学考试,学生负担很重,解题挤占了教育教学的大部分时间;为了应试,猜题押题,加班加点;为了提高升学率,学校、教师、学生之间相互竞争,矛盾增多……课改遇到瓶颈,素质教育难以推进.我们迫切希望进行考试改革,也希望社会上就业压力小一些,有一个良好的环境,推进素质教育.

作为数学教师,特别是进行解题教学时,遇到的十分现实的问题是:怎样保证升学率?责任感更强一些的老师,同时会思考:在确保升学率的同时,怎样才能使学生的负担不重,思维得到发展?这是当前数学教学绕不开的大问题.对此,本章将提出一些看法.

第一节 改变题海战术,教师还是可以有所作为的

一、题海战术批判

不可否认的是,大多数学校奉行的是题海战术.题海战术的主要表现是:

新课不好好教,概念原理还没有消化,就直接开始解题了;

基本的题目不扎扎实实地让学生做,急于把升学考试题目下放到初一年级、高一年级;

例题习题多、作业多,对习题解法不归纳、不总结;

测验考试多,周周练、月月考层出不穷;

与此相应的,用分数压学生、吓学生;

加班加点,全班性的补课多;

批评多,甚至惩罚学生……

学生不是神仙,只能应付着做;教师也不是神仙,只能应付着批改.学生“消化”不良,成绩不如别的班,于是进一步加班加点,做更多的题目,继续“填鸭”,形成恶性循环.这就是当前数学教育的怪圈.

不能不说,从近期效果来看,特别是对应试,题海战术不是完全没有作用.但是它的负面作用实在是太恶劣了,因此要对题海战术进行“清算”,对数学的基本训练进行科学的认识.

一定量的练习是必要的,我国的传统是倡导“熟能生巧”的.所以数学课强调双基,强调解题训练,是对传统的继承.熟,当然要靠练习,练了之后才会熟.

但练习并不是多多益善.

◆ 过多的练习是一种浪费.

一位小学语文教师曾经做过试验:生字抄 8 遍和抄 4 遍的效果是一样的.

◆ 过多的练习有时还有害.

挤占时间太多,压力太大,时时感到头上悬着一把“生死之剑”,在这样极度焦虑的

情况下是难以学好的.老是失败,老是失败,最终造成厌学、自卑,不但影响健康,对学生的心理也造成了严重的伤害.

◆ 过多的练习并不一定能够促进理解,还可能扼杀创造性.

“熟”是“生巧”的必要条件,但光是“熟”,未必能“生巧”.特别是不当的反复操练,并不能促进理解,有时反而让学生形成并巩固错误的想法,某种程度上说“熟能生笨”.

譬如,某校对入学的高一新生进行测试,其中有一道题:

写出方程 $2x - y + 1 = 0$ 的两个解.

结果 413 人中只有 29 人答对了,得分率仅为 7%,原因是多数学生对“解”不理解.这些新生曾经经过解二元一次方程组的反复训练,他们肯定会解方程组,但不知道何谓二元一次方程的“解”.

再如,这道题:

用图像法解方程: $x + \lg x = 3$.

由于教师讲过此类题的操作程序,学生不难解决.但是如果深入问:

为什么这题要用图像法?

为什么这题可以用图像法?

为什么这题只有一个解?

为什么选取 $y = \lg x$, $y = -x + 3$ 的图像;而不是选取 $y = \lg x - 3$, $y = -x$,... 的图像?结果很少有同学能够完整地回答.

又比如,有老师教数字绝对值时,说:“遇到负数的绝对值,只要把数字前面的负号擦掉就行了.”这时候操练越多,到后来学字母绝对值时的负迁移就越厉害.

有研究说,学生总是按“自己的规则”做题的,即使老师在数字绝对值时讲得正确,学生的头脑里可能还是按“自己的规则”(有些学生认为:把前面的负号擦掉就好了)做题的.因此,如果不注意让学生真正理解,操练越多,负迁移可能越厉害.

再如,某大学对数学系大三 50 名学生进行测试,其中一道题是:

无穷递缩等比数列求和得到的 S 是精确值还是近似值?^①

我们知道,无穷数列的“和”,已经不是算术意义上的“和”,不是加法运算的结果,它的本质是极限 ($\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$). 无穷递缩等比数列的部分和 S_n 的极限是 $\frac{a}{1-q}$, 因此, $\frac{a}{1-q}$ 就是无穷递缩等比数列的“和”,当然这是精确值.但是测试结果是,只有 8 人经考虑后回答是精确值.可见大部分人尽管会求无穷递缩等比数列的和,但对其意义并没有真正理解,甚至错误地认为这个和是近似值.

再如,在求

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{4}{n^2} + \frac{7}{n^2} + \cdots + \frac{3n-2}{n^2} \right)$$

时,一定要将括号里的和先求出来,而不能直接利用和的极限法则将它展开.学生做了很多类似的题目,很熟练,但他的理解可能是错误的.对于为什么不能直接运用极限运算法则展开成

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7}{n^2} + \cdots + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n^2}?$$

有学生回答说:“无限项使误差积累太多了.”他的理解是错误的.其实不能这样“展开”的原因是,

① 这里列出的几个例子,有些取自张奠宙的著作.

“展开”所依据的求和的极限运算法则,只对有限项成立,而这里遇到的数列的项数在“不断增加”.如

当 $n = 1$ 时,原式括号里只有 1 项: $\frac{1}{1^2}$;

当 $n = 2$ 时,原式括号里是: $\frac{1}{2^2} + \frac{4}{2^2}$;

当 $n = 3$ 时,原式括号里是: $\frac{1}{3^2} + \frac{4}{3^2} + \frac{7}{3^2}$,

因此不能直接利用求和的极限运算法则解.①

再譬如,许多学生即使能够用数学归纳法熟练地证明题目,但仍不理解数学归纳法的本质.

这说明,反复机械操练,并不一定能促进理解,有时反而让学生形成错误的概念,而且经过反复训练,这种错误概念越发巩固.类似的情况太多了.

因此,解题训练应该有个度.

二、形成题海战术的思想误区

题海战术盛行,原因十分复杂,教育之外的社会原因是根本原因,我们寄希望于高考制度的改革,寄希望于大环境的改善,但这已经超出了本书讨论的范围.

从教师角度,应该说,让学生做很多很多的题目,让学生陷入“题海”,自己也忙得不可开交.这样做,很多数学教师是出于工作责任感,但是思想上存在误区,这些误区是造成题海战术的原因之一.

◆ 错误理解习题和学好数学的关系.

有的老师确实认为“考好数学的唯一诀窍就是做题”,其实这是片面的.

◆ “只能跟着做”.

大多数老师是出于无奈,“我松一点,时间都给别的学科老师抢去了”,“我知道做那么多题没有价值,但不这样做,不放心啊”.

◆ 形式主义的责任感.

“我把题目都做遍了,再考不好,就别怪我了”,粗看起来,责任感很强,但细细想一想,这样做,仅仅是形式上的“尽责”,是给人家看的,这种“尽责”,本质上还是责任感不强.

◆ 不狠狠地管学生不行.

这是“管、卡、压”的思想根源,与课改精神是背道而驰的.

三、形成题海战术的业务因素

除了指导思想的误区之外,教师的数学功底、教学能力和方法方面存在一些问题,也是值得注意的原因.

① 陈永明.陈永明评议数学课[M].上海:上海科技教育出版社,2008.

1. “欲速则不达”

现在高中的普遍情况是,三年的内容,压缩到两年多一点讲完.讲解概念、法则时一带而过,学生似懂非懂,没有理解或者深刻理解,在学习新知的第一时间就埋下了祸根.紧接着,就是做题目,而且是大量的题目、很难的题目.形成了“欲速则不达”的状况.

我们遇到过一个学校,确实是当地比较出色的学校,在初一的一次测验中,出现了含有三个绝对值的试题,而且绝对值符号里都含有 x .对这道题,学生做得当然是不会好的.我们说,初一学生处于形象思维阶段,学习数字绝对值是适当的,即使这所学校学业成绩突出,可以适当加深,但这样的含了三个字母绝对值的难题肯定是不适当的,即使表面上会做,多数学生是不可能真正理解的.

2. 题目缺乏典型性和适切性

所谓习题的**典型性**,是指这个习题在所教授的章节中,有一定的代表性,掌握了它,对掌握别的一些题目有触类旁通的作用;所谓**适切性**是指这个题目对你所教的学生,在现阶段是合适的,通过“跳一跳”是学生可接受的.选择习题,应该遵循典型性和适切性原则.

与典型性和适切性相对的是选题的随意性,这是很突出的一个问题,不少教师缺少精选例题习题的能力.不是题目选得过难,就是反复操练学生已经掌握的知识技能.

我们遇到过一位老师,上课时突然出了一道和本节课的主题相关性不大的题目让学生做.课后一交流,原来是执教教师看到学生都会做,有点骄傲,于是出道题目难倒他们.

有些老师,往往从现成的习题集里撕一张,就让学生做了.这本习题集可能是粗制滥造的,即使这本习题集编得还不错,但这张卷子的要求也不一定适合你所教班级的学生.这也是选题随意性的表现.

我们常说,为了让学生跳出题海,老师首先要跳进题海.跳进题海干什么?就是要对题目进行筛选,挑出典型的题目来让学生做,这叫精选习题.

不少教师陷入了“多布置作业—多改作业—没有时间备课和精选习题—为了考试不输掉,布置更多的作业”这样的恶性循环之中.长此以往,教师就会缺少一种选择典型题目和适切题目的能力.

3. 安排习题没有层次感

选择典型和适切的习题是一个方面,还要按认知规律组织学生进行训练.现在的练习册上的卷子都是“大卷子”,也就是模仿高考、中考试卷的格式,先是几道填空题,再来几道选择题,然后是简答题……试卷的题目安排,不能直接移到平时练习中来.因为中考、高考是终结性考试,而平时的习题,要促进学生知识技能的形成.所以安排习题应该遵循**层次性原则**.

首先要分知识点,要先练一个知识点,再练另一个知识点.每个知识点往往有几种不同类型的题目,一般来说,应该先练一个类型,再练另一个类型;对每个类型的题目来说,要由浅入深,先模仿,再变式.基本的解法熟练了,再安排包含各个类型、各个知识的综合题,继而才是应用题、开放题.最后,才可以打乱知识点,打乱类型,用试卷的形式进行训练.

4. 重“一题多解”,轻反思和总结归纳

有些老师让学生做很多很多的题目,一题接着一题;有的老师解题时解法一个接一个,让人喘不过气来,没有停顿,缺少反思.这样做只能让学生的头脑塞满了杂乱无章的题目和解法.其实,高效率的做法是,先做一些题目,引导学生反思,并进行归纳总结,再做题目时,就可以得益于总结过的规律,同时又教育学生不拘泥于总结过的规律,要善于创新.

很多优秀教师的经验也说明了这一点.

上海老一辈的数学教育家赵宪初说:“先要‘举三反一’,才能举一反三.”赵老说的“一”,就是指规律.要知道,赵老执教的是上海名校——南洋模范中学,这个学校的毕业生中出了30多名院士,著名的王选院士和数学家张恭庆院士就是其中的两位.这个学校的学生水平都是了不得的,对这样的学生,教师尚且要帮助他们总结出规律来,先“举三反一”,然后才能“举一反三”,更何况一般的学校呢?所以总结规律是很重要的.

北京的名师孙维刚提出:“一题多解,多解归一,多题归一”,也有总结的意思在里边.福建的名师任勇更是直接,他认为:“概括各类问题的解法是一种重要的数学记忆模式.”^①

根据优秀教师的经验,笔者认为,数学习题教学应该加强反思、总结,而且我们认为,这是当前中学数学教师最需要加强的一环,为此我们提出了“归一”原则.

对于题海战术,我们的看法是:总的来说,这是大环境的产物.但是,我们广大教师不是完全无能为力的,还是可以有所作为的.我们的观点是“有作为论”.端正思想,改变观念,提高数学素养,科学地进行教学,特别是处理好习题教学,减负增效是可能的.当然,如果教师想进行一些诸如少布置作业的“改革”的话,在当前环境下,不仅需要水平,有时还需要勇气.

第二节 科学进行解题基本训练

学数学离不开解题.双基是中国数学教学的重要特征.张奠宙教授在《中国数学双基教学》中总结了我国双基教学的四个特点:记忆通向理解形成直觉,运算速度保证高效思维,演绎推理坚持逻辑精确,依靠变式提升演练水准.落实双基离不开解题,重视解题,又不能落入题海,这就需要科学进行解题基本训练.

一、既要掌握认知心理学,也要掌握行为主义心理学

尽管理论界这个主义那个主义争论得不可开交,尽管国外对我国的数学教学“指手画脚”,尽管国内有些学者妄自菲薄,以为外国的月亮比中国的圆,但务实的我国数学教师我行我素.事实上,双基,解题的基本训练一直在进行.理论界和实践界好像是“两股道上跑的车”,互不相干.理论界有点空谈,实际工作者则是做过头了.

^① 任勇.数学学习指导与教学艺术[M].北京:人民教育出版社,2005.