普通高等教育管理科学与工程类规划教材

运筹学习题集

第4版

胡运权　主编

清华大学出版社

普通高等教育管理科学与工程类规划教材

运筹学习题集

第4版

胡运权　主编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是教育部管理科学与工程类专业第二届教学指导委员会统一组织编写的普通高等教育管理科学与工程类规划教材。与本书第3版相比，本次修订时增加了17个运筹学应用案例，重写了第九章，并增加了100多道新习题和思考题，主要选自近年来报考硕士和博士生的试题、哈工大运筹学课程补充讲义以及根据国外教材有关内容进行的改编，从而使习题集的题型更广泛，内容更丰富，更具启发性。

本书含线性规划、目标规划、整数规划、非线性规划、动态规划、图与网络分析、排队论、存储论、对策论、决策论和多目标决策共14章，计700余题，分别给出答案、证明或题解，17个应用案例都有详细的分析讨论。本书是学习掌握运筹学理论和方法的重要辅助教材，也是教师备课以及学生自学运筹学和考研的常备参考材料。

本书适用于大学本科生、研究生教学以及参加研究生考试的学生，使用本书可以获得很好的学习效果。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学习题集/胡运权主编. --4版. --北京：清华大学出版社，2010.8
ISBN 978-7-302-23070-0

Ⅰ.①运… Ⅱ.①胡… Ⅲ.①运筹学—高等学校—习题 Ⅳ.①O22-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第113534号

责任编辑：高晓蔚
责任校对：宋玉莲
责任印制：李红英
出版发行：清华大学出版社　　**地　址**：北京清华大学学研大厦A座
http://www.tup.com.cn　　**邮　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：北京鑫海金澳胶印有限公司
经　销：全国新华书店
开　本：185×230　**印 张**：21.75　**插 页**：1　**字 数**：437千字
版　次：2010年8月第4版　　**印　次**：2010年8月第1次印刷
印　数：1～5000
定　价：33.00元

产品编号：035393-01

第 4 版 前言

习题是消化领会教材和巩固所学知识的重要环节，是学习掌握运筹学理论和方法不可或缺的手段。本习题集从 1985 年第 1 版出版以来，就一直得到广大读者的厚爱，在原国家教委管理科学与工程类专业教学指导委员会第二届任期内，决定将本习题集列为普通高等教育管理科学与工程类规划教材，并于 1995 年和 2002 年先后出版第 2 版和第 3 版。这两版就累计印刷 24 次、10 多万册，连同第 1 版在内，本书印刷发行量累计超过 15 万册。本习题集除被继续用作运筹学课程的辅助教材外，越来越多地被用作考研的必备参考材料，同时本习题集也成为很多讲授运筹学课程教师的案头书籍，书中的一些习题还被编入多本正式出版的教材中。

受此鼓舞，我们决定对本习题集再次修订。这次修订，一是增加了 17 个颇有启发性的运筹学应用案例；二是重新编写了第九章“网络计划与图解评审法”；三是对其他各章新增了 100 多道习题和复习思考题，并适当删除了部分重复题型。新增的案例习题分别选自哈工大博士生、硕士生试题、校内补充讲义及根据国外参考资料改写。这次修订的主要目的除习题集上述原有作用外，还想为教师提供课堂教学案例和进一步引导学生和实践工作者学习和应用运筹学的兴趣。

作为辅助教材，本习题集服务于各类运筹学教材，但名词、符号和编排体系，则主要同清华大学出版社出版的《运筹学》、《运筹学教程》和高等教育出版社出版的《运筹学基础及应用》一致。

参加本书第 3 版编写的有：胡运权（主编，哈尔滨工业大学）、钱国明（哈尔滨工业大学）、胡祥培（大连理工大学）、郭耀煌（西南交通大学）、甘应爱（华中科技大学）和李英华（原北京机械学院）。这次第 4 版的修订工作由胡运权和钱国明完成。

在本书的编写和多次修订中，得到了教育部管理科学与工程类专业教学指导委员会和清华大学《运筹学》、《运筹学教程》教材很多编者的关心指导，得到了清华大学出版社的关心和支持。天津大学的李维铮教授曾为本书第 2 版进行了审稿。谨在此一并感谢！

由于编者水平有限，书中如有不妥和错误之处，恳请广大读者批评指正。

编 者

2010 年 6 月

目 录

第一部分 习 题

第一章 线性规划与单纯形法 …… 3
第二章 对偶理论与灵敏度分析 …… 20
第三章 运输问题 …… 37
第四章 目标规划 …… 47
第五章 整数规划 …… 53
第六章 非线性规划 …… 65
第七章 动态规划 …… 74
第八章 图与网络分析 …… 84
第九章 网络计划与图解评审法 …… 97
第十章 排队论 …… 104
第十一章 存储论 …… 119
第十二章 矩阵对策 …… 126
第十三章 决策论 …… 133
第十四章 多目标决策 …… 141

第二部分 习题答案

一、线性规划与单纯形法 …… 147
二、对偶理论与灵敏度分析 …… 162
三、运输问题 …… 174
四、目标规划 …… 182
五、整数规划 …… 188
六、非线性规划 …… 204

七、动态规划 …… 216
八、图与网络分析 …… 225
九、网络计划与图解评审法 …… 238
十、排队论 …… 246
十一、存储论 …… 261
十二、矩阵对策 …… 269
十三、决策论 …… 279
十四、多目标决策 …… 287

第三部分 案例分析与讨论

案例1 炼油厂生产计划安排 …… 293
案例2 长征医院的护士值班计划 …… 297
案例3 生产、库存与设备维修综合计划的优化安排 …… 300
案例4 甜甜食品公司的优化决策 …… 303
案例5 海龙汽车配件厂生产工人的安排 …… 306
案例6 西红柿罐头生产问题 …… 309
案例7 光明市的菜篮子工程 …… 313
案例8 仓库布设和物资调运 …… 316
案例9 一个工厂部分车间的搬迁方案 …… 319
案例10 刘总经理的机票购买策略 …… 321
案例11 红卫体操队参赛队员的选拔 …… 323
案例12 彩虹集团的人员招聘与分配 …… 324
案例13 设备的最优更新策略 …… 326
案例14 中原航空公司机票超售的策略 …… 329
案例15 一个加工与返修综合的排队系统 …… 331
案例16 扑克游戏 …… 336
案例17 猜牌游戏 …… 339

参考文献 …… 342

第一部分

习　题

第一章

线性规划与单纯形法

复习思考题

1. 试述线性规划数学模型的结构及各要素的特征。

2. 求解线性规划问题时可能出现哪几种结果？哪些结果反映建模时有错误？

3. 什么是线性规划问题的标准形式？如何将一个非标准型的线性规划问题转化为标准形式？

4. 试述线性规划问题的可行解、基解、基可行解、最优解的概念以及上述解之间的相互关系。

5. 试述单纯形法的计算步骤，如何在单纯形表上判别问题是具有唯一最优解、无穷多最优解、无界解或无可行解？

6. 如果线性规划的标准型变换为求目标函数的极小化 $\min z$，则用单纯形法计算时如何判别问题已得到最优解？

7. 在确定初始可行基时，什么情况下要在约束条件中增添人工变量？在目标函数中人工变量前的系数为$(-M)$的经济意义是什么？

8. 什么是单纯形法计算的两阶段法？为什么要将计算分成两个阶段进行？如何根据第一阶段的计算结果来判定第二阶段的计算是否需要继续进行？

9. 简述退化的含义及处理退化的勃兰特规则。

10. 举例说明生产和生活中应用线性规划的可能案例，并对如何应用进行必要描述。

11. 判断下列说法是否正确：

(a) 图解法同单纯形法虽然求解的形式不同，但从几何上理解，两者是一致的；

(b) 线性规划模型中增加一个约束条件，可行域的范围一般将缩小，减少一个约束条件，可行域的范围一般将扩大；

(c) 线性规划问题的每一个基解对应可行域的一个顶点；

(d) 如线性规划问题存在可行域，则可行域一定包含坐标的原点；

(e) 对取值无约束的变量 x_j，通常令 $x_j=x_j'-x_j''$，其中 $x_j'\geqslant 0$，$x_j''\geqslant 0$，在用单纯形法求得的最优解中有可能同时出现 $x_j'>0$，$x_j''>0$；

(f) 用单纯形法求解标准型的线性规划问题时，与 $\sigma_j>0$ 对应的变量都可以被选作换入变量；

(g) 单纯形法计算中，如不按最小比值原则选取换出变量，则在下一个解中至少有一个基变量的值为负；

(h) 单纯形法计算中，选取最大正检验数 σ_k 对应的变量 x_k 作为换入变量，将使目标函数值得到最快的增长；

(i) 一旦一个人工变量在迭代中变为非基变量后，则该变量及相应列的数字可以从单纯形表中删除，而不影响计算结果；

(j) 线性规划问题的任一可行解都可以用全部基可行解的线性组合表示；

(k) 若 $\boldsymbol{X}^1$，$\boldsymbol{X}^2$ 分别是某一线性规划问题的最优解，则 $\boldsymbol{X}=\lambda_1\boldsymbol{X}^1+\lambda_2\boldsymbol{X}^2$ 也是该线性规划问题的最优解，其中 λ_1、λ_2 可以为任意正的实数；

(l) 线性规划用两阶段法求解时，第一阶段的目标函数通常写为 $\min z=\sum_i x_{ai}$（x_{ai} 为人工变量），但也可写为 $\min z=\sum_i k_i x_{ai}$，只要所有 k_i 均为大于零的常数；

(m) 对一个有 n 个变量、m 个约束的标准型的线性规划问题，其可行域的顶点恰好为 C_n^m 个；

(n) 单纯形法的迭代计算过程是从一个可行解转换到目标函数值更大的另一个可行解；

(o) 线性规划问题的可行解如为最优解，则该可行解一定是基可行解；

(p) 若线性规划问题具有可行解，且其可行域有界，则该线性规划问题最多具有有限个数的最优解；

(q) 线性规划可行域的某一顶点若其目标函数值优于相邻的所有顶点的目标函数值，则该顶点处的目标函数值达到最优；

(r) 将线性规划约束条件的“$\leqslant$”号及“$\geqslant$”号变换成“$=$”号，将使问题的最优目标函数值得到改善；

(s) 线性规划目标函数中系数最大的变量在最优解中总是取正的值；

(t) 一个企业利用 3 种资源生产 4 种产品，建立线性规划模型求解得到的最优解中，最多只含有 3 种产品的组合；

(u) 若线性规划问题的可行域可以伸展到无限，则该问题一定具有无界解；

(v) 一个线性规划问题求解时的迭代工作量主要取决于变量数的多少，与约束条件的数量关系相对较小。

练习题

1.1 用图解法求解下列线性规划问题，并指出各问题是具有唯一最优解、无穷多最优解、无界解或无可行解。

(a) $\min z = 6x_1 + 4x_2$

$$\text{s.t.}\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geqslant 1 \\ 3x_1 + 4x_2 \geqslant 1.5 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

(b) $\max z = 4x_1 + 8x_2$

$$\text{s.t.}\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \leqslant 10 \\ -x_1 + x_2 \geqslant 8 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

(c) $\max z = x_1 + x_2$

$$\text{s.t.}\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 \geqslant 24 \\ 4x_1 + 6x_2 \geqslant -12 \\ 2x_2 \geqslant 4 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

(d) $\max z = 3x_1 + 9x_2$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leqslant 22 \\ -x_1 + x_2 \leqslant 4 \\ x_2 \leqslant 6 \\ 2x_1 - 5x_2 \leqslant 0 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

1.2 某炼油厂根据计划每季度需供应合同单位汽油 15 万 t(吨)、煤油 12 万 t、重油 12 万 t。该厂从 A,B 两处运回原油提炼，已知两处原油成分如表 1-1 所示。又如从 A 处采购原油每 t 价格(包括运费、下同)为 200 元，B 处原油每 t 为 310 元。试求：(a)选择该炼油厂采购原油的最优决策；(b)如 A 处价格不变，B 处降为 290 元/t，则最优决策有何改变？

表 1-1

原油成分	A	B
汽油	15	50
煤油	20	30
重油	50	15
其他	15	5

1.3 线性规划问题：

$\max z = c_1x_1 + x_2$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 \leqslant 6 \\ x_1 + 2x_2 \leqslant 10 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

试用图解法分析，问题最优解随 c_1 $(-\infty < c_1 < \infty)$ 取值不同时的变化情况。

1.4 将下列线性规划问题变换成标准型,并列出初始单纯形表。

(a) $\max z = 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leqslant 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -8 \\ x_1 - 2x_3 + 2x_4 \geqslant 1 \\ x_1, x_3 \geqslant 0,\ x_2 \leqslant 0,\ x_4 \text{ 无约束} \end{cases}$$

(b) $\max z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} a_{ik}x_{ik}/p_k$

$$\text{s.t.}\begin{cases} \sum_{k=1}^{m} x_{ik} \leqslant b_i \quad (i = 1, \cdots, n) \\ \sum_{i=1}^{n} c_{ik}x_{ik} = d_k \quad (k = 1, \cdots, m) \\ x_{ik} \geqslant 0 \quad (i = 1, \cdots, n;\ k = 1, \cdots, m) \end{cases}$$

(c) $\min z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$

$$\text{s.t.}\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant a_i \quad (i = 1, \cdots, m) \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad (j = 1, \cdots, n) \\ x_{ij} \geqslant 0 \quad (i = 1, \cdots, m;\ j = 1, \cdots, n) \end{cases}$$

1.5 判断下列集合是否为凸集:

(a) $X = \{[x_1, x_2] \mid x_1 x_2 \geqslant 30, x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0\}$

(b) $X = \{[x_1, x_2] \mid x_2 - 3 \leqslant x_1^2, x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0\}$

(c) $X = \{[x_1, x_2] \mid x_1^2 + x_2^2 \leqslant 1\}$

1.6 在下列线性规划问题中,找出所有基解。指出哪些是基可行解,并分别代入目标函数,比较找出最优解。

(a) $\max z = 3x_1 + 5x_2$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_3 = 4 \\ 2x_2 + x_4 = 12 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_5 = 18 \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1, \cdots, 5) \end{cases}$$

(b) $\min z = 4x_1 + 12x_2 + 18x_3$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + 3x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_2 + 2x_3 - x_5 = 5 \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1, \cdots, 5) \end{cases}$$

1.7　已知线性规划问题：

$$\max z = x_1 + 3x_2$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 \quad\quad + x_3 \quad\quad\quad = 5 & ① \\ x_1 + 2x_2 \quad + x_4 \quad = 10 & ② \\ \quad\quad x_2 \quad\quad + x_5 = 4 & ③ \\ x_1, \quad \cdots, \quad x_5 \geqslant 0 & ④ \end{cases}$$

表 1-2 中所列的解(a)～(f)均满足约束条件①②③，试指出：表中哪些解是可行解？哪些是基解？哪些是基可行解？

表　1-2

序号	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
(a)	2	4	3	0	0
(b)	10	0	−5	0	4
(c)	3	0	2	7	4
(d)	1	4.5	4	0	−0.5
(e)	0	2	5	6	2
(f)	0	4	5	2	0

1.8　分别用图解法和单纯形法求解下列线性规划问题，并对照指出单纯形法迭代的每一步相当于图解法可行域中的哪一个顶点。

(a) $\max z = 10x_1 + 5x_2$

$$\text{s.t.}\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leqslant 9 \\ 5x_1 + 2x_2 \leqslant 8 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

(b) $\max z = 100x_1 + 200x_2$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 \leqslant 500 \\ x_1 \leqslant 200 \\ 2x_1 + 6x_2 \leqslant 1\,200 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

1.9　已知某线性规划问题的约束条件为

$$\text{s.t.}\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 25 \\ x_1 + 3x_2 - x_4 = 30 \\ 4x_1 + 7x_2 - x_3 - 2x_4 - x_5 = 85 \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1, \cdots, 5) \end{cases}$$

判断下列各点是否为该线性规划问题可行域的凸集的顶点：

(a) $\boldsymbol{X}=(5,15,0,20,0)$

(b) $\boldsymbol{X}=(9,7,0,0,8)$

(c) $\boldsymbol{X}=(15,5,10,0,0)$

1.10 已知下述线性规划问题具有无穷多最优解，试写出其最优解的一般表达式。

$$\max z=10x_1+5x_2+5x_3$$

$$\text{s. t.}\begin{cases}3x_1+4x_2+9x_3\leqslant 9\\5x_1+2x_2+\ \ x_3\leqslant 8\\x_1,\ x_2\geqslant 0\end{cases}$$

1.11 线性规划问题：

$$\min z=\boldsymbol{CX}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}\\\boldsymbol{X}\geqslant 0\end{cases}$$

其可行域为 R，目标函数最优值为 z^*，若分别发生下列情形之一时，其新的可行域为 R'，新的目标函数最优值为 $(z^*)'$，试分别回答(a)(b)(c)三种情况下 R 与 R' 及 z^* 与 $(z^*)'$ 之间的关系：

(a) 增添一个新的约束条件；

(b) 减少一个原有的约束条件；

(c) 目标函数变为 $\min z=\dfrac{\boldsymbol{CX}}{\lambda}$，同时约束条件变为 $\boldsymbol{AX}=\lambda\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{X}\geqslant 0$ $(\lambda>1)$。

1.12 在单纯形法迭代中，任何从基变量中替换出来的变量在紧接着的下一次迭代中会不会立即再进入基变量，为什么？

1.13 会不会发生在一次迭代中刚进入基变量的变量在紧接着的下一次迭代中立即被替换出来？什么情况下有这种可能？试举例说明。

1.14 已知线性规划问题：

$$\max z=c_1x_1+c_2x_2$$

$$\text{s. t.}\begin{cases}5x_2\leqslant 15\\6x_1+2x_2\leqslant 24\\x_1+\ \ x_2\leqslant 5\\x_1,\ x_2\geqslant 0\end{cases}$$

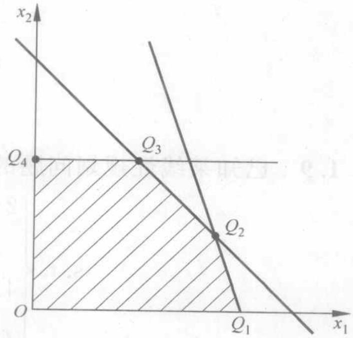

图 1-1

用图解法求解时，得其可行域顶点分别为 O,Q_1,Q_2,Q_3,Q_4（见图 1-1）。试问：c_1，c_2 如何变化时，目标函数值分别在上述各顶点实现最优？

1.15 下述线性规划问题中，分别求目标函数值 z 的上界 $\bar{z}^*$ 和下界 $\underline{z}^*$：

(a) $\max z = c_1x_1 + c_2x_2$

$$\text{s.t.}\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leqslant b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leqslant b_2 \\ x_1,\ x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

式中：$1\leqslant c_1\leqslant 3$，$4\leqslant c_2\leqslant 6$；$8\leqslant b_1\leqslant 12$，$10\leqslant b_2\leqslant 14$；

$-1\leqslant a_{11}\leqslant 3$，$2\leqslant a_{12}\leqslant 5$；$2\leqslant a_{21}\leqslant 4$，$4\leqslant a_{22}\leqslant 6$

(b) $\max z = c_1x_1 - c_2x_2$

$$\text{s.t.}\begin{cases} -a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leqslant b_1 \\ a_{21}x_1 - a_{22}x_2 \leqslant b_2 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

式中：$2\leqslant c_1\leqslant 3$，$4\leqslant c_2\leqslant 6$；$8\leqslant b_1\leqslant 12$，$10\leqslant b_2\leqslant 15$；

$-1\leqslant a_{11}\leqslant 1$，$2\leqslant a_{12}\leqslant 4$；$2\leqslant a_{21}\leqslant 5$，$4\leqslant a_{22}\leqslant 6$

1.16　用单纯形法求解下列线性规划问题，并指出问题的解属于哪一类。

(a) $\max z = 6x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 8x_4$

$$\text{s.t.}\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 4x_3 - 4x_4 \leqslant 20 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 8x_4 \leqslant 25 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 \leqslant 10 \\ x_{1\sim 4} \geqslant 0 \end{cases}$$

(b) $\max z = x_1 + 6x_2 + 4x_3$

$$\text{s.t.}\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leqslant 13 \\ 4x_1 - 4x_2 + x_3 \leqslant 20 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leqslant 17 \\ x_1 \geqslant 1,\ x_2 \geqslant 2,\ x_3 \geqslant 3 \end{cases}$$

1.17　分别用大 M 法和两阶段法求解下列线性规划问题，并指出问题的解属于哪一类。

(a) $\max z = 4x_1 + 5x_2 + x_3$

$$\text{s.t.}\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 \geqslant 18 \\ 2x_1 + x_2 \leqslant 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1,2,3) \end{cases}$$

(b) $\max z = 2x_1 + x_2 + x_3$

$$\text{s.t.}\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geqslant 4 \\ 2x_1 + 4x_2 \leqslant 20 \\ 4x_1 + 8x_2 + 2x_3 \leqslant 16 \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1,2,3) \end{cases}$$

1.18　表 1-3 为用单纯形法计算时某一步的表格。已知该线性规划的目标函数为 $\max z = 5x_1 + 3x_2$，约束形式为$\leqslant$，x_3、x_4 为松弛变量，表中解代入目标函数后得 $z = 10$。

表 1-3

		x_1	x_2	x_3	x_4
x_3	2	c	0	1	1/5
x_1	a	d	e	0	1
c_j-z_j		b	-1	f	g

(a) 求 $a\sim g$ 的值；

(b) 表中给出的解是否为最优解？

1.19 表 1-4 中给出某线性规划问题计算过程中的一个单纯形表，目标函数为 $\max z=28x_4+x_5+2x_6$，约束条件为$\leqslant$，表中 x_1,x_2,x_3 为松弛变量，表中解的目标函数值为$z=14$。

表 1-4

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_6	a	3	0	$-14/3$	0	1	1
x_2	5	6	d	2	0	5/2	0
x_4	0	0	e	f	1	0	0
c_j-z_j		b	c	0	0	-1	g

(a) 求 $a\sim g$ 的值；

(b) 表中给出的解是否为最优解？

1.20 表 1-5 为某一求极大值线性规划问题的初始单纯形表及迭代后的表，x_4、x_5 为松弛变量，试求表中 $a\sim l$ 的值及各变量下标 $m\sim t$ 的值。

表 1-5

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_m	6	b	c	d	1	0
x_n	1	-1	3	e	0	1
c_j-z_j		a	1	-2	0	0
x_s	f	g	2	-1	1/2	0
x_t	4	h	i	1	1/2	1
c_j-z_j		0	7	j	k	l

1.21 线性规划问题 $\max z=\boldsymbol{CX}$, $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{X}\geqslant 0$，如 $\boldsymbol{X}^*$ 是该问题的最优解，又 $\lambda>0$ 为某一常数，分别讨论下列情况时最优解的变化。

(a) 目标函数变为 $\max z=\lambda\boldsymbol{CX}$；

(b) 目标函数变为 $\max z=(\boldsymbol{C}+\lambda)\boldsymbol{X}$；

(c) 目标函数变为 $\max z=\frac{\boldsymbol{C}}{\lambda}\boldsymbol{X}$,约束条件变为 $\boldsymbol{AX}=\lambda\boldsymbol{b}$。

1.22 试将下述问题改写成线性规划问题

$$\max_{x_i}\left\{\min\left(\sum_{i=1}^{m}a_{i1}x_i,\ \sum_{i=1}^{m}a_{i2}x_i,\cdots,\sum_{i=1}^{m}a_{in}x_i\right)\right\}$$

$$\text{s. t.}\begin{cases}x_1+x_2+\cdots+x_m=1\\ x_i\geqslant 0,\ i=1,\cdots,m\end{cases}$$

1.23 讨论如何用单纯形法求解下述线性规划问题

$$\max z=\sum_{j=1}^{n}c_j\,|x_j|$$

$$\text{s. t.}\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j=b_i\quad(i=1,\cdots,m)\\ x_j\ \text{取值无约束}\end{cases}$$

1.24 线性回归是一种常用的数理统计方法,这个方法要求对图上的一系列点 $(x_1,y_1)(x_2,y_2)\cdots(x_n,y_n)$ 选配一条合适的直线拟合。方法通常是首先确定直线方程为 $y=a+bx$,然后按某种准则求定 a, b。通常这个准则为最小二乘法,但也可用其他准则。试根据以下准则建立这个问题的线性规划模型:

$$\min\sum_{i=1}^{n}|y_i-(a+bx_i)|$$

1.25 表 1-6 中给出某一求极大化问题的单纯形表,问表中 a_1, a_2, c_1, c_2, d 为何值时以及表中变量属哪一种类型时有:

(a) 表中解为唯一最优解;

(b) 表中解为无穷多最优解之一;

(c) 表中解为退化的可行解;

(d) 下一步迭代将以 x_1 替换基变量 x_5;

(e) 该线性规划问题具有无界解;

(f) 该线性规划问题无可行解。

表 1-6

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3	d	4	a_1	1	0	0
x_4	2	-1	-5	0	1	0
x_5	3	a_2	-3	0	0	1
c_j-z_j		c_1	c_2	0	0	0