

新世纪土木工程系列规划教材

结构力学 学习指导

戴素娟 郇筱林 都浩 杜荣强 编



新世纪土木工程系列规划教材

结构力学学习指导

戴素娟 郇筱林 都浩 杜荣强 编



机械工业出版社

本书根据原国家教委《结构力学课程教学基本要求》和原建设部高等学校土木工程专业指导委员会制定的《结构力学教学大纲》编写,为高等学校土建类专业结构力学课程的配套教材,用于习题课的教学。全书共11章,内容包括平面杆件体系的几何组成分析、静定结构内力分析、静定结构位移计算、力法、位移法、渐近法和近似法、影响线、矩阵位移法、结构动力计算、结构稳定计算、结构极限荷载。每章包括内容提要、典型例题、思考题与习题、思考题与习题参考答案。

本书可作为提高高等学校土建类专业学生结构力学解题和计算能力的参考书,亦可供有关专业的师生和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学学习指导/戴素娟等编. —北京:机械工业出版社, 2010. 6
新世纪土木工程系列规划教材
ISBN 978 - 7 - 111 - 30448 - 7

I. ①结… II. ①戴… III. ①结构力学 - 高等学校 - 教学参考资料 IV. ①0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 070809 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)
策划编辑: 马军平 责任编辑: 马军平 版式设计: 霍永明
责任校对: 任秀丽 封面设计: 张 静 责任印制: 杨 曦
北京京丰印刷厂印刷
2010 年 7 月第 1 版·第 1 次印刷
184mm × 260mm · 20.5 印张 · 502 千字
标准书号: ISBN 978 - 7 - 111 - 30448 - 7
定价: 37.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010) 88361066

门户网: <http://www.cmpbook.com>

销售一部: (010) 68326294

教材网: <http://www.cmpedu.com>

销售二部: (010) 88379649

读者服务部: (010) 68993821

封面无防伪标均为盗版

前言

本书根据原国家教委《结构力学课程教学基本要求》和原建设部高等学校土木工程专业指导委员会制定的《结构力学教学大纲》编写，主要作为高等学校土建专业结构力学课程的配套教材，用于习题课的教学。本书编者从培养学生分析与计算能力出发，通过内容提要、典型例题、思考题与习题、思考题与习题参考答案四个方面，经过提炼，选择了大量富有启发性和代表性的典型题目，力求从解题思路、分析方法和计算技巧等方面作出示范性解答，使学生掌握结构力学的概念、原理和方法，提高学生的解题能力和计算技巧。

本书的编写人员从事结构力学教学多年，这本书是他们多年结构力学教学的总结。其中第1章平面杆件体系的几何组成分析、第5章位移法、第6章渐近法和近似法由戴素娟编写；第4章力法、第7章影响线、第8章矩阵位移法由郇筱林编写；第9章结构动力计算、第10章结构稳定计算和第11章结构极限荷载由都浩编写；第2章静定结构内力分析和第3章静定结构位移计算由杜荣强编写。全书由戴素娟统稿。研究生郭玉、张田田、韩宾、李亚楠、李海娟等同学在本书的绘图、文字处理等方面做了大量的工作，在此表示感谢。

由于水平所限，本书难免存在不足之处，恳请专家和读者批评指正。

编 者

目录

前言

第1章 平面杆件体系的几何组成分析	1
1.1 内容提要	1
1.2 典型例题	2
1.3 思考题与习题	7
1.4 思考题与习题参考答案	14
第2章 静定结构内力分析	23
2.1 内容提要	23
2.2 典型例题	28
2.3 思考题与习题	41
2.4 思考题与习题参考答案	48
第3章 静定结构位移计算	56
3.1 内容提要	56
3.2 典型例题	60
3.3 思考题与习题	66
3.4 思考题与习题参考答案	74
第4章 力法	81
4.1 内容提要	81
4.2 典型例题	89
4.3 思考题与习题	105
4.4 思考题与习题参考答案	111
第5章 位移法	121
5.1 内容提要	121
5.2 典型例题	126
5.3 思考题与习题	144
5.4 思考题与习题参考答案	160
第6章 渐近法和近似法	200
6.1 内容提要	200
6.2 典型例题	201
6.3 思考题与习题	210
6.4 思考题与习题参考答案	216
第7章 影响线	235
7.1 内容提要	235

7.2	典型例题	240
7.3	思考题与习题	250
7.4	思考题与习题参考答案	254
第8章	矩阵位移法	257
8.1	内容提要	257
8.2	典型例题	261
8.3	思考题与习题	268
8.4	思考题与习题参考答案	271
第9章	结构动力计算	273
9.1	内容提要	273
9.2	典型例题	276
9.3	思考题与习题	291
9.4	思考题与习题参考答案	296
第10章	结构稳定计算	299
10.1	内容提要	299
10.2	典型例题	302
10.3	思考题与习题	308
10.4	思考题与习题参考答案	310
第11章	结构极限荷载	311
11.1	内容提要	311
11.2	典型例题	312
11.3	思考题与习题	315
11.4	思考题与习题参考答案	317
参考文献		319

第1章 平面杆件体系的几何组成分析

1.1 内容提要

1. 基本概念

(1) 几何不变体系 不考虑材料应变, 在任意荷载作用下能保证其原有的几何形状和位置的体系。

(2) 几何可变体系 不考虑材料应变, 在任意荷载作用下其原有的几何形状和位置发生变化的体系。几何可变体系包括几何常变体系和几何瞬变体系。几何常变体系是指缺少约束或约束布置不合理, 体系没有确定的几何形状和空间位置, 可发生持续的刚体位移。几何瞬变体系是指具有足够数量的约束, 但是约束布置不合理, 在发生微小位移后, 即成为几何不变体系。

(3) 刚片 在几何组成分析中, 不考虑材料的变形, 把杆件或体系中已被肯定为几何不变的某部分看做刚体。平面体系中的刚体称为刚片, 如一根梁、一根链杆、一个铰结三角形等。

(4) 自由度 一个体系的自由度, 是指该体系在运动时确定其位置所需的独立坐标的数目。平面上的一个点有2个自由度, 平面上的一个刚片有3个自由度。

(5) 约束 用于减少物体或体系自由度的装置称为约束 (或联系)。

1) 等效链杆。链杆为两端有铰的刚性直杆或曲杆。只用两个铰与外界相连的刚片称为等效链杆。等效链杆的作用与链杆相同。

2) 单约束和复约束。连接两个刚片的铰称为单铰。一个单铰相当于两个约束。连接两个以上刚片的铰称为复铰, 连接 n 个刚片的复铰相当于 $n-1$ 个单铰。连接两个刚片的刚结点称为单刚结点, 一个单刚节点相当于三个约束。连接两个以上刚片的刚结点称为复刚结点, 连接 n 个刚片的复刚结点相当于 $n-1$ 个单刚结点。

3) 虚铰 (瞬铰)。虚铰也称为瞬铰, 它是连接两个刚片的两链杆延长线的交点, 与单铰具有相同的约束作用。

4) 必要约束和多余约束。能够影响体系实际自由度数目的约束为必要约束。必要约束为组成几何不变体系的最少约束。不改变体系实际自由度的约束称为多余约束。

2. 自由度计算

用计算自由度公式方法求得的体系自由度, 称为计算自由度 W 。 W 可按以下方法进行计算:

(1) 平面刚片体系 体系的计算自由度 W 为

$$W = 3m - 2h - r \quad (1-1)$$

式中, m 为刚片数; h 为单铰数; r 为支座链杆数。

(2) 平面链杆体系 体系的计算自由度 W 为

$$W = 2j - b - r \quad (1-2)$$

式中, j 为体系中的结点数; b 为链杆数; r 为支座链杆数。

计算自由度 W 、体系的机动性和实际自由度 s 三者之间的关系:

- 1) 当 $W=0$ 时, 若具有足够的必要约束, 无多余约束, 则为几何不变 (静定结构), $s=0$; 若缺少足够的必要约束, 有多余约束, 则为几何可变, $s>0$ 。
- 2) 当 $W<0$ 时, 若具有足够的必要约束, 有多余约束, 为几何不变 (超静定结构), $s=0$; 若缺少足够的必要约束, 有多余约束, 为几何可变, $s>0$ 。
- 3) 当 $W>0$ 时, 体系缺少足够的必要约束, 为几何可变, $s>0$ 。

3. 几何不变体系的组成规则

- 1) 两刚片规则。两个刚片用不交于一点也不相互平行的三根链杆相连或用一个铰和 not 通过该铰的链杆相连, 组成无多余约束的几何不变体系。
- 2) 三刚片规则。三刚片用不在同一直线上的三个铰两两相连, 组成无多余约束的几何不变体系。
- 3) 加减二元体规则。在一个体系上增加或减少二元体, 不改变原体系的几何可变或不变性。

4. 几何组成分析的步骤

体系进行几何组成分析时, 其步骤如下:

- 1) 计算自由度, 检查体系是否具备足够数目的约束。若体系的自由度 $W>0$, 则体系为几何可变。若 $W\leq 0$, 则可按规则作几何组成分析。对不太复杂的体系, 常略去自由度计算这一步骤, 直接进行几何组成分析。
- 2) 确定刚片及约束。在不考虑材料应变的前提下, 一根杆件 (直杆、曲杆或折杆) 以及能直接判明的、无多余约束的几何不变部分, 都可视为刚片。体系中的铰 (单铰、复铰) 和链杆都是约束。几何组成分析时, 刚片、链杆和铰可视分析的需要相互转化。确定刚片的同时要考虑哪些是连接这些刚片的约束。

- 3) 利用组成规则进行几何组成分析。

5. 解题技巧

- 1) 去除二元体, 将体系化简单, 然后再分析。
- 2) 当上部体系与基础用不交于一点的三个约束相连时, 可以抛开基础, 只分析上部。
- 3) 当体系内杆件数较多时, 可将刚片取得分散些, 使刚片与刚片之间用链杆形成的虚铰相连, 而不直接用单铰相连。
- 4) 由一基本刚片开始, 逐步增加二元体, 扩大刚片的范围, 将体系归结为两个刚片或三个刚片相连, 再用规则判定。
- 5) 刚片的等效替换。在不改变刚片与周围部分的连接方式的前提下, 可以改变它的形状和内部组成, 即用一个等效 (与外部连接等效) 刚片代替它。

1.2 典型例题

例 1-1 试对图 1-1 所示体系进行几何组成分析。

解: 在三角形 BEF 上依次增加二元体 BCE 、 CGF 组成刚片 I, 同理可把 $CDIH$ 部分看

做刚片Ⅱ。刚片Ⅰ和刚片Ⅱ由不共线的铰 C 及链杆 GH 相连，构成一个更大的刚片，然后再增加二元体 BAD 。整个体系几何不变，且无多余约束。

例 1-2 试对图 1-2 所示体系进行几何组成分析。

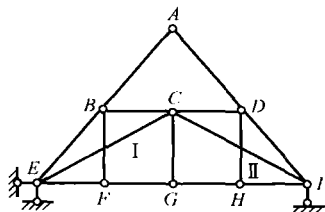


图 1-1 例 1-1 图

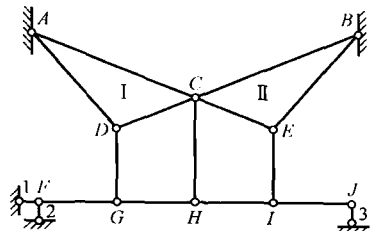


图 1-2 例 1-2 图

解：1) 计算自由度。体系的自由度为 $W = 2j - b - r = 2 \times 8 - 9 - 7 = 0$

2) 几何组成分析。首先把三角形 ACD 和 BCE 分别看做刚片Ⅰ和刚片Ⅱ，把基础看做刚片Ⅲ，则三个刚片用不共线的三个铰 A 、 B 、 C 两两分别相连，组成一个大的刚片。在这个大的刚片上依次增加二元体 12 、 DGF 、 CHG 、 EIH 、 $IJ3$ 。整个体系几何不变，且无多余约束。

例 1-3 试对图 1-3 所示体系进行几何组成分析。

解：由于 $ADEFG$ 部分由基础简支，所以可只分析 $ADEFG$ 部分。把三角形 AED 看做刚片Ⅰ，杆 BE 看做多余约束；把三角形 AFG 看做刚片Ⅱ，杆 CF 看做多余约束。刚片Ⅰ和刚片Ⅱ由不共线的铰 A 及链杆 EF 相连，整个体系几何不变，且有两个多余约束。

例 1-4 试对图 1-4 所示体系进行几何组成分析。

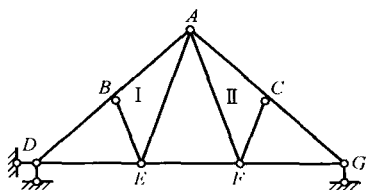


图 1-3 例 1-3 图

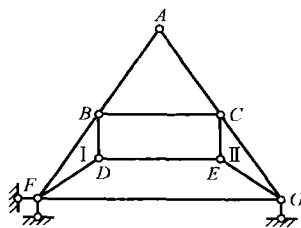


图 1-4 例 1-4 图

解：由于 AFG 部分由基础简支，所以可只分析 AFG 部分。去掉二元体 BAC 只分析 BF 、 GC 部分。把三角形 BDF 、 CEG 分别看做刚片Ⅰ和Ⅱ，刚片Ⅰ和Ⅱ由三根平行的链杆相连，因而整个体系为瞬变体系。

例 1-5 试对图 1-5 所示体系进行几何组成分析。

解：先去掉基础，再去掉二元体 CAE 、 CBD 后，剩下图 1-5b 所示部分，外边三角形 CDE 和里边的小三角形 abc ，用链杆 1、2、3 相连，所以原体系是无多余约束的几何不变体系。

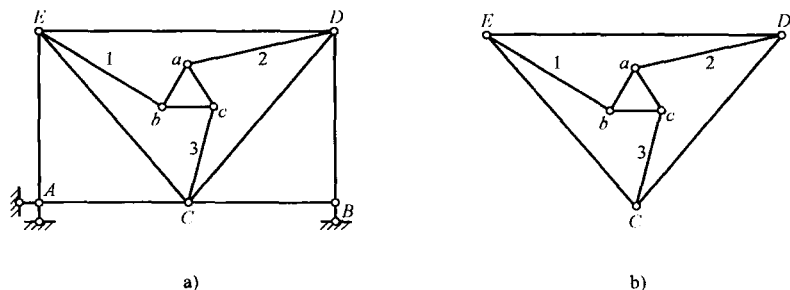


图 1-5 例 1-5 图

例 1-6 试对图 1-6 所示体系进行几何组成分析。

解：首先在三角形 AEF 上依次增加二元体 ABF 、 BCF 、 CGF 组成刚片 I，把杆件 BG 看做一个多余约束。其次，去掉二元体 CDH 、 $GH3$ 。把基础上增加二元体 12 看做刚片 II，则刚片 I 和刚片 II 只用铰 E 相连，因而整个体系为几何可变，但在 $BCGF$ 部分有一个多余约束。

例 1-7 试对图 1-7 所示体系进行几何组成分析。

解：首先在体系上依次去掉二元体 DAB 、 BCF 、 DBF 不改变原体系的几何组成性质，所以下面只分析 DEF 以下部分即可。

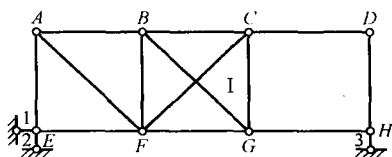


图 1-6 例 1-6 图

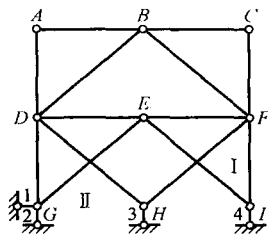


图 1-7 例 1-7 图

把三角形 EFI 看做刚片 I，把杆件 DH 看做刚片 II；把基础上增加二元体 12 看做刚片 III。刚片 I 和刚片 II 由虚铰 F 相连；刚片 I 和刚片 III 由链杆 GE 及链杆 4 相连，交点在 CI 直线上；刚片 II 和 III 由平行链杆 DG 及链杆 3 相连，由于链杆 DG 、3 和直线 CI 平行，且三直线在无穷远处相交，所以三个虚铰在同一直线上，因而整个体系为瞬变。

例 1-8 对图 1-8a 所示体系进行几何组成分析。

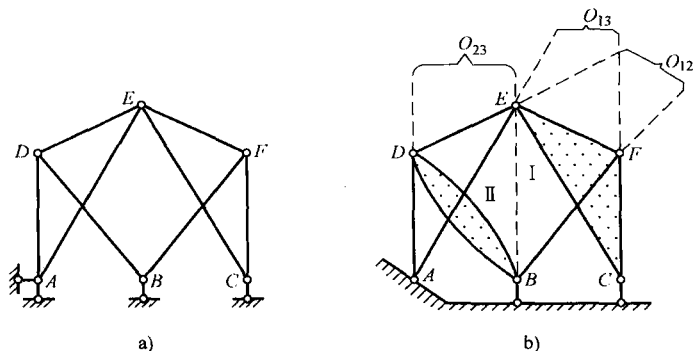


图 1-8 例 1-8 图

解：如图 1-8b 所示，取三角形 CEF 、杆 BD 和基础为三个刚片，分别用链杆 DE 和 BF 、 AD 和 B 处支座链杆、 AE 和 C 处支座链杆两两构成的三虚铰相连，三铰不共线，体系为无多余约束的几何不变体系。

例 1-9 对图 1-9a 所示体系进行几何组成分析。

解：如图 1-9b 所示，取 $BEFG$ 、杆 CD 和基础为三个刚片，I、II 用链杆 DE 和 BC 相连，III、I 用链杆 AB 和支杆 F 相连，II、III 用链杆 AC 和支杆 D 相连，分别构成虚铰 O_{12} 、 F 、 D ，三铰共线，体系为瞬变体系。

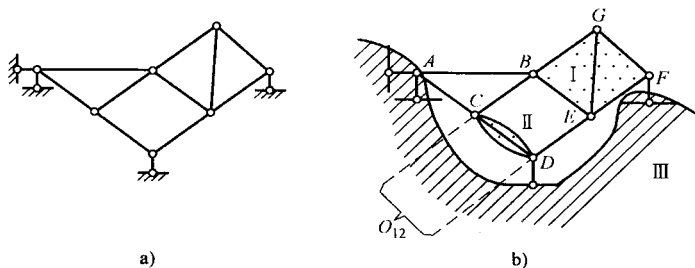


图 1-9 例 1-9 图

例 1-10 试对图 1-10 所示体系进行几何组成分析。

解：1) 计算自由度。体系的自由度为 $W = 2j - b - r = 2 \times 10 - 16 - 4 = 0$

2) 几何组成分析。将 AFG 部分作为一刚片，然后依次增加二元体 ABG 、 BCG 、 CHG ，则 $ACHF$ 部分为一扩大的刚片。此刚片与基础用不共点的三根链杆 1、2、3 相连，组成一个更大的刚片 I。

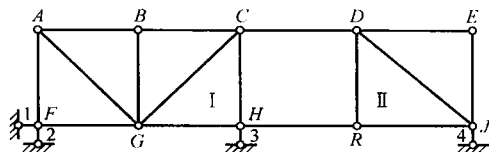


图 1-10 例 1-10 图

同理可把 $DEJR$ 部分作为刚片 II，它由不共点的三根链杆 CD 、 HR 、4 与刚片 I 相连，整个体系为几何不变，且无多余约束。

例 1-11 对图 1-11a 所示体系进行几何组成分析。

解：由杆 AB 增加二元体 1、2 形成刚片 I，由杆 BC 增加二元体 3、4 形成刚片 II，基础为刚片 III，三刚片用三个不共线的铰（铰 O_{12} 、 O_{13} 、 O_{23} ）相连，如图 1-11b 示，体系为无多余约束的几何不变体系。

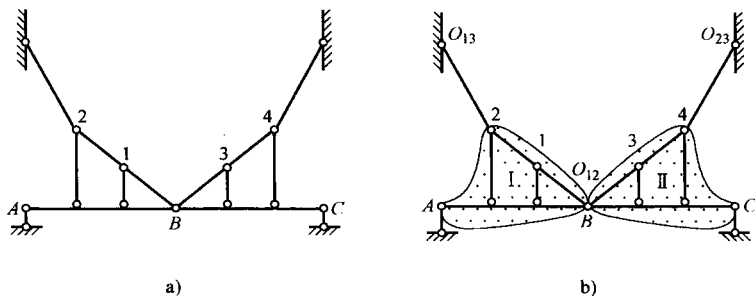


图 1-11 例 1-11 图

例 1-12 试对图 1-12 所示体系进行几何组成分析。

解：由于 $ABCDEF$ 部分由基础简支，所以可只分析 $ABCDEF$ 部分。把三角形 ABD 看做刚片 I， BCF 看做刚片 II，杆件 GE 看做刚片 III，则三个刚片由不共线的单铰 B 及虚铰 O_1 、 O_2 分别两两相连，构成无多余约束的几何不变体系。

例 1-13 试对图 1-13 所示体系进行几何组成分析。

解：把三角形 CDF 看做刚片 I，杆件 AB 看做刚片 II，基础和二元体 23 看做刚片 III。刚片 I 和刚片 II 由链杆 BC 、 AD 相连，相当于虚铰 D ；刚片 I 和刚片 III 由链杆 CE 、 4 相连，相当于虚铰 O_1 ；刚片 II 和 III 由链杆 EB 、 1 相连，相当于一个虚铰，三个虚铰不共线，体系几何不变，且无多余约束。

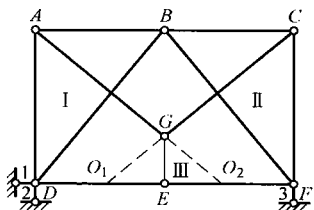


图 1-12 例 1-12 图

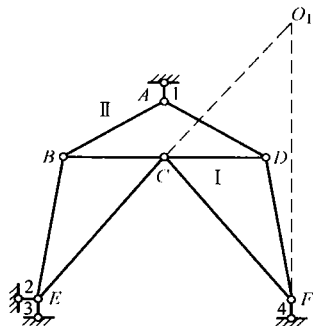


图 1-13 例 1-13 图

例 1-14 试对图 1-14a 所示体系进行几何组成分析。

解：在不改变 A 、 D 、 E 三处与外部连接的条件下，先将刚片 ADE 用铰接三角形 ADE 代替，如图 1-14b 所示。取 CEF 、杆 BD 和基础为三个刚片，I、II 用链杆 AD 和支杆 B 相连，构成虚铰 O_{12} ，III、I 用链杆 AE 和支杆 C 相连，构成虚铰 O_{13} ，II、III 用链杆 DE 和 BF 相连，构成虚铰 O_{23} ，三铰不共线，体系为无多余约束的几何不变体系。

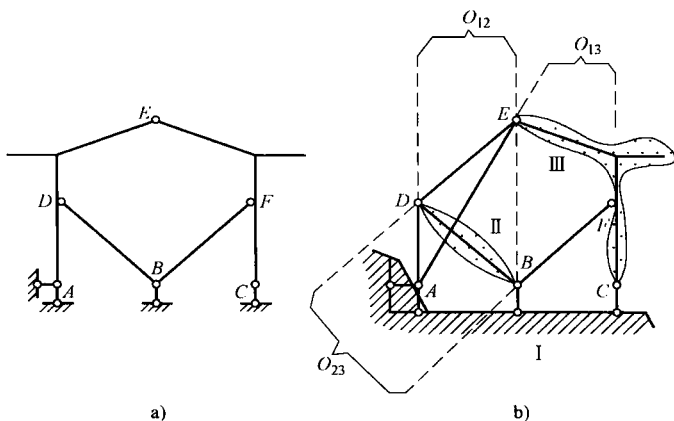


图 1-14 例 1-14 图

1.3 思考题与习题

1.3.1 思考题

1. 已知某体系的计算自由度 $W = -3$ ，则体系的多余约束数为多少？
2. 已知某几何不变体系的计算自由度 $W = -3$ ，则体系的多余约束数为多少？
3. 将三刚片组成无多余约束的几何不变体系，必要的约束数目是几个？
4. 三刚片组成无多余约束的几何不变体系，其连接方式是什么？
5. 图 1-15 所示体系属于几何可变还是几何不变体系？

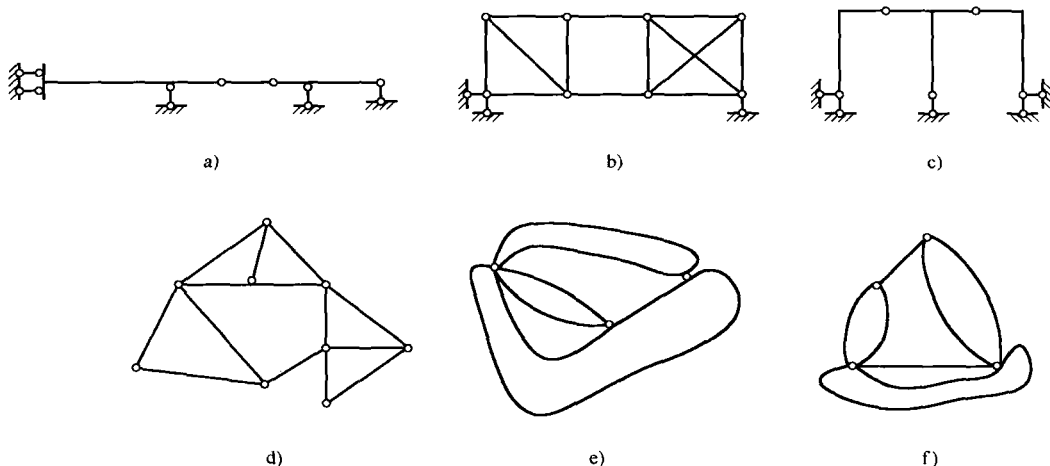


图 1-15 思考题 5 图

6. 瞬变体系在一般荷载作用下将会怎样？
7. 常变体系在一般荷载作用下将会怎样？
8. 从一个无多余约束的几何不变体系上去除二元体后得到的新体系是什么？
9. 图 1-16 所示体系中链杆 1、2 的端点 P 、 P' 分别在何处时形成瞬变体系？
10. 图 1-17 所示体系，固定铰支座 A 可在竖直线上移动以改变等长杆 AB 、 AC 的长度，其他节点位置不变。当图示尺寸为哪种情况时，体系为几何不变体系？

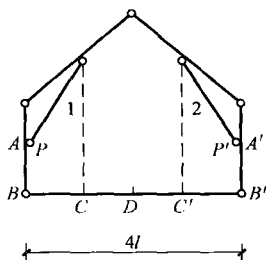


图 1-16 思考题 9 图

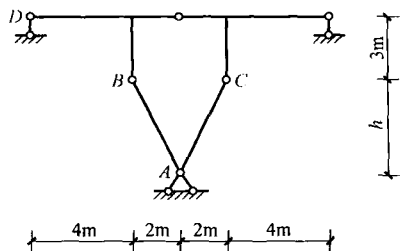


图 1-17 思考题 10 图

1.3.2 习题

1. 求图 1-18 所示体系计算自由度并进行几何组成分析。

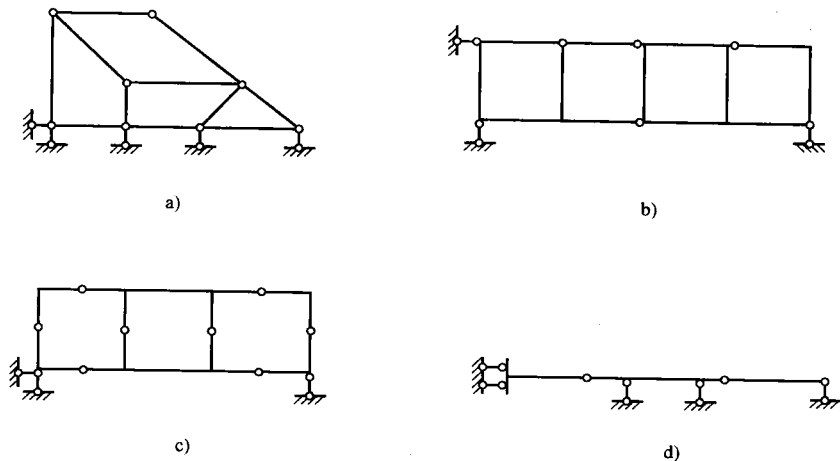


图 1-18 习题 1 图

2. 对图 1-19 所示体系进行几何组成分析。

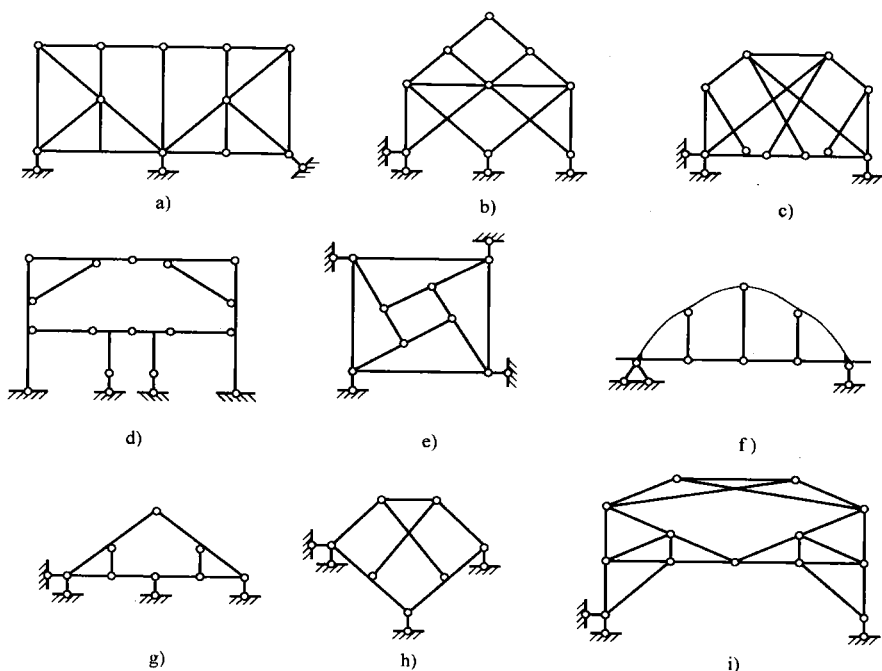


图 1-19 习题 2 图

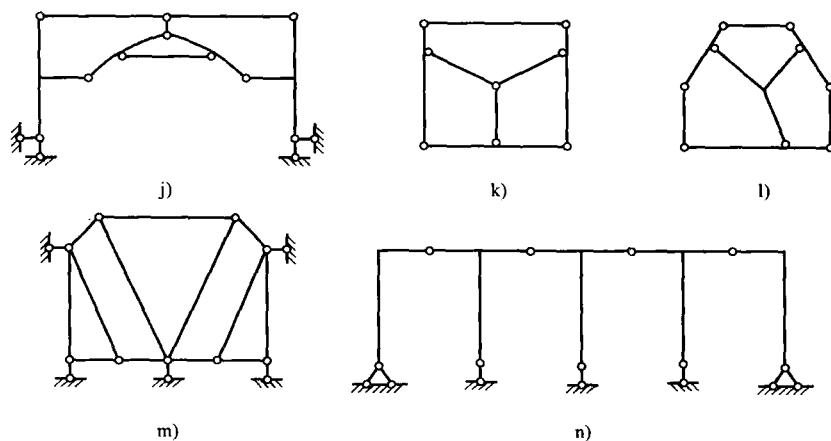


图 1-19 习题 2 图 (续)

3. 求图 1-20 所示体系的计算自由度, 并进行几何组成分析。
4. 对图 1-21 所示体系进行几何组成分析。

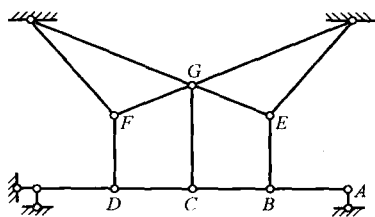


图 1-20 习题 3 图

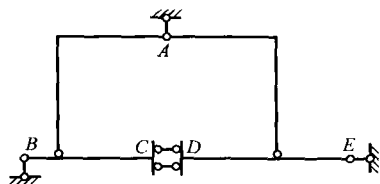


图 1-21 习题 4 图

5. 对图 1-22 所示体系进行几何组成分析。
6. 对图 1-23 所示体系进行几何组成分析。

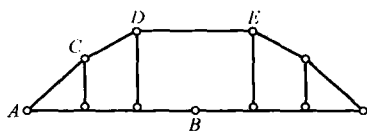


图 1-22 习题 5 图

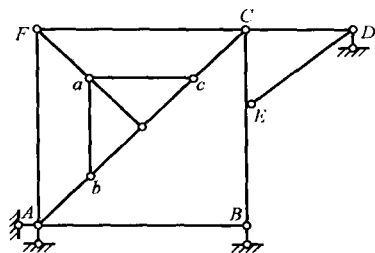


图 1-23 习题 6 图

7. 对图 1-24 所示体系进行几何组成分析。
8. 试对图 1-25 所示体系进行几何组成分析。

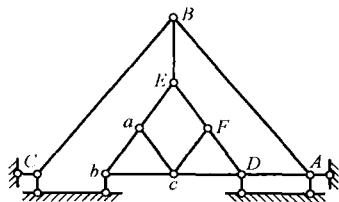


图 1-24 习题 7 图

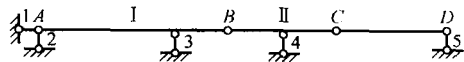


图 1-25 习题 8 图

9. 试对图 1-26 所示体系进行几何组成分析。
10. 试对图 1-27 所示体系进行几何组成分析。

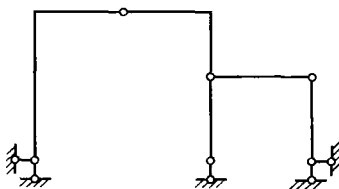


图 1-26 习题 9 图

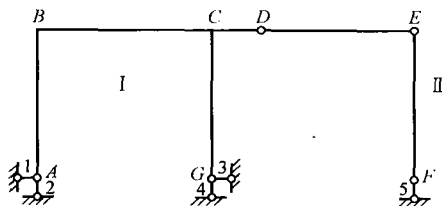


图 1-27 习题 10 图

11. 试对图 1-28 所示体系进行几何组成分析。
12. 试对图 1-29 所示体系进行几何组成分析。

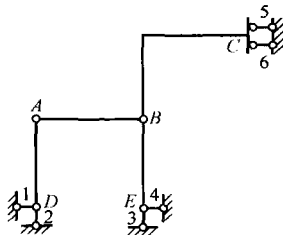


图 1-28 习题 11 图

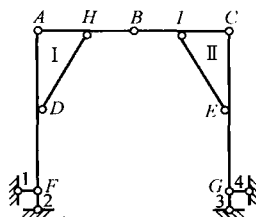


图 1-29 习题 12 图

13. 试对图 1-30 所示体系进行几何组成分析。
14. 试对图 1-31 所示体系进行几何组成分析。

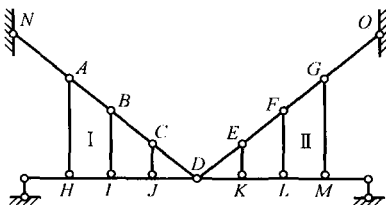


图 1-30 习题 13 图

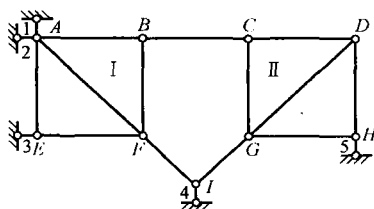


图 1-31 习题 14 图

15. 试对图 1-32 所示体系进行几何组成分析。

16. 试对图 1-33 所示体系进行几何组成分析。

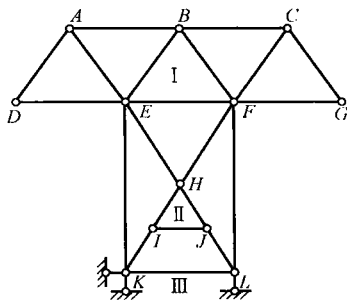


图 1-32 习题 15 图

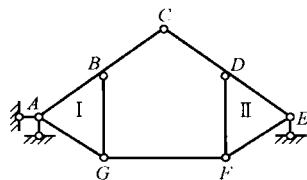


图 1-33 习题 16 图

17. 试对图 1-34 所示体系进行几何组成分析。

18. 试对图 1-35 所示体系进行几何组成分析。

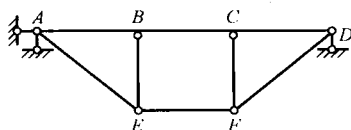


图 1-34 习题 17 图

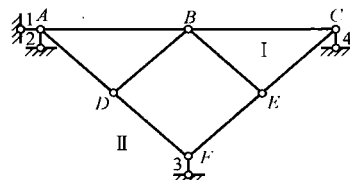


图 1-35 习题 18 图

19. 试对图 1-36 所示体系进行几何组成分析。

20. 试对图 1-37 所示体系进行几何组成分析。

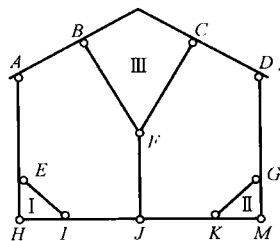


图 1-36 习题 19 图

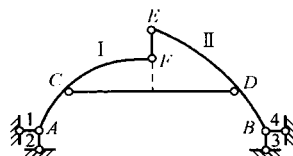


图 1-37 习题 20 图

21. 试对图 1-38 所示体系进行几何组成分析。

22. 试对图 1-39 所示体系进行几何组成分析。

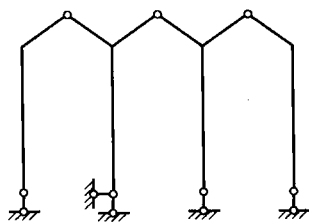


图 1-38 习题 21 图

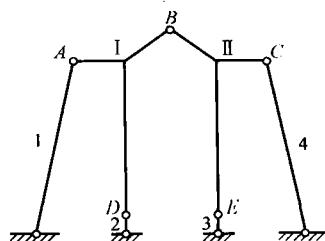


图 1-39 习题 22 图