

新编教与学

首都师范大学出版社



王剑青 马慧生 主编

初中数学

新编教与学

初中数学

王剑青 马惠生 主编

王剑青 王珊珊 王 玮
马惠生 陈观芬 徐惠珍 编著

首都师范大学出版社

(京)新208号

图书在版编目 (CIP) 数据

新编教与学初中数学 / 王剑青主编. — 北京: 首都师范大学出版社, 1994.9

ISBN 7-81039-407-X

I. 新… II. 王… III. 数学-初中-教学参考资料
IV. G633.6

中国版本图书馆CIP数据核字 (94) 第07449号

首都师范大学出版社

(北京西三环北路105号 邮政编码100037)

北京昌平兴华印刷厂印刷 全国新华书店经销

1994年9月第1版 1995年3月第2次印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 6.375

字数: 130千 印数: 25,001—56,000册

定价: 4.10元

《新编教与学》出版说明

《教与学》丛书自1988年2月出版至于今，历时六载长销不衰，已稳定地成为部分地区初三、高三学生复习备考的必备用书。

为适应教学改革与升学考试的重大变化，作者与出版者，在充分吸取读者意见、教学与改革经验的基础上，展望教育改革与考试改革的发展趋向后，重新编制了写作大纲，重新组织了《新编教与学》丛书。

《新编教与学》丛书基本保持了原丛书的主体结构、知识框架，强化了能力培养与训练，更新了习题与模拟试题的内容。

我们希望使用本书的老师、家长、学生和我们联系，给我们提出批评、建议、指教和希望，使我们的工作更上一层楼，为教育工作更多地做些贡献。

目 录

第一章 实数	(1)
一、基础知识	(1)
(一)实数集	(1)
(二)实数的有关性质	(2)
(三)实数的运算	(3)
二、例题分析	(4)
三、题型练习一	(7)
第二章 代数式	(12)
一、基础知识	(12)
(一)代数式	(12)
(二)整式的运算法则	(13)
(三)分式	(14)
(四)根式	(15)
二、例题分析	(16)
(一)整式	(16)
(二)分式	(21)
(三)根式	(24)
三、题型练习二	(27)
第三章 方程与不等式	(33)
一、基础知识	(33)
(一)方程与不等式的基本概念	(33)
(二)一次方程(组)和一次不等式组	(34)

(三)一元二次方程和二元二次方程组.....	(34)
二、例题分析.....	(36)
三、题型练习三.....	(41)
第四章 指数与对数.....	(48)
一、基础知识.....	(48)
(一)指数.....	(48)
(二)对数.....	(49)
二、例题分析.....	(50)
(一)指数运算.....	(50)
(二)对数运算.....	(52)
三、题型练习四.....	(57)
第五章 函数.....	(62)
一、基础知识.....	(62)
(一)直角坐标系.....	(62)
(二)函数.....	(63)
(三)函数的图象和性质.....	(63)
(四)求点的坐标(x, y)的常用方法.....	(65)
二、例题分析.....	(67)
三、题型练习五.....	(74)
第六章 解三角形.....	(80)
一、基础知识.....	(80)
(一)三角函数.....	(80)
(二)解三角形.....	(81)
(三)三角形的解法.....	(82)
二、例题分析.....	(83)
三、题型练习六.....	(90)
第七章 直线形.....	(95)

一、基础知识	(95)
(一)相交直线和平行直线	(95)
(二)一般三角形的性质	(95)
(三)特殊三角形的性质	(96)
(四)两个三角形全等	(97)
(五)两个三角形相似	(97)
(六)关于比例线段的定理	(98)
(七)平行四边形和特殊的平行四边形的判定和 性质	(98)
(八)梯形的性质	(100)
(九)多边形的性质	(100)
(十)关于面积计算	(100)
(十一)三角形常用的辅助线	(100)
(十二)关于不等角	(102)
(十三)成比例的线段	(103)
(十四)关于平行四边形和特殊的平行四边形	(107)
(十五)关于梯形的五种辅助线	(109)
(十六)面积	(110)
二、例题分析	(112)
(一)线段或角相等的证明	(112)
(二)线段和差或倍分的证明	(113)
(三)线段或角不等关系的证明与计算	(115)
(四)成比例的线段	(116)
(五)相似三角形	(117)
(六)平行四边形	(120)
(七)梯形	(121)
(八)面积	(123)

三、题型练习七(A卷、B卷).....	(128)
第八章 圆.....	(137)
一、基础知识.....	(137)
(一)圆的基本性质.....	(137)
(二)点和圆、直线和圆、圆和圆的位置关系.....	(137)
(三)与圆有关的角.....	(139)
(四)圆的比例线段.....	(139)
(五)圆和多边形的关系.....	(139)
(六)圆的度量.....	(140)
(七)证题方法.....	(141)
二、例题分析.....	(147)
(一)圆的基本性质.....	(147)
(二)与圆有关的角.....	(148)
(三)两圆相切和相交.....	(150)
(四)圆的内切和外切四边形.....	(152)
(五)圆与比例线段.....	(154)
(六)圆和解三角形.....	(156)
三、题型练习八(A卷、B卷).....	(157)
答案与提示.....	(165)
模拟试卷(A).....	(180)
模拟试卷(B).....	(185)
模拟试卷(C).....	(190)

第一章 实数

一、基础知识

(一)实数集

1. 有理数

正整数、零、负整数统称为整数；正分数、负分数统称为分数；整数和分数统称为有理数。

有理数总可以表示成为以整数为分子、自然数为分母的既约分数形式，如 a/b ，其中 a 为整数， b 为自然数。

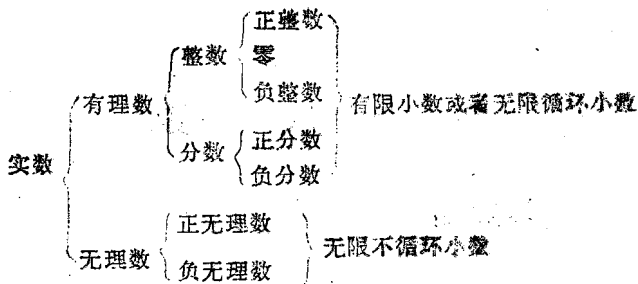
有理数表示成小数形式，一定是有限小数或者是无限循环小数（整数可看作小数点后面带零的小数，如4可看作4.0）。

2. 无理数

无限不循环小数叫做无理数。开方开不尽的方根都是无理数，例如 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt[3]{5}$ 、 $\sqrt[4]{6}$ 等，但无理数并不都是开方开不尽产生的，如 π 、 $\lg 2$ 、 $\sin 10^\circ$ 、 $0.101001\cdots$ 等也是无理数。

3. 实数

有理数和无理数统称为实数。



(二)实数的有关性质

1. 实数和数轴

数轴是一条规定了原点、正方向和单位长度的直线。每一个有理数都可以用数轴上的点来表示，但数轴上的点并不都表示有理数。实数和数轴上的点是一一对应的，即每一个实数都是可以用数轴上相对应的点来表示的唯一的实数。

2. 相反数

只有正、负符号不同的数叫做相反数。零的相反数是零。任何实数都有相反数。

3. 实数的绝对值

一个正实数的绝对值是它本身；一个负实数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases} \text{ 或者 } |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ -a & (a \leq 0) \end{cases}$$

一个实数的绝对值的几何意义，是数轴上表示这个实数的点到原点的距离。

4. 实数的大小比较

数轴上表示实数的点，位于右边的相应的数大于位于左

边的相应的数。

正数都大于零，负数都小于零。正数大于一切负数。两个负数，绝对值大的反而小。

(三)实数的运算

1. 实数的运算

在实数范围内可进行加、减、乘、除、乘方的运算（除数不为零），非负实数可进行开方运算。任取两个实数，其和、差、积、商（分母不为零）、幂仍为实数。

2. 幂和乘方

求几个相同因数的积的运算叫做乘方，乘方的结果叫做幂。 $\underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{个} a} = a^n$ 。在 a^n 中， a 叫做底数， n 叫做指数。

3. 方根和开方

如果 $x^n = a$ （ n 为大于1的整数），那么 x 叫做 a 的 n 次方根，求 a 的 n 次方根的运算叫做 a 开 n 次方， a 叫做被开方数， n 叫做根指数。一个数的二次方根和三次方根，分别叫做这个数的平方根和立方根，可以查《平方根表》和《立方根表》。

4. 运算律和运算顺序

(1) 运算律

交换律 $a+b=b+a$, $ab=ba$.

结合律 $(a+b)+c=a+(b+c)$, $(ab)c=a(bc)$.

分配律 $a(b+c)=ab+ac$

(2) 运算顺序：先进行第三级运算——乘方或开方，再进行第二级运算——乘或除，最后进行第一级运算——加或减，在同一级运算中，应该从左到右依次进行运算；如有括号，一般应先从括号内的运算；如果符合运算律，可以变更运算顺序。

二、例题分析

例1 下列各数中, 哪些是无理数? 哪些是分数?

$$-\frac{1}{3}, 0, \sqrt{72}, 3.1416, \left(\frac{1}{10}\right)^{-2}, \sqrt{256}, 0.666\ldots, \\ 0.3010020002\ldots, -\frac{1}{\pi}, \sqrt[3]{-\frac{1}{8}}, \sqrt{1-\frac{1}{2}}, \sqrt{5}-\sqrt{2}.$$

解: 无理数: $\sqrt{72}, 0.3010020002\ldots, -\frac{1}{\pi}, \sqrt{1-\frac{1}{2}}, \sqrt{5}-\sqrt{2}.$

分数: $-\frac{1}{3}, 3.1416, 0.666\ldots, \sqrt[3]{-\frac{1}{8}}.$

例2 比较各数大小:

(1) $-\frac{12}{7}$ 和 $-1\frac{3}{4}$; (2) $2\sqrt{7}$ 和 $4\sqrt{2}$;

(3) $-\sqrt{2}$ 和 -1.414 ; (4) 当 $a > b > 0$ 时, $\frac{1}{a}$ 和 $\frac{1}{b}$.

解: (1) $\because \left| -\frac{12}{7} \right| = 1.71\ldots, 1 - \left| \frac{3}{4} \right| = 1.75$, 而 $1.71\ldots < 1.75$, $\therefore -\frac{12}{7} > -1\frac{3}{4}.$

(2) $\because 2\sqrt{7} = \sqrt{28}, 4\sqrt{2} = \sqrt{32}$, 而 $\sqrt{28} < \sqrt{32}$, $\therefore 2\sqrt{7} < 4\sqrt{2}.$

(3) $\because |-\sqrt{2}| = \sqrt{2} = 1.414\ldots, |-1.414| = 1.414$, 而 $1.414\ldots > 1.414$, $\therefore -\sqrt{2} < -1.414.$

(4) $\because \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$, 又 $\because a > b > 0$, $\therefore b-a < 0$, $ab > 0$, $\therefore \frac{b-a}{ab} < 0$, $\therefore \frac{1}{a} < \frac{1}{b}.$

例3 计算: (1) $(-0.25) \times (-5) \times (-6) \times 4$

$$(2) -2^3 - (-2)^3 + (-2)^2 - (-2^2) + (-1^{1993}) + (-1)^{1994}$$

解: (1) 原式 = $-\left(\frac{1}{4} \times 5 \times 6 \times 4\right) = -30.$

(2) 原式 = $-8 - (-8) + 4 - (-4) - 1 + 1$
 $= -8 + 8 + 4 + 4 = 8.$

乘除结果正负的关键在于负因数的个数, 负因数是奇数结果是负数; 负因数的个数是偶数, 结果则是正数.

例4 计算:

(1) $\frac{1}{7} + \left\{ \left[\frac{1}{8} - \left(\frac{1}{7} - \frac{2}{5} \right) \right] - \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{5} \right) \right\};$

(2) $\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right) \times (-12)$

(3) $\left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right);$

(4) $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{9.11}.$

分析和解答: 这几道题目都是混合运算式, 运算顺序是先乘方开方, 次乘除, 后加减; 先括号内, 后括号外; 先小括号, 再中括号, 后大括号. 运算时如果灵活地应用运算律, 可以使运算简便. 同级运算先左后右, 依次进行.

(1) 原式 = $\frac{1}{7} + \left[\frac{1}{8} - \frac{1}{7} + \frac{2}{5} \right] - \frac{1}{8} - \frac{3}{5}$
 $= \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{8} \right) + \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{5} \right) = -\frac{1}{5}.$

(交换律、结合律)

(2) 原式 = $\left(-\frac{1}{2} \right) \times (-12) - \frac{1}{3} \times (-12) - \frac{1}{6} \times (-12)$
 $- \frac{1}{8} \times (-12) \quad \quad \quad \text{(分配律)}$

$$=6+4+2+\frac{3}{2}=13\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 原式} &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \\ &= 1 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) - \frac{1}{10} \\ &= 1 + 0 + 0 + \cdots + 0 - \frac{1}{10} \\ &= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \quad (\text{结合律}) \end{aligned}$$

(4) 本题按一般方法，先通分，后加减，运算很繁，参照上题：原式

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \cdots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11}\right) \\ &= \frac{1}{2} \left[1 + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) - \frac{1}{11}\right] \\ &= \frac{1}{2} \left[1 + 0 + 0 + \cdots + 0 - \frac{1}{11}\right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{11} = \frac{5}{11} \end{aligned}$$

例5 化简：

$$(1) |1-a| + |2a+1| \quad (a < -2);$$

$$(2) \sqrt{a^2 - 4a + 4} + |a+1| \quad (0 < a < 2)$$

解：(1) $\because a < -2 \therefore 1-a > 0, 2a+1 < 0$

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= 1-a-(2a+1) = 1-a-2a-1 \\ &= -3a \end{aligned}$$

$$(2) \text{原式} = |a-2| + |a+1|$$

$$\because 0 < a < 2, \therefore a-2 < 0, a+1 > 0,$$

$$\therefore \text{原式} = 2-a+a+1 = 3.$$

例6 已知 $\frac{(a-3b)^2 + |a^2-4|}{\sqrt{a+2}} = 0$, 求实数 a, b 的值.

解: $\because (a-3b)^2 \geq 0, |a^2-4| \geq 0,$

$$\therefore \text{由原等式可得} \begin{cases} a-3b=0 \\ a^2-4=0 \end{cases}.$$

由 $a^2-4=0, a=\pm 2, \therefore b=\pm \frac{2}{3}, \because \sqrt{a+2} \neq 0,$

$$\therefore a \neq -2, b \neq -\frac{2}{3}.$$

$$\therefore a=2, b=\frac{2}{3}.$$

注: 若干个非负数的和为零, 则每个非负数必为零.

三、题型练习一

(一)填空题

1. 绝对值最小的整数是 0; 绝对值等于 0.3 的有理数是 ± 0.3 .

2. 绝对值小于 4.5 而大于 2 的正整数是 3.

3. 0.2 的相反数的倒数的绝对值是 5.

4. $-|-4|$ 的相反数是 4.

5. 大于 -6 的负整数是 -5, -4, -3, -2, -1.

6. 近似数 0.310 精确到 千分位, 它有 3 个有效数字.

(二)选择题

1. 下列说法正确的是 (C)

(A) 整数就是正整数和负整数;

(B) 分数包括正分数、负分数、零；

(C) 零是整数，但不是自然数；

(D) 有理数中不是负数就是正数。

2. 下列各数中，最小的数是 (C)

(A) $|-3|$ ； (B) 2的相反数；

(C) $-\frac{1}{4}$ 的倒数； (D) 0的相反数。

3. 下列情况中，两数的和不一定为正数的是 (B)

(A) 两加数都为正数；

(B) 一加数为正数，另一加数为负数，且它们的绝对值不相等。

(C) 一加数为正数，另一加数为零。

(D) 一加数为正数，另一加数为负数，且正加数的绝对值大于负加数的绝对值。

4. 下列各组数中，哪两个算式是相等的 (D)

(A) 3^2 和 2^3 ； (B) $(-3)^2$ 和 -3^2 ；

(C) 3×2 和 3^2 ； (D) $2^2 \times 3^2$ 和 $(2 \times 3)^2$

5. 下列说法不正确的是 (A)

(A) 任何数都有倒数；

(B) 分数的倒数是整数或者是分数；

(C) 正数的倒数是正数；

(D) 负数的倒数是负数。

6. 计算： $\frac{4}{3} \times \pi \times 6.9^3 \approx \frac{4}{3} \times 3.14 \times 6.9^3 \approx 1375.4 =$

(D) (保留两位有效数字)

(A) 1.3×10^3 ； (B) 1.4×10^4 ；

(C) 1400 (D) 1.4×10^3 。

7. 如果 $a < b < 0$ ，那么 (A)

(A) $|a| > |b|$ ； (B) $|a| < |b|$ ；

(C) $|a| = |b|$; (D) $|a| = |b| = 0$.

8. 有理数的绝对值是 (C)

(A) 正数; (B) 负数;

(C) 非负数; (D) 自然数.

(三) 习题

1. 计算

$$(1) \quad 6\frac{3}{5} + 24 - 18 + 4\frac{4}{5} - 16 + 18 - 6.8 - 3.2;$$

$$(2) \quad 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - (-2) \div (-2)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-3) \div \left(-\frac{1}{2}\right)^3;$$

$$(3) \quad |-10.5| + 1 \div (-1)^{20} - 2^2 \times \left(-1\frac{1}{2}\right)^3;$$

$$(4) \quad \left\{ \left[3\frac{3}{4} \div \left(-\frac{1}{4}\right) + 0.4 \times \left(-\frac{5}{2}\right)^2 \right] \div \left(-\frac{5}{3}\right) - 20 \right\} \times (-1)^{37}$$

2. 计算

$$(1) \quad \text{已知 } S = \frac{1}{2}ah, \text{ 求 } h, \text{ 当 } S = a$$

$$(2) \quad \text{已知 } m = 2\frac{1}{7}, n = 4\frac{2}{3}, \text{ 求 } m : \frac{1}{n}, \text{ 及 } \frac{1}{m} : \frac{3}{n}$$

$$(3) \quad \text{已知 } m = -\frac{1}{2}, n = -1, \text{ 求 } 5m^2n^3 + 4(m-n);$$

$$(4) \quad \text{已知 } x = -\frac{3}{4}, \text{ 求 } \frac{2x^2 - 4x - 1}{x^2 + x + 1}.$$

3. 化简

$$(1) \quad |x-2| + 2|x+3| \quad (x > 3);$$

$$(2) \quad |x-2| + |2x+1| \quad \left(x < -\frac{1}{2}\right);$$