



电子信息与电气学科规划教材 · 电子电气基础课程

电磁场与电磁波基础

(第2版)

刘 岚 黄秋元 程 莉 胡耀祖 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

电子信息与电气学科规划教材·电子电气基础课程

电磁场与电磁波基础

(第2版)

刘 岚 黄秋元 程 莉 胡耀祖 编著

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是按照电子信息与电气类专业“电磁场与电磁波”课程教学的基本要求,本着深入浅出、通俗易懂的原则而编写的。为了更适合于电子信息与电气类专业学生的学习,本书在给出了“场”的基本方程和一般概念与分析方法后,重点着墨于“波”的基本特性与传播过程分析。

本书共分 11 章,主要内容包括:矢量分析与场论,电场、磁场与麦克斯韦方程,介质中的麦克斯韦方程,矢量位与标量位,静态场的解,自由空间中的电磁波,非导电介质中的电磁波,导电介质中的电磁波,波的反射与折射,等等。本书最后对电磁波的导引和辐射进行了简要的介绍。每章之后均附有本章小结和丰富的习题,书末附有大部分习题参考答案。

本书可作为普通高等院校通信工程、电子信息工程、电子科学与技术、自动化、电气工程及其自动化等专业的本科生教材,也可供从事“电磁场与电磁波”方向的工程技术人员参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场与电磁波基础 / 刘岚等编著. —2 版. —北京: 电子工业出版社, 2010.7

电子信息与电气学科规划教材·电子电气基础教程

ISBN 978-7-121-11188-4

I. ①电… II. ①刘… III. ①电磁场—高等学校—教材②电磁波—高等学校—教材 IV. ①O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 119664 号

策划编辑: 段丹辉

责任编辑: 段丹辉

印 刷: 涿州市京南印刷厂

装 订: 涿州市桃园装订有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编: 100036

开 本: 787×1092 1/16 印张: 18.5 字数: 498 千字

印 次: 2010 年 7 月第 1 次印刷

印 数: 4000 册 定价: 32.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

前 言

电磁场与电磁波理论是近代自然科学中,理论相对最完整、应用最广泛的支柱学科之一。电磁场与电磁波技术已遍及人类的科学技术、政治、经济、军事、文化及日常生活的各个领域。

目前,“电磁场与电磁波”是电子信息与电气类专业学生必修的一门重要的专业基础课程,它所涉及的内容是电子信息与电气类专业学生知识结构的必要组成部分。通过该课程的学习,可使学生在建立场与路的统一认识的基础上,从集总参数电路理论过渡到分布参数的高频电路理论,为学习半导体技术、光电子技术、微波技术、天线理论、光纤通信、移动通信等专业课程或从事电磁工程研究奠定必要的基础。尤其是在当今光电子与信息技术高速发展的时代,不断升高的工作频率或信号速率成为了电子产品开发中不可忽视的技术前提,这时许多技术问题用集总参数电路的理论已难以解决,而必须使用场和波的观点才能得到完整的解释,电磁技术成为了光电子产品性能的决定因素。在光电子与通信领域中,不管是光还是电子、有线通信还是无线通信、数字通信还是模拟通信,在频率较高或信号速率较高时,其信号在信道中的传输与处理过程都离不开电磁场与电磁波的理论知识。

但是,由严密的数学推证、精确的实验和科学的抽象所构成的电磁场与电磁波理论却实在是一门既难教又难学的课程,它在数学方法和物理概念不断相互交融中所表现出来的轮廓和内涵,常常会令人感到望而生畏,从而使学生难以提高学习兴趣。

数年来,我们一直希望能出版一本既通俗易学,又重点突出的教材,这里要突出的重点就是与电气信息类专业较为密切的电磁波学。虽然,电磁场与电磁波密不可分,但是在给出场的基本概念后,我们希望能围绕着波的理论进行较为广泛和深入的探讨,本书就是在这样的指导思想下编写的。2006年,我们出版了本书的第一版,通过几年的使用,发现了一些问题,同时也积累了一些经验,希望这次修订能够弥补不足,使本书的质量得到进一步的提升。本书在这次修订过程中融入了如下的考虑:

(1) 在学生已有的理论基础上由浅入深展开教学,强调基础,重视基本概念,并及时总结,让学生感到经过努力,能够掌握所学内容,从而增强学生的学习信心;

(2) 从各个不同角度反复强调基本理论和计算公式的适用条件,帮助学生建立清晰的物理概念,并培养学生良好的科学习惯,避免学生盲目套用公式;

(3) 处处以麦克斯韦方程组这一描述宏观电磁现象的基本理论为指导,对一些宏观电磁现象和问题进行定性分析与定量计算,培养学生正确的思维方法和分析问题的方法,提高学生运用理论解决实际问题的能力;

(4) 帮助学生掌握“类比”这一科学的分析方法,使学生不断巩固所学内容,缩短新内容的学习过程;

(5) 在内容编排中,既有从特殊到一般的归纳方法,又有从一般到特殊的演绎方法,既能使学生易于接受新内容,又能培养学生的抽象思维能力;

(6) 紧跟时代步伐,调整教学内容,使学生看到科学技术的不断发展,产生努力学习的紧迫感。

本书的编写借助了国内外优秀教材的成功之处，以及编者在教学和研究方面所积累的经验。本书有如下特点：

- (1) 以场的理论为基础进行分析，以波的特性为重点展开论述；
- (2) 采用不同的论述体系。从力的类比入手引入场，从大学物理的基础导出电磁场与电磁波的基本理论和基本方程；
- (3) 强调并引入位函数，同时以静态场为例介绍位场的求解方法；
- (4) 在不同的介质条件下反复分析场与波的基本规律；
- (5) 结合工程实际情况，对波的产生、导波及辐射进行分析讨论。

本书共分 11 章，主要内容包括：矢量分析与场论，电场、磁场与麦克斯韦方程，介质中的麦克斯韦方程，矢量位与标量位，静态场的解，自由空间中的电磁波，非导电介质中的电磁波，导电介质中的电磁波，波的反射与折射，导行电磁波，辐射系统，等等。本书最后对电磁波的导引和辐射进行了简要的介绍。每章之后均附有小结和习题，书末附有大部分习题答案。

本书适用于 48~64 教学学时，任课教师可根据具体情况决定内容取舍。为方便教师教学和读者自学，本书配有免费电子教学课件，可登录华信教育资源网(www.hxedu.com.cn)免费注册下载或发送电子邮件至 duandh@phei.com.cn 向本书的责任编辑索取。此外，为选用本书作为教材的任课老师免费提供课后习题的详细解题过程。欢迎任课教师及时反馈授课心得和建议。

本书由武汉理工大学刘岚教授负责统稿。其中，第 6~9 章和第 11 章由刘岚编写，第 1 章和第 5 章由黄秋元编写，第 2~4 章由程莉编写，第 10 章由胡耀祖编写。

本书承华中科技大学杨晓非教授主审，并经武汉大学胡钊教授审阅，他们提出了不少有益的建议和宝贵意见，在此一并表示诚挚的感谢。

限于编者的水平和经验，书中难免存在错误和不妥之处，敬请广大读者批评指正。作者的联系方式：whekon@163.com。

编 者

2010 年 6 月于武汉

本书符号说明

a	半径(m)
A	面积(m ²)
$\mathbf{a}$	任意矢量
$\mathbf{A}$	矢量位(Wb/m, 韦伯每米)
b	直径(m)
$\mathbf{b}$	任意矢量
$\mathbf{B}$	磁场矢量(T, 特斯拉); 磁感应强度矢量; 磁通密度矢量
$\mathbf{B}_0$	恒定磁场矢量
$\mathbf{B}'_0$	反射波中的恒定磁场矢量
$\mathbf{B}''_0$	透射波中的恒定磁场矢量
c	自由空间中的光速
C	电容(F, 法拉第); 任意标量
$\mathbf{c}$	任意矢量
$\mathbf{D}$	电位移矢量(C/m ²)或称为电通量密度矢量
E	电动势
e_E	电源的电动势
$\mathbf{e}_x$	x 轴方向的单位矢量
$\mathbf{e}_y$	y 轴方向的单位矢量
$\mathbf{e}_z$	z 轴方向的单位矢量
$\mathbf{e}_r$	r 增量方向的单位矢量
$\mathbf{e}_\theta$	θ 增量方向的单位矢量
$\mathbf{e}_\varphi$	φ 增量方向的单位矢量
$\mathbf{e}_n$	法线方向的单位矢量
$\mathbf{E}$	电场矢量(V/m)
$\mathbf{E}_0$	恒定电场矢量
$\mathbf{E}'_0$	反射波中的恒定电场矢量
$\mathbf{E}''_0$	透射波中的恒定电场矢量
f	频率(Hz); 可变函数
f_c	截止频率; 极限频率(Hz)
$\mathbf{F}$	力矢量(N, 牛顿)

(续)

g	天线增益; 可变函数
H	磁场强度矢量 (A/m)
i	$\sqrt{-1}$
I	电流 (A, 安培)
J	电流密度矢量 (A/m ²)
J_f	自由电流密度矢量 (A/m ²)
J_b	极化电流密度 (A/m ²)
J_c	传导电流密度矢量 (A/m ²)
J_v	运流电流密度矢量 (A/m ²)
J_d	位移电流密度矢量 (A/m ²)
J_m	磁化介质中的电流密度 (A/m ²)
J_J	雅可比行列式
k	传播常数
k_x	传播矢量的 x 分量
k_y	传播矢量的 y 分量
k_z	传播矢量的 z 分量
k	传播矢量 (幅值为 K)
k'	反射波的传播矢量
k''	透射波的传播矢量
K_w	行波系数
l	电偶极子的长度 (m)
L	自由电荷的位移 (m)
m	电荷 q 的质量 (kg); 整数
M	单位体积介质的磁化强度 (A/m)
n	折射率; 整数
n_i	折射率的虚部
n_r	折射率的实部
N	介质的每单位体积中分子、原子或电荷的数量
p_e	电偶极矩 (C · m)
p_m	磁偶极矩 (C · m)
P	每单位体积的电极化强度 (C/m ²)
q	电荷 (C)
Q	电荷的总量 (C)

(续)

R_r	天线的辐射电阻(Ω)
r	从参考原点到场点的矢量(m)
r_p	从参考原点到电荷点的矢量
r'_p	从参考原点到延迟电荷位置的矢量
R	从电荷位置到场点的矢量
R'	从延迟电荷位置到场点的矢量
R_p	$r_p - r'_p$, 从延迟电荷到当前电荷或电流位置的矢量
R	电阻; 反射系数
$R_{//}$	平行极化波的电场反射系数
$R_{\perp}$	垂直极化波的电场反射系数
S	表面积(m^2)
S_w	驻波系数(VSWR)
S_{av}	熵 [$J/(k \cdot mol)$]; 平均坡印廷矢量(W/m^2)
S	坡印廷矢量(W/m^2)
S_{en}	电磁能量密度(J/m^3)
$\bar{S}_{en}$	平均电磁能量密度(J/m^3)
t	时间(s, 秒)
t'	延迟时间(s, 秒)
T	温度(K, 开尔文)
T_c	居里温度
$T_{//}$	平行极化波的电场折射系数
$T_{\perp}$	垂直极化波的电场折射系数
u	能量(J); 标量
U	电压(V, 伏特); 每单位体积的能量(J/m^3)
v	速度; 电磁波的相速(m/s)
v_p	电磁波的相速(m/s)
v_{en}	电磁波的能量速度(m/s)
v'	电荷的延迟速度(m/s)
V	体积(m^3)
W	功率(W, 瓦特)
W_0	天线或自由电荷辐射的功率
W'_0	束缚电荷辐射的功率
W_i	平面电磁波每单位面积上的功率
x, X	笛卡儿坐标系

(续)

y, Y	笛卡儿坐标系
z, Z	笛卡儿坐标系
x', y', z'	移动电荷的延迟坐标
α_p	分子或原子的极化率
α (alpha)	衰减系数
β (beta)	任意常数; 相位系数
γ (gamma)	电导率(S/m)
Γ (gamma)	闭合曲线; 传播系数
δ (delta)	渗透深度(m)
ε (epsilon)	介电系数
ε_r	介质的相对介电系数
ε_0	自由空间的绝对介电系数, $\varepsilon_0 \approx 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
θ (theta)	角度
λ (lambda)	波长(m)
χ_m (chi)	磁化率
μ (mu)	磁导率(H/m)
μ_r	介质的相对磁导率
μ_0	自由空间的磁导率, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$
π (pai)	$\pi \approx 3.14$
ρ (rho)	电荷体密度(C/m ³); 电压反射系数
σ (sigma)	表面电荷密度(C/m ²)
σ_l	线电荷密度(C/m)
σ_s	自由电荷的散射截面(m ²); 面电荷密度
σ'_s	束缚电荷的散射截面(m ²)
τ (tau)	衰减常数 α 的倒数
φ (phi)	角度
ϕ	电位、标量位(V)
Φ_e	电通量
Φ_m	磁通量
ω (omega)	角频率($\omega = 2\pi f$)
Ω (omega)	欧姆
ψ (psi)	波函数
η (yita)	本征阻抗

目 录

第 1 章 矢量分析与场论	(1)
1.1 矢量的表示和运算	(1)
1.1.1 矢量与标量	(1)
1.1.2 矢量的代数运算	(2)
1.1.3 标量场与矢量场	(4)
1.2 正交坐标系	(4)
1.2.1 正交坐标系的概念	(4)
1.2.2 笛卡儿坐标系	(5)
1.2.3 圆柱坐标系	(6)
1.2.4 球坐标系	(7)
1.2.5 三种坐标系中单位矢量之间的关系	(8)
1.3 矢量函数的通量与散度	(10)
1.3.1 矢量的通量	(10)
1.3.2 散度	(12)
1.3.3 高斯散度定理	(14)
1.4 矢量函数的环量与旋度	(15)
1.4.1 矢量的环量	(16)
1.4.2 矢量场的旋度	(16)
1.4.3 斯托克斯定理	(20)
1.5 标量函数的方向导数与梯度	(21)
1.5.1 标量场与等值面	(21)
1.5.2 方向导数	(21)
1.5.3 梯度	(22)
1.6 格林公式	(25)
1.7 亥姆霍兹定理	(26)
1.7.1 散度和旋度的比较	(26)
1.7.2 亥姆霍兹定理	(26)
1.8 矢量场的分类	(27)
本章小结	(28)
习题 1	(30)
第 2 章 电场、磁场与麦克斯韦方程	(33)
2.1 电场力、电场强度与电位	(34)
2.1.1 电场力与电场强度	(34)

2.1.2	电位	(35)
2.2	磁场力、磁感应强度与磁位	(36)
2.2.1	磁场力与磁感应强度	(36)
2.2.2	矢量磁位	(37)
2.2.3	标量磁位	(40)
2.3	洛伦兹力	(40)
2.4	电偶极子	(41)
2.5	磁偶极子	(43)
2.6	由电通量与高斯定律导出麦克斯韦第一方程	(46)
2.6.1	电通量	(46)
2.6.2	麦克斯韦第一方程	(46)
2.7	由电磁感应定律与斯托克斯定律导出麦克斯韦第二方程	(47)
2.8	由磁通量与高斯定律导出麦克斯韦第三方程	(47)
2.9	由安培环路定律与斯托克斯定律导出麦克斯韦第四方程	(48)
2.9.1	传导电流、运流电流和位移电流	(48)
2.9.2	电流连续性原理	(50)
2.9.3	麦克斯韦第四方程	(51)
2.10	微分形式的麦克斯韦方程组	(52)
2.11	麦克斯韦方程的积分形式	(54)
2.12	麦克斯韦方程的时谐形式	(56)
2.13	电磁场的能量与坡印廷矢量	(57)
	本章小结	(61)
	习题 2	(62)
第 3 章	介质中的麦克斯韦方程组	(64)
3.1	分子模型	(64)
3.2	电介质及其极化	(65)
3.2.1	极化的概念	(65)
3.2.2	极化矢量 $\mathbf{P}$	(66)
3.2.3	介质的分子模型与极化矢量	(67)
3.2.4	高密度介质中的电场	(68)
3.2.5	考虑极化效应的麦克斯韦方程组	(70)
3.3	折射率与相对介电常数	(72)
3.4	介质的磁化	(74)
3.4.1	磁化的概念	(74)
3.4.2	磁化电流与磁化矢量 $\mathbf{M}$	(74)
3.4.3	磁场强度	(74)
3.4.4	磁介质	(75)
3.5	介质中的麦克斯韦方程组	(76)
3.6	电磁场的边界条件	(77)

本章小结	(84)
习题 3	(86)
第 4 章 矢量位与标量位	(88)
4.1 矢量位 $\mathbf{A}$	(88)
4.2 标量位 ϕ	(88)
4.3 用位函数 ϕ 和 $\mathbf{A}$ 表示的非均匀波动方程	(89)
4.4 利用场源 ρ 和 $\mathbf{J}$ 求解位函数 ϕ 和 $\mathbf{A}$	(92)
4.5 李纳—维谢尔位函数	(94)
本章小结	(98)
习题 4	(99)
第 5 章 静态场的解	(100)
5.1 泊松方程和拉普拉斯方程	(100)
5.1.1 静态场中的麦克斯韦方程组	(100)
5.1.2 泊松方程和拉普拉斯方程	(102)
5.2 对偶原理	(105)
5.3 叠加原理和唯一性定理	(106)
5.3.1 边界条件的分类	(106)
5.3.2 叠加原理	(106)
5.3.3 唯一性定理	(107)
5.4 镜像法	(107)
5.4.1 点电荷与无限大平面导体的合成场计算	(107)
5.4.2 电介质分界面的镜像电荷	(109)
5.4.3 球形边界问题	(111)
5.4.4 圆柱形边界问题	(112)
5.5 分离变量法	(113)
5.5.1 笛卡儿坐标系中的分离变量法	(113)
5.5.2 圆柱坐标系中的分离变量法	(116)
5.6 格林函数法	(118)
5.6.1 静电场边值问题的格林函数法表达式	(119)
5.6.2 简单边界的格林函数	(121)
5.7 有限差分法	(122)
本章小结	(125)
习题 5	(126)
第 6 章 自由空间中的电磁波	(128)
6.1 波的数学描述	(128)
6.2 均匀平面波与三维波动方程	(129)
6.3 电波与磁波	(130)
6.4 自由空间中的平面电磁波	(131)
6.4.1 随时间变化的单色平面波	(132)

6.4.2 均匀平面电磁波的特性	(133)
6.5 波的极化	(136)
6.6 电磁波谱	(141)
本章小结	(143)
习题 6	(143)
第 7 章 非导电介质中的电磁波	(145)
7.1 非导电介质中的电磁波方程	(145)
7.2 平面电磁波在理想介质中的传播	(147)
7.3 平面电磁波在非理想介质中的传播	(148)
7.3.1 等效复介电系数	(148)
7.3.2 波动方程及其解	(149)
7.4 低密度气体中的电磁波	(150)
7.5 高密度介质中的电磁波	(152)
7.6 复数折射率的相关结论	(153)
7.7 相速与能流速度	(154)
7.8 色散	(157)
7.9 相速与群速	(158)
本章小结	(160)
习题 7	(160)
第 8 章 导电介质中的电磁波	(162)
8.1 导电介质的一般模型	(162)
8.2 导电介质在高频或低频时的特性	(163)
8.2.1 介质的折射率与导电介质的频率特性	(163)
8.2.2 导电介质的趋肤深度	(165)
8.2.3 导电介质的趋肤效应	(167)
8.3 导电介质中的电磁波	(169)
8.3.1 导电介质中波的传播特性	(169)
8.3.2 良导体中的均匀平面电磁波	(172)
8.4 等离子体对波的反射	(175)
本章小结	(177)
习题 8	(178)
第 9 章 电磁波的反射与折射	(179)
9.1 电磁波传播的边界条件	(179)
9.2 传播矢量	(182)
9.3 平面边界的反射与透射	(183)
9.4 反射波的极化	(191)
9.5 法向入射	(192)
9.6 全折射与全反射	(194)
9.6.1 全折射	(194)

9.6.2 全反射	(195)
9.7 反射波的相位变化	(196)
9.8 各向异性媒质中的平面电磁波	(197)
本章小结	(198)
习题 9	(200)
第 10 章 导行电磁波	(203)
10.1 电磁波在均匀导波装置中传播的一般特性	(203)
10.1.1 电磁波在均匀导波装置中的传播	(203)
10.1.2 均匀导波装置中的 TEM 波、TE 波和 TM 波	(205)
10.1.3 均匀导波装置中的导行波传输特性	(207)
10.2 TEM 传输线	(209)
10.2.1 传输线方程及其时谐稳态解	(209)
10.2.2 传输线的传输特性参数	(213)
10.2.3 无损耗传输线的工作状态	(215)
10.3 矩形波导	(221)
10.3.1 矩形波导中的 TM 波	(221)
10.3.2 矩形波导中的 TE 波	(222)
10.3.3 矩形波导中的 TE_{10} 波	(224)
10.4 圆柱形波导	(228)
10.4.1 圆柱形波导中的 TM 波	(228)
10.4.2 圆柱形波导中的 TE 波	(230)
10.5 导波系统中的功率传输与损耗	(232)
10.5.1 波导的功率传输和功率容量	(232)
10.5.2 波导的损耗和衰减	(233)
10.6 谐振腔	(235)
10.6.1 同轴谐振腔	(235)
10.6.2 矩形谐振腔	(236)
10.6.3 谐振腔的品质因素 Q	(237)
10.7 介质波导和光纤简介	(238)
10.7.1 介质波导	(238)
10.7.2 光纤	(238)
本章小结	(240)
习题 10	(241)
第 11 章 辐射系统简介	(242)
11.1 缓慢移动的加速点电荷的辐射	(242)
11.2 自由电荷的能量散射	(246)
11.3 束缚电荷辐射的散射	(247)
11.4 电偶极子天线的辐射	(248)
11.5 天线的辐射电阻	(250)

11.6 天线的增益	(251)
11.7 磁偶极子天线的辐射	(251)
本章小结	(256)
习题 11	(256)
附录 A 一些有用的数学结论	(257)
附录 B 计算雅可比行列式	(261)
附录 C 矢量 D 、 H 、 E 、 B 、 P 、 M 之间的关系	(262)
附录 D 相关的国际单位	(263)
附录 E 相关的物理常数	(264)
附录 F 中英文术语对照表	(266)
习题参考答案	(272)
参考文献	(280)

第 1 章 矢量分析与场论

也许你会发现,在这门课程中,我们几乎总是在和“场”打交道。实际上,我们周围的物理世界中的确存在着各种各样的场。例如,自由落体现象说明存在着重力场,指南针的偏转现象说明存在着磁场,人们对冷暖的感觉说明空间分布着温度场,等等。从数学的观点出发,一个场中的每一点所具有的物理特性,都可以用一个或几个确定的物理量来描述。然而,当这些描述场点特性的物理量不仅与大小有关,还与方向有关时,通常需要使用矢量来表示它们。

矢量在空间的分布构成了所谓的矢量场,分析矢量场在空间的分布和变化情况时,会涉及矢量的分析方法和场论的概念,为了后面各章学习的需要,有必要首先了解矢量代数及场论的相关知识。

1.1 矢量的表示和运算

1.1.1 矢量与标量

只有大小而不包含方向的物理量称为标量,如温度、电位、能量、长度、时间等都是标量。由标量所描述的场称为标量场。

既有大小又包含方向的物理量称为矢量,也称为向量,如力、速度、加速度、电场强度、磁场强度、电流密度等都是矢量。由矢量所描述的场称为矢量场。

根据我国有关符号使用标准,使用黑斜体字母来表示矢量,如 $\mathbf{A}$ 。矢量 $\mathbf{A}$ 的大小称为矢量的模,表示为 $|\mathbf{A}|$ 或 A ,矢量的方向可用单位矢量表示,如 $\mathbf{e}_a$ 。单位矢量是指长度(模)为 1 个单位的矢量,所以可用它表示方向。在几何描述上,如图 1.1 所示的矢量 $\mathbf{A}$,线段长度代表它的大小(模),线段的方向表示它的方向。

图 1.1 所示的矢量 $\mathbf{A}$ 在一维笛卡儿坐标系(又称为直角坐标系)中表示为



图 1.1 矢量的表示

$$\mathbf{A} = A\mathbf{e}_a \quad (1.1)$$

式中, A 称为矢量 $\mathbf{A}$ 的模; $\mathbf{e}_a$ 描述了矢量 $\mathbf{A}$ 的方向。

在二维笛卡儿坐标系中,矢量 $\mathbf{A}$ 表示为

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{e}_x + A_y\mathbf{e}_y \quad (1.2)$$

式中,矢量 $\mathbf{A}$ 的模为 $|\mathbf{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$,而 $\mathbf{e}_x$ 和 $\mathbf{e}_y$ 则分别为 x 轴和 y 轴方向上的单位矢量,矢量 $\mathbf{A}$ 的方向是由 $\mathbf{e}_x$ 和 $\mathbf{e}_y$ 来描述的。式(1.2)中的 A_x 和 A_y 分别为 $\mathbf{A}$ 在笛卡儿坐标系中的 x 轴分量和 y 轴分量,也可以说是 $\mathbf{A}$ 的两个分量函数。

在三维笛卡儿坐标系中,矢量 $\mathbf{A}$ 表示为

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{e}_x + A_y\mathbf{e}_y + A_z\mathbf{e}_z \quad (1.3)$$

式中, 矢量 $\mathbf{A}$ 的模为 $|\mathbf{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$, 而 $\mathbf{e}_x$ 、 $\mathbf{e}_y$ 和 $\mathbf{e}_z$ 则分别为笛卡儿坐标系 x 、 y 和 z 轴三个方向上的单位矢量, $\mathbf{A}$ 的方向是由 $\mathbf{e}_x$ 、 $\mathbf{e}_y$ 和 $\mathbf{e}_z$ 来描述的。式(1.3)中的 A_x 、 A_y 和 A_z 分别为 $\mathbf{A}$ 在笛卡儿坐标系中的 x 轴分量、 y 轴分量和 z 轴分量, 也可以说是 $\mathbf{A}$ 的三个分量函数。

1.1.2 矢量的代数运算

1. 矢量的加法和减法

矢量加法是矢量之和, 两个矢量之和服从平行四边形规则, 如图 1.2(a) 所示。从代数运算的角度来看, 两个矢量相加等于两矢量的对应坐标分量之和, 即

$$\begin{aligned}\mathbf{A} + \mathbf{B} &= (A_x\mathbf{e}_x + A_y\mathbf{e}_y + A_z\mathbf{e}_z) + (B_x\mathbf{e}_x + B_y\mathbf{e}_y + B_z\mathbf{e}_z) \\ &= (A_x + B_x)\mathbf{e}_x + (A_y + B_y)\mathbf{e}_y + (A_z + B_z)\mathbf{e}_z\end{aligned}\quad (1.4)$$

矢量相加满足交换律与结合律, 即

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A} \quad (\text{交换律})$$

$$\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} \quad (\text{结合律})$$

矢量减法可以看成是矢量加法的特例, 如

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

如图 1.2(b) 所示。通常将 $-\mathbf{B}$ 称为矢量 $\mathbf{B}$ 的逆矢量, 它的大小与 $\mathbf{B}$ 的大小相等, 但方向相反。从代数运算的角度来看, 两矢量相减等于两矢量的对应坐标分量之差, 即

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x - B_x)\mathbf{e}_x + (A_y - B_y)\mathbf{e}_y + (A_z - B_z)\mathbf{e}_z$$

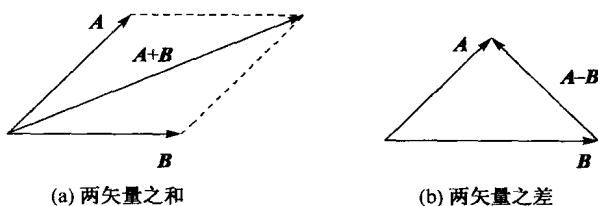


图 1.2 两矢量之和与差

2. 标量与矢量相乘

标量 η 乘以矢量 $\mathbf{A}$, 其积仍为矢量, 并满足以下关系:

$$\eta\mathbf{A} = \eta A_x\mathbf{e}_x + \eta A_y\mathbf{e}_y + \eta A_z\mathbf{e}_z \quad (1.5)$$

$$\eta\mathbf{A} = \begin{cases} |\eta\mathbf{A}| \mathbf{e}_a & \eta \geq 0 \\ |\eta\mathbf{A}| (-\mathbf{e}_a) & \eta < 0 \end{cases} \quad (1.6)$$

式(1.6)中, $\mathbf{A} = A\mathbf{e}_a$ 。

3. 矢量的标积与矢积

两矢量相乘, 其积有两种情况: 一种积为标量, 称为标积; 另一种积仍为矢量, 称为矢积。

两矢量 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{B}$ 的标积记为 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, 标积通常也称为点乘。两矢量的标积等于两矢量的模之积再乘以两矢量夹角的余弦, 也等于两矢量的对应笛卡儿坐标分量积之和, 即