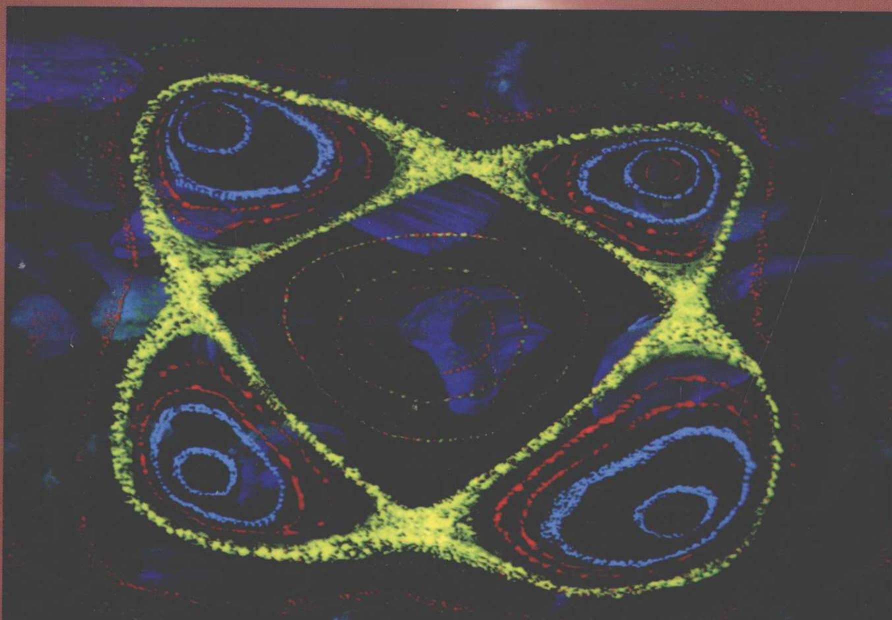
与吴百诗教授主编《大学物理》（第三次修订本 B）配套

大学物理 Physics 习题解析

（第三次修订 B）

修订主编 焦兆焕
刘丹东



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

与吴百诗教授主编《大学物理》（第三次修订本 B）配套

大学物理 Physics 习题解析

（第三次修订 B）

修订主编 焦兆焕
刘丹东

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

内容简介

本书是为配合吴百诗教授主编的《大学物理》(第三次修订本 B)编写的,给出了书中全部习题的详细解答。解答突出物理概念和物理模型,注重思路分析和解题方法的介绍。

本书可供学习大学物理课程的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理习题解析:第三次修订:B版 / 焦兆焕 刘丹东主编.
—西安:西安交通大学出版社,2010.1
ISBN 978-7-5605-3407-7

Ⅰ.①大… Ⅱ.①焦… Ⅲ.①物理学-高等学校-解题 Ⅳ.①04-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 008597 号

书　　名　大学物理习题解析(第三次修订 B)
主　　编　焦兆焕　刘丹东
责任编辑　叶　涛

出版发行　西安交通大学出版社
　　　　　(西安市兴庆南路 10 号　邮政编码 710049)
网　　址　http://www.xjtupress.com
电　　话　(029)82668357　82667874(发行中心)
　　　　　(029)82668315　82669096(总编办)
传　　真　(029)82668280
印　　刷　西安新视点印务有限责任公司

开　　本　880mm×1230mm　A5　印张　9.75　字数　286 千字
版次印次　2010 年 1 月第 1 版　2010 年 1 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5605-3407-7/O·311
定　　价　16.50 元

读者购书、书店添货、如发现印装质量问题,请与本社发行中心联系、调换。
订购热线:(029)82665248　(029)82665249
投稿热线:(029)82664954
读者信箱:jdlgy@yahoo.cn

目　　录

第 1 章　质点运动学……………………………………………………（1）
第 2 章　牛顿运动定律 …………………………………………………（23）
第 3 章　功和能 …………………………………………………………（39）
第 4 章　冲量和动量 ……………………………………………………（56）
第 5 章　刚体力学基础　动量矩 ………………………………………（72）
第 6 章　机械振动基础 …………………………………………………（90）
第 7 章　机械波…………………………………………………………（109）
第 8 章　热力学…………………………………………………………（132）
第 9 章　气体动理论……………………………………………………（155）
第 10 章　静电场 ………………………………………………………（166）
第 11 章　恒定电流的磁场 ……………………………………………（207）
第 12 章　电磁感应与电磁场 …………………………………………（232）
第 13 章　波动光学基础 ………………………………………………（248）
第 14 章　狭义相对论力学基础 ………………………………………（268）
第 15 章　量子物理基础 ………………………………………………（280）
第 16 章　原子核物理和粒子物理简介 ………………………………（296）
第 17 章　固体物理　激光 ……………………………………………（301）

第1章

质点运动学

1.1 选择题

(1)根据瞬时速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 的定义，及其用直角坐标和自然坐标的表示形式，它的大小 $|\boldsymbol{v}|$ 可表示为[B D F H]。

(A) $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　(B) $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$

(C) $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$　　(D) $\left|\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right|$

(E) $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$　　(F) $\left|\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}\right|$

(G) $\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2$　　(H) $\left[\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

(2)根据瞬时加速度矢量 $\boldsymbol{a}$ 的定义，及其用直角坐标和自然坐标的表示形式，它的大小 $|\boldsymbol{a}|$ 可表示为[A C G H]。

(A) $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$　　(B) $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$　　(C) $\left|\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\right|$　　(D) $\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}$

(E) $\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$　　(F) $\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}+\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}+\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}$

(G) $\left[\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

(H) $\left[\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

(3)以下说法中,正确的是[B C D F]。

(A)质点具有恒定的速度,但仍可能具有变化的速率

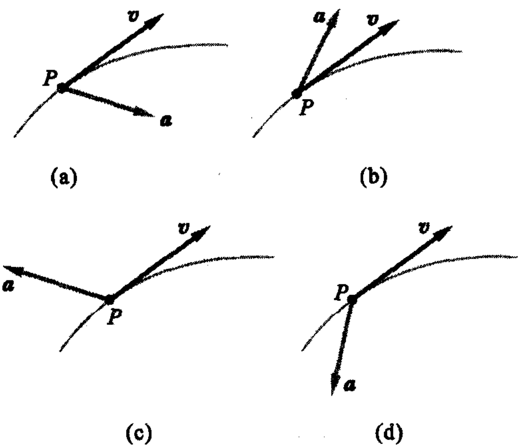
(B)质点具有恒定的速率,但仍可能具有变化的速度

(C)质点加速度方向恒定,但速度方向仍可能在不断变化着

(D)质点速度方向恒定,但加速度方向仍可能在不断变化着

(E)某时刻质点加速度的值很大,则该时刻质点速度的值也必定很大

(F)质点作曲线运动时,其法向加速度一般并不为零,但也有可能在某时刻法向加速度为零



题 1.1(4)图

(4)能正确表示质点在曲线轨迹上 P 点的运动为减速的图是[D]。

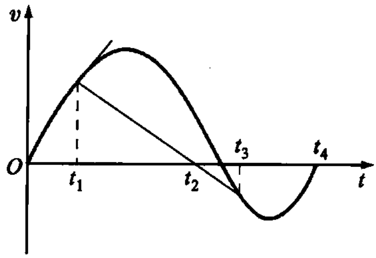
(5)质点以速度 $v=4+t^2$ m/s 作直线运动,沿质点运动直线作 Ox 轴,并已知 $t=3$ s 时,质点位于 $x=9$ m 处,则该质点的运动学方程为[C]。

(A) $x=2t$ (B) $x=4t+\frac{1}{2}t^2$

(C) $x=4t+\frac{1}{3}t^3-12$ (D) $x=4t+\frac{1}{3}t^3+12$

1.2 填空题

(1)质点沿 x 轴作直线运动，其速度 v 与时间 t 的关系如图，则 t_1 时刻曲线的切线斜率表示__该时刻质点的瞬时加速度__，时刻 t_1 与 t_3 之间曲线的割线斜率表示__从 t_1 到 t_3 时间内质点的平均加速度__，从 $t=0$ 到 t_4 时间内，质点的位移可表示为__$\int_0^{t_4} v\mathrm{d}t$__，从 $t=0$ 到 t_4 质点经过的路程可表示为__$\int_0^{t_4} |v| \mathrm{d}t$__。



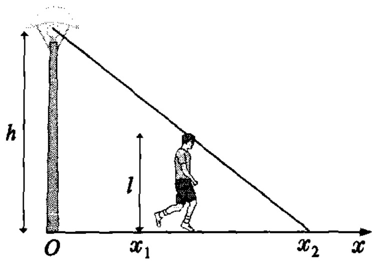
题 1.2(1)图

(2) 质点在平面上运动，若 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$，$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$不为零，则质点作__圆周运动__；若$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$，$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$不为零，则质点作__匀速率曲线运动__。

(3)已知质点的运动学方程为 $x=x(t)$，$y=y(t)$，则 t_1 时刻质点的位矢 $\boldsymbol{r}(t_1)=$__$x(t_1)\boldsymbol{i}+y(t_1)\boldsymbol{j}$__，时间间隔$(t_2-t_1)$内质点位移 $\Delta\boldsymbol{r}=$__$[x(t_2)-x(t_1)]\boldsymbol{i}+[y(t_2)-y(t_1)]\boldsymbol{j}$__，该时间间隔内质点位移的大小$|\Delta\boldsymbol{r}|=$__$\{[x(t_2)-x(t_1)]^2+[y(t_2)-y(t_1)]^2\}^{1/2}$__，该时间间隔内质点经过的路程 $\Delta s=$__$\int_{t_1}^{t_2}\left[\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2\right]^{1/2}\mathrm{d}t$__。

(4)质点以速度 $v=v(t)$ 作直线运动，则质点运动的加速度为__$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$__，在时间 t_2-t_1 内的位移为__$\int_{t_1}^{t_2} v(t)\mathrm{d}t$__，路程为__$\int_{t_1}^{t_2} |v(t)| \mathrm{d}t$__。

1.3 路灯距地面高度为 h，身高 l 的人以速度 v_0 在路上匀速行走，见图。求人影中头顶的移动速度，并求影长增长的速率。



题 1.3 图

解 在图示的坐标系中，人坐标为 x_1，人影头顶坐标为 x_2，设人影头顶的移动速度为 v，影长增长的速率为 u，则有

$$v=\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t}$$

$$v_0=\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t}$$

x_2-x_1 为人影长度，因此

$$u=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x_2-x_1)=\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t}$$

由图知

$$\frac{h}{x_2}=\frac{l}{x_2-x_1}$$

$$x_2=\frac{h}{h-l}x_1$$

故有

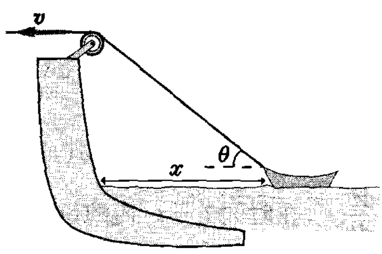
$$v=\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t}=\frac{h}{h-l}\,\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t}=\frac{h}{h-l}v_0$$

$$u=\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t}=\frac{l}{h-l}v_0$$

1.4 湖中有一小船，岸边有人用绳子通过一高处的滑轮拉船，如图所示，人收绳的速率为 v。问：

(1)船的运动速度 u(沿水平方向)比 v 大还是小？

(2)如果保持收绳的速率 v 不变，船是否做匀速运动？如不是，其加速度如何？



题 1.4 图

解 将船看作质点，在如图所

示的坐标系中，船到滑轮的绳长为 l，滑轮距水面的高度为 h，依题意

$$v=\left|\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}\right|$$

$$u=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

(1)由图知 $x^2=l^2-h_2$

有
$$2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{l}{x}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$$

$$|u|=\left|\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|=\frac{l}{x}\left|\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}\right|=\frac{l}{x}v$$

故
$$u=-\frac{l}{x}v=-\frac{v}{\cos\theta}$$

负号表示船的运动方向向左，$|u|>v$。

(2)船作变速运动，其加速度为

$$a=\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

$$=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(-\frac{l}{x}v\right)=-\frac{v^2}{x^3}(l^2-x^2)$$

或
$$a=-\frac{v^2}{x}\tan^2\theta$$

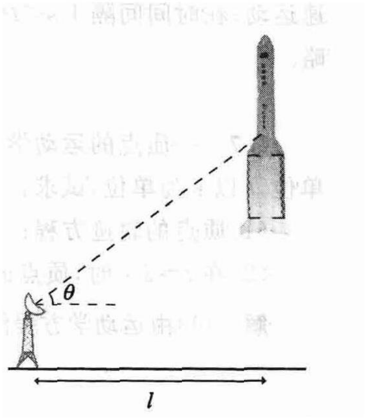
1.5 用雷达观测沿竖直方向向上发射的火箭，雷达与火箭发射台的距离为 l，如图。观测得 θ 的规律为 $\theta=kt$（k 为常量）。试写出火箭的运动学方程，并求出当 $\theta=\pi/6$ 时，火箭的速度和加速度。

解 由图所示的坐标系知

$$y=l\tan\theta=l\tan kt$$

$$v=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{lk}{\cos^2kt}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=2lk^2\tan kt\cdot\sec^2kt$$



题 1.5 图

当 $\theta=\frac{\pi}{6}$时

$$v=\frac{4}{3}lk$$

$$a=\frac{8\sqrt{3}}{9}lk^2$$

因此，火箭在加速上升。

1.6 粒子按规律 $x=t^3-3t^2-9t+5$沿 x 轴运动，在哪个时间间隔它沿着 x 轴正向运动？在哪个时间间隔沿着 x 轴负向运动？在哪个时间间隔它加速？在哪个时间间隔减速？分别画出 x、v、a 以时间为自变量的函数图。

解 根据粒子的运动学方程，对其求导，有

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=3t^2-6t-9$$

$$a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=6t-6$$

可见，当 $v=3(t^2-2t-3)>0$，即 $t>3$ s 时，粒子沿 x 轴正向运动；当 $v=3(t^2-2t-3)<0$，即 $t<3$ s 时，粒子沿 x 轴负向运动。

由于 $a=6(t-1)$，故有 $t>1$ s 时，$a>0$；$0<t<1$ s 时，$a<0$。

可见，在时间间隔 $0<t<1$ s 内和 $t>3$ s 内，v 和 a 同号，粒子作加速运动；在时间间隔 1 s$<t<3$ s 内，v 和 a 异号，粒子作减速运动。图略。

1.7 一质点的运动学方程为 $x=t^2$，$y=(t-1)^2$，x 和 y 均以 m 为单位，t 以 s 为单位，试求：

(1)质点的轨迹方程；

(2)在 $t=2$ s 时，质点的速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$。

解 (1)由运动学方程消去时间 t 可得轨迹方程，将 $t=\sqrt{x}$代入，有

$$y=(\sqrt{x}-1)^2$$

或
$$\sqrt{y}=\sqrt{x}-1$$

(2)
$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2t$$
$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=2(t-1)$$
$$\boldsymbol{v}=2t\boldsymbol{i}+2(t-1)\boldsymbol{j}$$
$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=2$$
$$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=2$$
$$\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$$

当 $t=2$ s 时，速度和加速度分别为
$$\boldsymbol{v}=4\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}\ \mathrm{m/s}$$
$$\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}\ \mathrm{m/s}$$

1.8 已知一质点的运动学方程为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(2-t^2)\boldsymbol{j}$，其中，$r$、$t$ 分别以 m 和 s 为单位，试求：

(1)从 $t=1$ s 到 $t=2$ s 质点的位移；

(2)$t=2$ s 时质点的速度和加速度；

(3)质点的轨迹方程；

(4)在 Oxy 平面内画出质点的运动轨迹，并在轨迹图上标出$t=2$ s 时，质点的位矢 $\boldsymbol{r}$、速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$。

解 依题意有
$$x=2t \quad ①$$
$$y=2-t^2 \quad ②$$

(1) 将 $t=1$ s 和 $t=2$ s 代入，有
$$\boldsymbol{r}_{(1)}=2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$$
$$\boldsymbol{r}_{(2)}=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$$

故质点的位移为
$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_{(2)}-\boldsymbol{r}_{(1)}=2\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}$$

(2)
$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=2\boldsymbol{i}-2t\boldsymbol{j}$$
$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}=-2\boldsymbol{j}$$

当 $t=2$ s 时，速度和加速度分别为

$$\boldsymbol{v}=2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}\quad \text{m/s}$$

$$\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{j}\quad \text{m/s}^2$$

(3) 由①、②两式消去时间 t 可得轨迹方程

$$t=\frac{x}{2}$$

$$y=2-\frac{x^2}{4}$$

即质点的轨迹为一抛物线。

(4)图略。

1.9 一粒子沿着抛物线轨道 $y=x^2$ 运动，粒子速度沿 x 轴的投影 v_x 为常量，等于 3 m/s，试计算质点在 $x=\frac{2}{3}$ m 处时，其速度和加速度的大小和方向。

解 依题意

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=3\ \text{m/s}$$

$$y=x^2$$

$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2xv_x$$

当 $x=\frac{2}{3}$ m 时

$$v_y=2\times\frac{2}{3}\times 3=4\ \text{m/s}$$

速度大小为 $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=5$ m/s

速度的方向为 $\alpha=\arccos\frac{v_x}{v}=53°8'$

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=0$$

$$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=2v_x^2=18\ \text{m/s}^2$$

加速度大小为 $a=a_y=18$ m/s^2

$\boldsymbol{a}$ 的方向沿 y 轴正向。

1.10 一质点沿一直线运动，其加速度为 $a=-2x$，式中 x 的单位为 m，a 的单位为 $\mathrm{m/s^2}$，试求该质点的速度 v 与位置坐标 x 之间的关系。设当 $x=0$ 时，$v_0=4\ \mathrm{m/s}$。

解 依题意

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=-2x$$

$$\int_0^x -2x\mathrm{d}x=\int_{v_0}^v v\mathrm{d}v$$

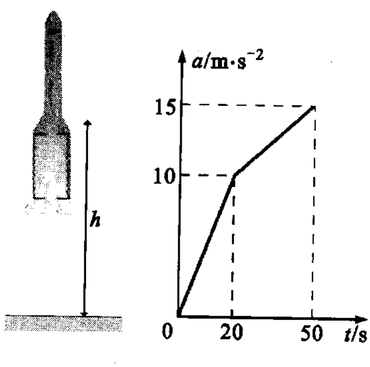
积分得

$$-x^2=\frac{1}{2}(v^2-v_0^2)$$

$$v=\sqrt{v_0^2-2x^2}=\sqrt{16-2x^2}$$

解本题时，应注意积分变量的替换，请读者体会本题的解题思路和方法。

1.11 火箭沿竖直方向由静止向上发射，加速度随时间的变化规律如图所示。试求火箭在 $t=50$ s 时燃料用完那一瞬间所能达到的高度 h 及该时刻火箭的速度 v。



题 1.11 图

解 由图可知：

第一阶段 $a=\frac{1}{2}t$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}t$$

$$dv = \frac{1}{2}tdt$$

积分得

$$\int_0^v dv = \int_0^t \frac{1}{2}tdt$$

$$v = \frac{1}{4}t^2$$

当 $t = 20$ s 时，$v = 100$ m/s。

由 $$v = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{4}t^2$$

积分有

$$\int_0^x dx = \int_0^t \frac{1}{4}t^2 dt$$

得 $$x = \frac{1}{12}t^3,\quad t = 20\ \mathrm{s},\quad x = \frac{2000}{3}\ \mathrm{m}$$

第二阶段

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{6}t + \frac{20}{3}$$

$$dv = \left(\frac{1}{6}t + \frac{20}{3}\right)dt$$

积分

$$\int_{100}^v dv = \int_{20}^t \left(\frac{1}{6}t + \frac{20}{3}\right)dt$$

得 $$v = \frac{1}{12}t^2 + \frac{20}{3}t - \frac{200}{3}$$

再积分

$$\int_{\frac{2\,000}{3}}^x dx = \int_{20}^t \left(\frac{1}{12}t^2 + \frac{20}{3}t - \frac{200}{3}\right)dt$$

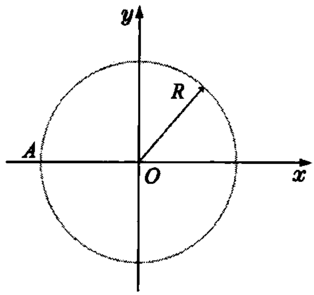
得 $$x = \frac{1}{36}t^3 + \frac{20}{6}t^2 - \frac{200}{3}t + \frac{4000}{9}$$

当 $t = 50$ s 时，$v = 475$ m/s，$h = 8916.7$ m。

1.12 一质点沿半径$R=1$ m的圆周运动。$t=0$ 时,质点位于 A 点,如图。然后沿顺时针方向运动,运动学方程为 $s=\pi t^2+\pi t$,其中 s 的单位为 m, t 的单位为 s,试求:

(1)质点绕行一周所经历的路程、位移、平均速度和平均速率;

(2)质点在第 1 秒末的速度和加速度的大小。



题 1.12 图

解 (1) 质点绕行一周所经历的路程为

$$\Delta s=2\pi R=6.28\ \text{m}$$

由位移和平均速度的定义可知,位移和平均速度均为零,即

$$\Delta \boldsymbol{r}=0$$

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=0$$

令 $$\Delta s=s(t)-s(0)=\pi t^2+\pi t=2\pi R$$

可得质点绕行一周所需时间

$$\Delta t=1\ \text{s}$$

平均速率为

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{2\pi R}{\Delta t}=6.28\ \text{m/s}$$

由以上结果可以看出,位移与路程、平均速度与平均速率是不同的。

(2) t 时刻质点的速度和加速度大小为

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=2\pi t+\pi$$

$$a=\sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}\right)^2}$$

当 $t=1$ s 时

$$v=9.42\ \text{m/s}$$

$$a=89.0\ \text{m/s}^2$$

1.13 一质点沿半径为 R 的圆周运动，运动学方程为 $s=v_0t-\frac{1}{2}bt^2$，其中 v_0、b 都是常量，试求：

(1)在时刻 t 质点的加速度 $\boldsymbol{a}$ ；

(2)在何时加速度的大小等于 b ；

(3)到加速度大小等于 b 时质点沿圆周运行的圈数。

解 (1) 由用自然坐标表示的运动学方程可得

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v_0-bt$$

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}=-b$$

故有

$$\boldsymbol{a}=\frac{(v_0-bt)^2}{R}\boldsymbol{n}-b\boldsymbol{\tau}$$

(2)令

$$a=\sqrt{\left[\frac{(v_0-bt)^2}{R}\right]^2+b^2}=b$$

解得

$$v_0-bt=0$$

$$t=\frac{v_0}{b}$$

即 $t=\frac{v_0}{b}$时，加速度大小为 b。

(3)

$$\Delta s=s(t)-s(0)$$

$$=v_0\frac{v_0}{b}-\frac{1}{2}b\left(\frac{v_0}{b}\right)^2=\frac{v_0{}^2}{2b}$$

运行的圈数为

$$n=\frac{\Delta s}{2\pi R}=\frac{v_0{}^2}{4\pi Rb}$$

1.14 一质点按规律 $s=t^3+2t^2$ 在圆轨道上运动，s 为沿圆弧的自然坐标，以 m 为单位，t 以 s 为单位。如果当 $t=2$ s 时的总加速度为 $16\sqrt{2}\ \mathrm{m/s^2}$，求此圆弧的半径。

解 由以自然坐标表示的运动学方程可得

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=3t^2+4t$$

切向与法向加速度大小为

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} = 6t + 4$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(3t^3 + 4t)^2}{R}$$

当 $t=2$ s 时

$$v = 20\ \mathrm{m/s}$$

$$a_\tau = 16\ \mathrm{m/s^2}$$

$$a_n = \frac{400}{R}$$

依题意 $$a = \sqrt{\left(\frac{400}{R}\right)^2 + 16^2} = 16\sqrt{2}$$

得 $$R = 2.5\ \mathrm{m}$$

1.15 一质点沿半径为 0.1 m 的圆周运动，其用角坐标表示的运动学方程为 $\theta=2+4t^3$，θ 的单位为 rad，t 的单位为 s，试求：

(1)在 $t=2$ s 时，质点的切向加速度和法向加速度的大小；

(2)当 θ 等于多少时，质点的加速度与半径的夹角成 45°。

解 (1) 质点的角速度及角加速度为

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 12t^2$$

$$\beta = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = 24t$$

法向与切向加速度大小为

$$a_n = R\omega^2 = 144Rt^4$$

$$a_\tau = R\beta = 24Rt$$

当 $t=2$ s 时

$$a_n = 230.4\ \mathrm{m/s^2}$$

$$a_\tau = 4.8\ \mathrm{m/s^2}$$

(2)设时刻 t' 时，$\boldsymbol{a}$ 和半径夹角为 45°，此时 $a_n = a_\tau$，即

$$144Rt'^4 = 24Rt'$$

得 $$t'^3 = \frac{1}{6}\ \mathrm{s}$$