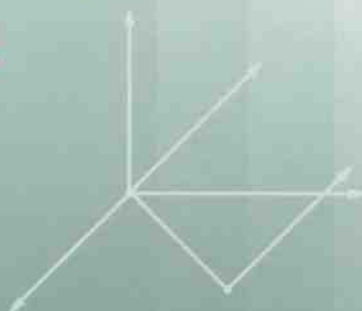
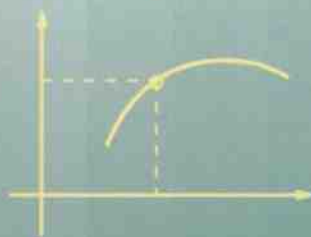
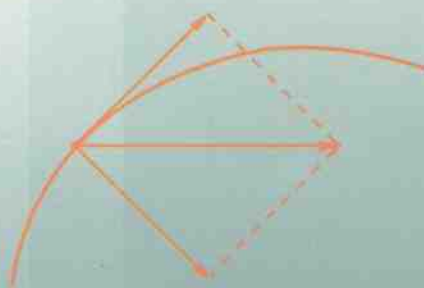
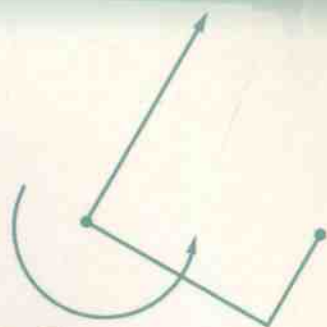


中等职业学校教材

# 工程力学

边秀娟 主编



中等职业学校教材

# 工 程 力 学

边秀娟 主编

化学工业出版社  
教材出版中心  
·北 京·

(京)新登字 039 号

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学/边秀娟主编. —北京: 化学工业出版社,  
2001.5

中等职业学校教材

ISBN 7-5025-3178-5

I. 工… II. 边… III. 工程力学-专业学校-教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 14570 号

---

中等职业学校教材

工程力学

边秀娟 主编

责任编辑: 高钰

责任校对: 凌亚男

封面设计: 郑小红

\*

化学工业出版社 出版发行  
教材出版中心

(北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029)

发行电话: (010)64918013

<http://www.cip.com.cn>

\*

新华书店北京发行所经销  
北京市昌平振南印刷厂印刷  
三河市延风装订厂装订

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 15 3/4 字数 384 千字

2001 年 6 月第 1 版 2001 年 6 月北京第 1 次印刷

印数: 1—4000

ISBN 7-5025-3178-5/G·810

定 价: 23.00 元

---

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者, 本社发行部负责退换

## 前 言

本教材是参照全日制化工普通中等职业学校工程力学教学大纲,为适应中等职业学校教学改革的需要组织编写的。本教材适用于中等职业学校工科机类、近机类专业学生使用,其目的是使学生获得工程力学的基本知识和基本技能,学会运用力学的基本原理解决工程中简单的力学问题,并为后继课程打下基础。

全书包括静力分析、构件承载能力、运动与动力分析三部分内容。书中带“\*”号的部分为选学或延伸内容,可根据专业需要和学时情况酌情取舍。

本书编写过程中,充分吸收了中等职业学校近几年工程力学课程教学改革的经验,体现教学改革的思想,在内容选取上,以必须和够用为度,省去了繁琐的理论推导,简明扼要,与专业结合更加密切,较多引用了化工生产中典型设备作为实例,加强与工程实际的联系。力求既体现中等职业学校的教学特点,又利于培养应用型的中等职业人材。

本书采用国际单位制,力学名词、术语及符号等均采用最新国家标准。

本书绪论、第五、六、七、八、九、十章由辽宁化校边秀娟编写,第一、二、三、四、十四章由河北化校庞思红编写,第十一、十二、十三、十六章由湖南化校何国旗编写,由边秀娟担任主编,由杭州化校徐蕃芳主审。全国化工中专教学指导委员会机械组组长、湖南化校王绍良主持审稿会,参加审稿的有淮南化校李雪斌、天津市化学工业学校许春树、北京市化工学校谷京云、上海化校潘弥德、沧州工业学校齐玉珍等,并提出许多宝贵意见,在此一并致谢。

本书经编审人员多次讨论修改,但限于编者的水平,书中错误与不足在所难免,敬请读者指正。

编者

2000年12月

## 内 容 提 要

本书是参照普通中等职业学校工程力学教学大纲及中等职业学校工科机械类及近机类专业对工程力学课程的基本要求编写的。

本书分为三篇，共十五章。第一篇静力分析，内容包括静力分析基础，平面力系的简化与合成，平面力系的平衡，空间力系的平衡。第二篇构件承载能力，内容包括轴向拉伸和压缩，剪切和挤压，圆轴扭转，直梁的平面弯曲，组合变形的强度计算，压杆稳定。第三篇运动与动力分析，内容包括质点的运动与动力分析，刚体基本运动时的运动与动力分析，点和刚体的复合运动分析，动载荷与交变应力及机械振动。每章后均有小结、思考题及习题，帮助学生巩固及练习所学知识。

本书适用于中等职业学校工科机类、近机类专业作为开设工程力学（90学时）课程的教学用书，也可做为招收初中生的高职院校的相关专业参考用书。

# 目 录

|                    |    |
|--------------------|----|
| 绪论                 | 1  |
| 第一篇 静 力 分 析        |    |
| 第一章 静力分析基础         | 2  |
| 第一节 力和刚体的概念        | 2  |
| 第二节 静力平衡公理         | 3  |
| 第三节 约束与约束反力        | 6  |
| 第四节 物体的受力分析及受力图    | 9  |
| 小结                 | 13 |
| 思考题                | 14 |
| 习题                 | 15 |
| 第二章 平面力系的简化与合成     | 18 |
| 第一节 力的合成与分解        | 18 |
| 第二节 力矩的概念          | 20 |
| 第三节 力偶的概念          | 22 |
| 第四节 平面任意力系的简化      | 24 |
| 小结                 | 27 |
| 思考题                | 28 |
| 习题                 | 29 |
| 第三章 平面力系的平衡        | 32 |
| 第一节 平面任意力系的平衡      | 32 |
| 第二节 物体系统的平衡问题      | 36 |
| 第三节 考虑摩擦时的平衡问题     | 41 |
| 小结                 | 47 |
| 思考题                | 48 |
| 习题                 | 48 |
| 第四章 空间力系的平衡        | 55 |
| 第一节 平衡方程           | 55 |
| 第二节 轮轴类部件平衡问题的平面解法 | 59 |
| 第三节 重心和形心          | 63 |
| 小结                 | 66 |
| 思考题                | 67 |
| 习题                 | 67 |

## 第二篇 构件的承载能力

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 第五章 轴向拉伸和压缩 .....         | 71  |
| 第一节 轴向拉伸和压缩的概念 .....      | 71  |
| 第二节 轴向拉伸和压缩时横截面上的内力 ..... | 72  |
| 第三节 轴向拉伸和压缩时横截面上的应力 ..... | 73  |
| 第四节 轴向拉伸和压缩的变形 .....      | 75  |
| 第五节 材料拉伸和压缩时的力学性能 .....   | 76  |
| 第六节 轴向拉伸和压缩时的强度计算 .....   | 81  |
| 第七节 轴向拉伸、压缩时的超静定问题 .....  | 84  |
| 小结 .....                  | 86  |
| 思考题 .....                 | 86  |
| 习题 .....                  | 87  |
| 第六章 剪切和挤压 .....           | 90  |
| 第一节 剪切和挤压的概念 .....        | 90  |
| 第二节 剪切和挤压的实用计算 .....      | 91  |
| 第三节 切应变的概念 .....          | 94  |
| 小结 .....                  | 95  |
| 思考题 .....                 | 95  |
| 习题 .....                  | 96  |
| 第七章 圆轴扭转 .....            | 98  |
| 第一节 扭转的概念 .....           | 98  |
| 第二节 圆轴扭转时横截面上的内力 .....    | 98  |
| 第三节 圆轴扭转时横截面上的应力和变形 ..... | 101 |
| 第四节 圆轴扭转时强度与刚度计算 .....    | 103 |
| 小结 .....                  | 106 |
| 思考题 .....                 | 107 |
| 习题 .....                  | 108 |
| 第八章 平面弯曲 .....            | 110 |
| 第一节 平面弯曲的概念 .....         | 110 |
| 第二节 平面弯曲时横截面上的内力 .....    | 111 |
| 第三节 剪力图和弯矩图 .....         | 114 |
| 第四节 纯弯曲时横截面上的应力 .....     | 120 |
| 第五节 梁的正应力强度计算 .....       | 124 |
| *第六节 梁的切应力简介 .....        | 130 |
| 第七节 梁的变形及刚度计算 .....       | 132 |
| 小结 .....                  | 137 |
| 思考题 .....                 | 138 |
| 习题 .....                  | 139 |
| 第九章 组合变形的强度计算 .....       | 144 |

|                        |     |
|------------------------|-----|
| 第一节 组合变形的概念            | 144 |
| 第二节 拉伸(压缩)与弯曲组合变形的强度计算 | 144 |
| * 第三节 应力状态的概念与强度理论     | 148 |
| 第四节 圆轴弯曲与扭转组合变形的强度计算   | 154 |
| 小结                     | 157 |
| 思考题                    | 158 |
| 习题                     | 159 |
| <b>第十章 压杆稳定</b>        | 161 |
| 第一节 压杆稳定的概念            | 161 |
| 第二节 临界应力计算             | 163 |
| 第三节 压杆稳定校核与提高压杆稳定性的措施  | 165 |
| 小结                     | 167 |
| 思考题                    | 168 |
| 习题                     | 168 |

### 第三篇 运动与动力分析

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| <b>第十一章 质点的运动与动力分析</b>      | 170 |
| 第一节 自然法求点的速度和加速度            | 170 |
| 第二节 直角坐标法求点的速度和加速度          | 175 |
| 第三节 质点动力分析基本定律              | 177 |
| 第四节 质点运动微分方程                | 178 |
| 小结                          | 182 |
| 思考题                         | 183 |
| 习题                          | 183 |
| <b>第十二章 刚体基本运动时的运动及动力分析</b> | 187 |
| 第一节 刚体的平动                   | 187 |
| 第二节 刚体绕定轴转动                 | 189 |
| 第三节 刚体绕定轴转动的动力分析基本方程        | 194 |
| 第四节 转动惯量                    | 194 |
| 第五节 刚体绕定轴转动动力分析方程的应用        | 197 |
| 小结                          | 198 |
| 思考题                         | 199 |
| 习题                          | 199 |
| <b>第十三章 点和刚体的复合运动分析</b>     | 202 |
| 第一节 点的合成运动                  | 202 |
| 第二节 刚体的平面运动                 | 205 |
| 第三节 平面图形上各点的运动分析            | 207 |
| 小结                          | 209 |
| 思考题                         | 210 |
| 习题                          | 210 |

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| <b>第十四章 动载荷与交变应力</b> ..... | 213 |
| 第一节 质点的动静法 .....           | 213 |
| 第二节 构件动应力的计算 .....         | 215 |
| 第三节 交变应力 .....             | 218 |
| 第四节 材料在交变应力下的疲劳破坏 .....    | 220 |
| 小结 .....                   | 222 |
| 思考题 .....                  | 223 |
| 习题 .....                   | 223 |
| <b>*第十五章 机械振动基础</b> .....  | 225 |
| 第一节 自由振动 .....             | 225 |
| 第二节 自由振动固有频率的计算 .....      | 227 |
| 第三节 单自由度系统的有阻尼受迫振动 .....   | 228 |
| 第四节 减振与隔振 .....            | 230 |
| 小结 .....                   | 231 |
| 思考题 .....                  | 231 |
| 习题 .....                   | 232 |
| <b>习题答案</b> .....          | 233 |
| <b>附录 型钢表</b> .....        | 237 |
| <b>参考书目</b> .....          | 240 |

## 绪 论

工程力学是一门研究物体的机械运动以及构件的承载能力的科学。它包括静力分析、构件承载能力和运动及动力分析三部分内容。

机械运动是指物体在空间的相对位置随时间而发生变化,机械运动是一切运动形式中最简单的一种。天体的运动、车辆的运行、水的流动、机器的转动等都是机械运动。平衡是机械运动的特殊形式。

静力分析主要研究力系的简化以及物体在力系作用下的平衡规律,分析平衡物体的受力情况,确定未知力的大小和方向,为以后的设计计算打下基础。

结构物、设备和机器等都是由构件组成的。构件在工作时,总要受到外力的作用。为了使构件在外力作用下能正常工作,既不破坏、也不发生过度的变形、不丧失稳定,就要求构件具有一定的强度(外力作用下构件抵抗破坏的能力)、刚度(构件抵抗变形的能力)和稳定性(保持原有平衡状态的能力)。构件的承载能力就是研究构件在外力作用下的强度、刚度和稳定性等基本理论和计算方法。

运动及动力分析是研究质点的运动和刚体的基本运动,以及在这些运动中,物体运动状态变化和作用力之间的关系。

工程力学是工科各类专业中一门重要的技术基础课程,在基础课及专业课中起桥梁作用,是机械原理、机械零件、化工设备、化工机器等后继课程的重要基础,它为设备及机器的机械运动分析和强度计算提供必要的理论基础。

力学理论的建立是以对自然现象的观察和生产实践经验的总结为主要依据的,它来源于实践,经过科学的抽象和归纳又回到实践,服务于实践,揭示了唯物辩证法的基本规律。因此,工程力学对于人们今后研究问题、分析问题、解决问题有很大帮助,促进人们学会用辩证的观点分析问题,用唯物主义的认识论去理解世界。

工程力学来源于实践又服务于实践。因此,进行现场观察和实验是认识力学规律的重要实践环节。要求在学习本课程时必须大量地观察实际生活中的力学现象,并学会用力学的基本知识去解释这些现象,还要尽量利用我们原有的直接经验,根据感性认识对所学的理论进行对照、检验、分析,加深对理论的理解。

学习工程力学,并不要求去重复工程力学的发展过程,而是要深刻理解并掌握工程力学中已被实践证明是正确的基本概念和基本定律,掌握基本的分析、运算和设计技能。通过一定数量的习题演算,把学到的理论不断用到实践中去,深入生产实际,了解化工生产中机器和设备的实际运行情况,是巩固加深理解所学知识的重要途径。

# 第一篇 静力分析

静力分析是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学。

作用在物体上的一组力称为力系。

如果一个力系对物体的作用效果与另外一个力系对物体的作用效果相同,这两个力系彼此称为等效力系。等效力系可以相互代换。

如果一个力  $F$  对物体的作用效果与一个力系的作用效果相同,则此力  $F$  称为该力系的合力;力系中每一个力都称为合力的分力。

由已知力系求合力叫力系的合成;反之,由合力求分力就叫力的分解。

一个力作用在物体上会使物体的运动状态发生改变。当物体在力系作用下,各力对物体的作用效果恰好相互抵消,物体处于静止状态或匀速直线运动状态,我们称物体处于平衡状态。所以,凡是处于静止或做匀速直线运动的物体,都是平衡物体。

物体在力系作用下处于平衡状态,则称该力系为平衡力系。作用于物体上的力系若使物体处于平衡状态,就必须满足一定的条件,这些条件称为力系的平衡条件。

在确定物体的平衡条件时,要将一些比较复杂的力系用作用效果完全相同的简单力系或一个力来代替,这种方法称为力系的简化。

应用力系的平衡条件,分析平衡物体的受力情况,判明物体上受哪些力的作用,确定未知力的大小、方向和作用点,这种分析称为静力分析。

综上所述,静力分析主要研究两个基本问题:①力系的简化;②力系的平衡条件及应用。

## 第一章 静力分析基础

### 第一节 力和刚体的概念

#### 一、力的概念

人们在日常生活和生产劳动中,通过推、拉、掷、举、提物体时,由于肌肉紧张收缩,感到对物体施加了力的作用。通过进一步观察,物体与物体间也有这种作用。人们经过长期的观察分析和生产实践,逐步建立了力的概念:力是物体间相互的机械作用,这种作用会使物体的运动状态发生改变,或使物体产生变形。力使物体运动状态发生改变的效应,称为力的外效应,力使物体产生变形的效应,称为力的内效应。

实践证明,力对物体的作用效果取决于三个因素:力的大小、力的方向、力的作用点。这三个因素称为力的三要素。当三要素中的任何一个发生改变时,力的作用效果就会改变。

在国际单位制(SI)中,力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)。在工程单位制中,力的单位是公斤力(kgf)或吨力(tf)。两者的换算关系为:1kgf = 9.8N。本书采用国际单位制。

力学中有两种量：标量和矢量。只考虑大小的量称为标量。例如：长度、时间、质量都是标量；既考虑大小又考虑方向的量称为矢量。力对物体的作用效应，不仅取决于它的大小，而且还决定于它的方向，所以力是矢量，可以用带箭头的有向线段把力的三要素表示出来，如图 1-1 所示。线段  $AB$  的长度按一定的比例代表力的大小，线段的方位和箭头的指向表示力的方向，线段的起点或终点表示力的作用点，通过力的作用点沿力方向的直线称为力的作用线。

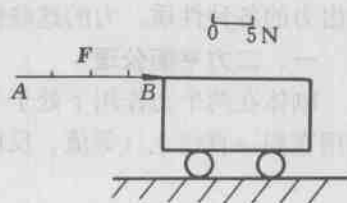


图 1-1 力的图示

书中用黑体字母表示力矢量  $\mathbf{F}$ ，普通字母表示力的大小  $F$ 。书写时则在表示力的字母上加一横线，即  $\overline{F}$  表示力矢。

力的作用形式有：集中力和分布力。当力的作用范围很小时，可以把力简化为集中作用在物体的某个点上，这种力称为集中力，如图 1-2 (a) 所示，重力  $P$ 、拉力  $F_T$  等可视为集中力；若力的作用范围较大时称为分布力，如高大的塔器受风载作用可看成是受分布力的作用如图 1-2 (b) 所示；如果力连续均匀分布就称为均布力或均布载荷如图 1-2 (c) 所示。均布力的大小用载荷集度  $q$  表示，即单位长度上所受的力，均布力的合力  $F_Q$ ，如图 1-2 (c) 中的虚线表示，作用在受力部分的中点上，合力的大小为  $F_Q = ql$ 。

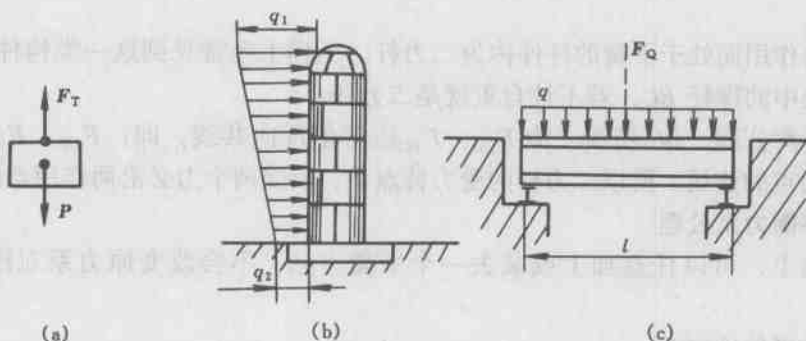


图 1-2 力的作用形式

## 二、刚体的概念

任何物体在力的作用下，或多或少地都会产生变形。而工程实际中构件的变形通常都是非常微小的，在许多情形下可以忽略不计。例如：高大的塔器在风载的作用下，塔器轴线最大水平位移一般不超过塔高的  $(1/1000) \sim (1/500)$ 。因此，对塔器进行受力分析时，变形就成为次要的因素，可以忽略不计。

在研究物体的受力情况时，为了使问题简化，忽略物体的变形，把物体用一理想化的模型——刚体来代替。所谓刚体，指在力的作用下不会发生变形的物体。刚体是一个抽象化的概念，这种抽象有助于我们简化研究方法，忽略次要因素，突出主要问题，揭示事物的本质。

静力分析视刚体为研究对象。本篇就是研究刚体在外力作用下的平衡规律。

## 第二节 静力平衡公理

人们经过长期的实践、认识、再实践、再认识的过程，不仅建立了力的概念，还概括总

结出力的各种性质。力的这些性质是从实践中总结出来的客观规律，是静力分析的基础。

### 一、二力平衡公理

刚体在两个力作用下处于平衡状态的充分必要条件是：这两个力大小相等、方向相反、作用在同一直线上（等值、反向、共线），如图 1-3 所示。



图 1-3 二力平衡

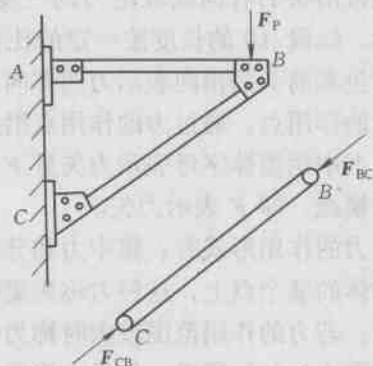


图 1-4 二力杆

该公理揭示了作用于物体上最简单力系的平衡所必须满足的条件，是推证各种力系平衡条件的依据。

只受两个力作用而处于平衡的杆件称为二力杆。工程上经常见到这一类构件，如图 1-4 所示，三角托架中的撑杆  $BC$ ，若不计自重就是二力杆。

根据二力平衡公理， $BC$  所受二力  $F_{CB}$ 、 $F_{BC}$  应等值反向共线，即： $F_{CB}$ 、 $F_{BC}$  的作用线一定沿  $B$ 、 $C$  两点的连线。所以二力杆的受力特点是：所受两个力必沿两作用点的连线。

### 二、加减平衡力系公理

在已知力系上，可以任意加上或减去一个平衡力系，不会改变原力系对刚体的作用效应。

**推论：力的可传性定理**

作用于刚体上的力，可以沿其作用线移到刚体内任意点，而不改变它对刚体的作用效应。

这个定理是我们所熟知的。例如：人们在车后  $A$  点推车与在  $B$  点拉车，效果是一样的，如图 1-5 所示。力的可传性定理可以通过公理一、公理二来推证，请读者自己证明。根据力的可传性定理，作用于刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。

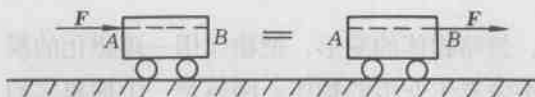


图 1-5 力的可传性



图 1-6 拉杆与压杆

应该指出：力的可传性定理只适用于刚体，而不适用于变形体。如图 1-6 所示一直杆，受到一对平衡拉力  $F$  和  $F'$  的作用时，将沿轴线伸长，如图 1-6 (a)；若将两拉力分别沿作用线移到杆的另一端，则杆将沿轴线缩短，如图 1-6 (b)。显然，伸长与缩短是两种完全不同的效应，因此，力的可传性不适用于研究力对物体的内效应。

### 三、作用与反作用公理

两物体间的作用与反作用力，总是大小相等、方向相反、沿同一直线，分别作用在两个相互作用的物体上。

例如：重量为  $P$  的圆球，放在光滑的地面上。地面给球的支承力  $F_N$  和球给地面的压力  $F'_N$  就构成一对作用力与反作用力，如图 1-7 所示。

作用与反作用公理，概括了自然界中物体间相互作用的关系。它表明所有力都是成对出现的，有作用力必有反作用力。在研究几个物体构成的系统——物系的受力关系时，常常用到这个公理。

必须注意：作用与反作用力不能与二力平衡公理中的一对平衡力相混淆。一对平衡力是作用在同一物体上的，而作用力与反作用力则是分别作用在两个相互作用的物体上，这与公理一有本质的区别。

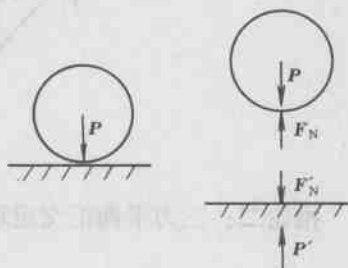


图 1-7 作用力与反作用力

### 四、力的平行四边形公理

作用于物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力，合力也作用在该点上，合力的大小和方向，是以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示的，如图 1-8 (a) 所示。

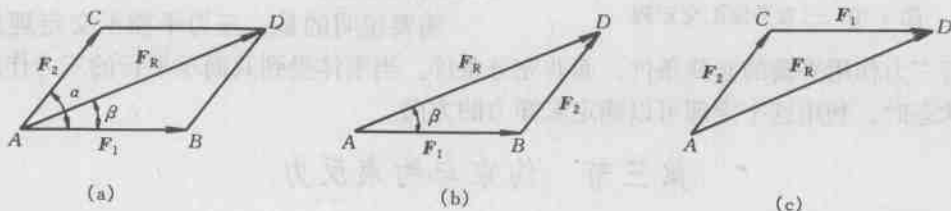


图 1-8 力的平行四边形公理

力的平行四边形公理指出：两个力的合成不是算术和，而是矢量和。分力  $F_1$ 、 $F_2$  合成的合力  $F_R$  可用下列矢量式来表示：

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

为了求出合力  $F_R$  的大小和方向，可以利用几何关系计算。合力  $F_R$  的大小为  $F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$ ；合力  $F_R$  的方向为  $\sin\beta = \frac{F_2}{F_R}\sin\alpha$

为了方便起见，在用矢量加法求合力时，往往不必作出整个平行四边形，而以力矢  $F_1$  的末端  $B$  作为力矢  $F_2$  的始端画出  $F_2$ （即两分力首尾相接），那么矢量  $AD$  就代表合力矢  $F_R$ 。分力矢与合力矢构成的三角形  $ABD$  称为力三角形，如图 1-8 (b) 所示。这种求合力的方法称为力三角形法则。如果先画  $F_2$ ，再画  $F_1$ ，也能得到相同的合力矢  $F_R$ ，如图 1-8 (c)。最后应用数学中的三角公式可求出合力的大小和方向。

利用力的平行四边形公理（或力三角形法则），也可以将一个力分解为两个分力，分力与合力作用于同一点上。由于同一条对角线可以作出无穷多个不同的平行四边形，如果不附加其他条件，一个力分解为相交的两个分力就有无穷多个解，如图 1-9 (a) 所示。工程上，常常把一个力分解为相互垂直的两个分力，这种分解称为正交分解，所得的两个分力称为正交分力，如图 1-9 (b) 所示。

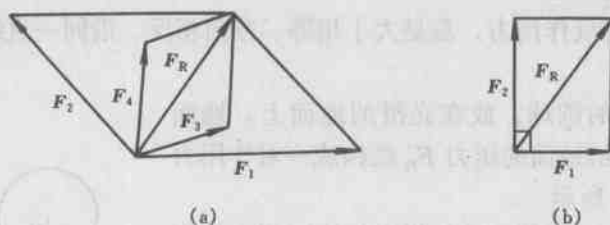


图 1-9 力的分解

## 推论二：三力平衡汇交定理

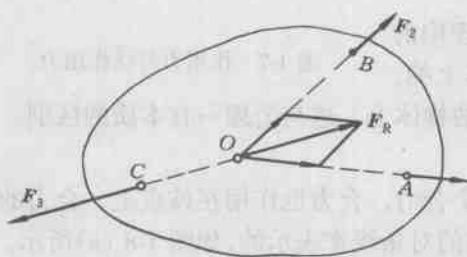


图 1-10 三力平衡汇交定理

刚体受共面但不平行的三个力作用而平衡时，则此三个力的作用线必汇交于一点。

证明：如图 1-10 所示，刚体在  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点上受共面力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  作用而平衡。根据推论一，将力  $F_1$ 、 $F_2$  分别沿作用线移至交点  $O$  上，应用公理四求得合力  $F_R$ 。 $F_R$  与  $F_3$  必须共线，所以，力  $F_3$  必通过力  $F_1$  与  $F_2$  的交点  $O$ ，定理得到证明。

需要说明的是：三力平衡汇交定理是刚体受不平行三力作用平衡的必要条件，而非充分条件。当刚体受到共面不平行的三力作用而处于平衡状态时，利用这个定理可以确定未知力的方向。

## 第三节 约束与约束反力

## 一、约束与约束反力

不受任何限制能在空间作任意运动的物体称为自由体。如：空中漂浮的气球，飞行的飞机、炮弹等。如果物体受到其他物体的限制，而在某些方向不能自由运动时，这种物体就称为非自由体。如：悬挂着的电灯就是非自由体，它能向上及向前、后、左、右运动，由于受到灯链的限制，惟独不能向下运动。限制非自由体运动的物体称为非自由体的约束。图 1-11 中，灯是非自由体，灯链就是灯的约束。

凡能主动引起物体运动状态改变或使物体有运动状态改变趋势的力，称为主动力。例如：重力、风力、推力等，工程上常称主动力为载荷。非自由体在主动力作用下产生运动或有运动趋势时，由于约束限制了非自由体某些方向的运动，所以非自由体必定沿此方向对约束产生作用力。根据作用与反作用公理，约束也必将给非自由体一定的反作用力，这种约束给非自由体的用来限制它运动的力称为约束反力或约束力，简称反力。图 1-11 中，重力  $P$  是主动力，而灯链给灯的力  $F_T$  则是约束反力。

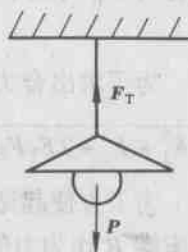


图 1-11 柔体约束

物体所受的主动力往往是给定的或可测的，物体所受的约束反力通常是未知的，必须根据约束性质进行分析。由于约束反力是限制物体运动的力，所以它的作用点应在约束与被约束物体的相互接触处，它的方向总是与约束所能限制的运动方向相反，这是确定约束反力方向和作用点的基本原则。

## 二、工程中常见的约束

下面介绍几种常见的约束类型及其确定约束反力的方法。

### 1. 柔体约束

由柔软的绳索、皮带、链条等构成的约束称为柔体约束，如图 1-11、图 1-12 所示。由于柔体只能承受拉力，不能承受压力，所以，柔体只能限制非自由体沿柔体中心线伸长方向的运动，而不能限制其他方向的运动。因此，柔体给非自由体的约束反力方向沿柔体中心线背离非自由体。这种约束反力通常用  $F_T$  表示。

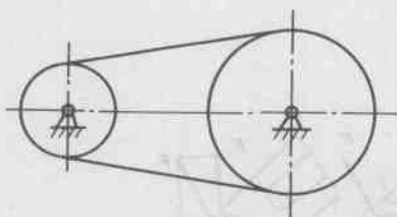


图 1-12 柔体约束实例

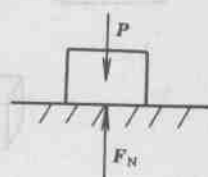
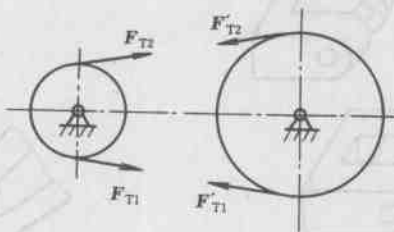


图 1-13 光滑面约束

### 2. 光滑面约束

若两物体接触面间的摩擦力很小，与其他作用力相比可忽略不计时，则认为接触面是“光滑”的。图 1-13 中，物体可以自由地沿接触面切线方向运动，或沿接触面在接触点的公法线方向背离接触面运动，但不能沿公法线方向压入接触面运动。因此，光滑面约束反力沿接触点的公法线指向非自由体。这种约束反力通常用  $F_N$  表示。

工程上光滑面约束的实例很多。图 1-14 中，滚筒放置在  $A$ 、 $B$  两个滚轮上，则滚轮可视为光滑面约束。若不计钢轨的摩擦，则钢轨对车轮的约束也可视为光滑面约束，如图 1-15 所示。

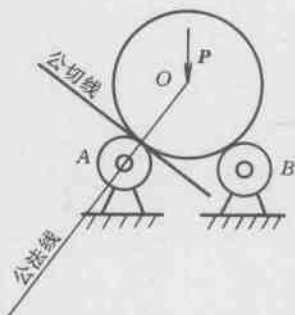


图 1-14 光滑面约束实例

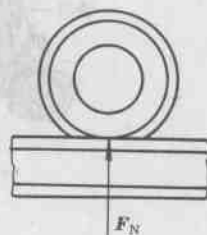
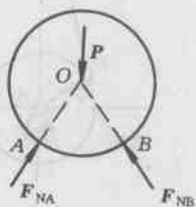


图 1-15 光滑面约束实例

### 3. 光滑铰链约束

光滑铰链约束是一个抽象化的力学模型。其常见结构是：用圆柱形销钉  $C$  将两个零件  $A$ 、 $B$  连在一起，如图 1-16 (a)、(b) 所示。如果销钉和销钉孔是光滑的，则销钉只能限制两零件的相对移动，但不能限制两零件的相对转动，具有这种特点的约束在力学上称为铰链。

光滑铰链在工程中有多中具体形式，现将主要的几种分述如下。

#### (1) 中间铰链

其结构如图 1-16 (a)、(b) 所示：圆柱形销钉插入两个零件的孔内。由图可见：如果销钉与零件孔间的摩擦力很小可以略去，销钉与零件实际上是以两个光滑圆柱面相接触，如图 1-17 所示。按照光滑面约束反力的特点，销钉给零件的反力  $F$  应沿圆柱面在接触点  $K$  的法线，即通过  $K$  点的半径方向（通过圆销中心）。但因接触点  $K$  有时不能预先确定，所以，反力  $F$  的方向也不能预先确定，通常将圆柱形销钉的反力用两个正交分力  $F_x$ 、 $F_y$  表示。这种约束用如图 1-16 (c) 所示的简图来表示。

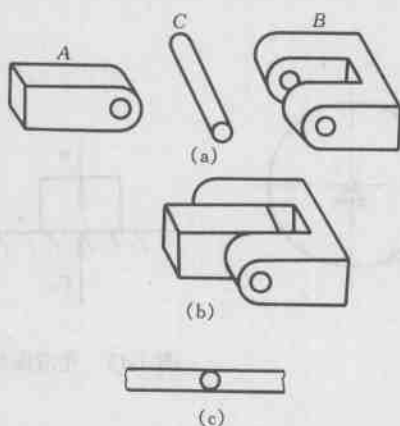


图 1-16 铰链连接

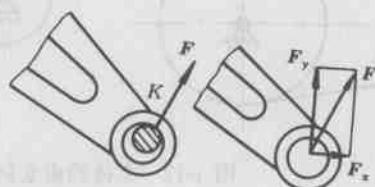


图 1-17 铰链受力

工程上，采用圆柱形销钉连接的实例很多。如图 1-18 (a) 所示曲柄滑块机构，连杆与活塞间就采用圆柱形销钉连接，该机构的运动简图如图 1-18 (b) 所示。

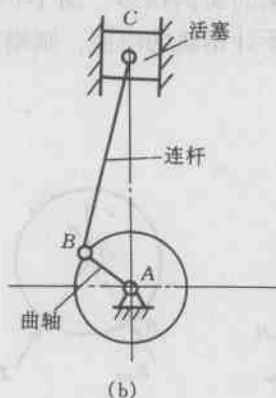
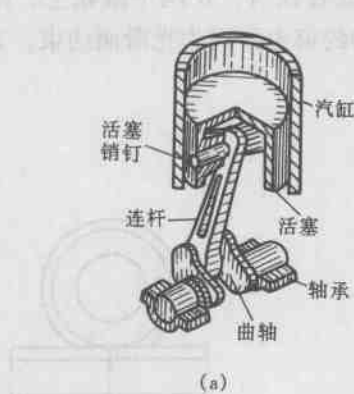


图 1-18 曲柄滑块机构

### (2) 固定铰链支座

在生产实践中，常用铰链把桥梁、起重机等结构与支承面或机架连接起来如图 1-19 (a) 所示。这种用销钉把构件与固定机架或固定支承面的连接，称为固定铰链支座。

销钉与构件孔的接触是两个光滑圆柱面接触，如图 1-19 (b) 所示。由于固定铰链支座的反力方向往往也不能预先确定，所以，仍用两个正交分力  $F_x$ 、 $F_y$  来表示。图 1-19 (c) 是固定铰链支座的简图。

### (3) 活动铰链支座

工程上，为了适应某些构件变形的需要，往往在铰链支座下面安装上几个辊轴，就构成